

《数学周报》杯

全国初中 数学竞赛直通车

中国教育学会中学数学教学专业委员会
数学周报社编

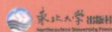


东北大学出版社
Northeastern University Press

《数学周报》杯

全国初中 数学竞赛直通车

中国教育学会中学数学教学专业委员会
数学周报社编



中国教育学会中学数学教学专业委员会
数学周报社编

ISBN 978-7-81102-500-2



9 787811 025002 >

定价：9.80 元

《数学周报》杯

全国初中 数学竞赛直通车

中国教育学会中学数学教学专业委员会数学周报社编

东北大学出版社

·沈阳·

© 中国教育学会中学数学教学专业委员会《数学周报》社 2008

图书在版编目 (CIP) 数据

《数学周报》杯全国初中数学竞赛直通车 / 中国教育学会中学数学教学专业委员会《数学周报》社编. —沈阳: 东北大学出版社, 2008.1

ISBN 978-7-81102-500-2

I. 数… II. 中… III. 数学课—初中—试题 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 004308 号

出 版 者: 东北大学出版社出版

地址: 沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮编: 110004

电话: 024—83680267 (社务室) 86202729 (市场部)

传真: 024—83680265 (办公室) 83687332 (出版部)

网址: <http://www.neupress.com>

E-mail: neuph@neupress.com

印 刷 者: 沈阳市北陵印刷厂有限公司

发 行 者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 140mm × 203mm

印 张: 7.75

字 数: 269 千字

出版时间: 2008 年 1 月第 1 版

印刷时间: 2008 年 1 月第 1 次印刷

责任编辑: 肃 理

责任校对: 米 戎

封面设计: 王媛林

责任出版: 杨华宁

ISBN 978-7-81102-500-2

定 价: 9.80 元

编者的话

在中学生中开展数学竞赛，包括国际数学奥林匹克竞赛（IMO），不论发达国家，还是发展中国家都很重视。它是发现和培养人才的一种重要手段，具有重要的教育价值。

一、它可激发学生学习数学的兴趣。兴趣是指人们积极探索某种事物的认识倾向。要使学生对数学学习有兴趣，必须使学生亲自感受与体验到数学的无穷魅力。数学思想和数学方法闪耀着人类智慧的结晶和伟大的创造力。数学竞赛给学生提供了很好学习情境和体会数学思辨力量的机会。

兴趣来源于动机，动机来源于需要，而需要来源于价值观。为什么青少年愿意花费很大的精力来参加数学竞赛呢？这反映了智力创造和精神成就高于物质利益的价值观念。可以毫不夸张地说，数学竞赛可以使学生自我发现数学智慧，发展科学探索精神，这对提高学生的数学素质和理性精神有着重大意义。

二、它有助于早期发现人才和培养人才。数学既是基础学科又是应用学科，对人类社会的发展有着广泛而深刻的影响。当今世界所有经济大国和科技大国，无一例外地都在努力成为数学强国。我国是具有优秀数学文化传统的国家，在改革开放的新形势下，要建设具有中国特色的社会主义，提高全民族的数学文化素质，早期发现人才、培养人才是重大的战略任务。开展青少年数学竞赛活动，适应了这一历史性潮流，具有重大的教育意义。

三、它对中学数学教学改革有积极的促进作用。普及与提高是相辅相成的，数学竞赛从一定意义上说是某种数学教育实验。它在较高层次的数学教育活动的基础上，对中学数学教学改革产生一定影响。通过数学竞赛，现代数学的新内容、新思想、新方法、新观念不断地促进中学数学教学改革。

1. 不仅重视数学学科的内容结构，而且强调数学知识的发生、发展过程与问题解决转化。

2. 注重数学知识内部之间的综合与统一，加强不同学科之间的沟通与联系。

3. 有益于更新数学观念。

4. 使学生在掌握数学基本概念和基本技能的前提下，培养学生的创新精神和实践能力。

基于以上认识,我们认为,在青少年中开展数学竞赛活动,有利于积极推进素质教育,促进初中活动课程和初中数学课外活动的开展,激发学生学习数学的兴趣,培养学生应用数学的能力和创新意识,满足学有余力的学生学习数学的愿望,发展他们的数学才能。

我会自1998年开始,每年举办“全国初中数学竞赛”,到2007年已经举办了十次。

“全国初中数学竞赛”依据教育部1999年1月15日“教基[1999]1号关于印发《中小学竞赛活动管理若干规定》的通知”精神,以《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》的理念、内容和要求为基本依据,着重考查学生对数学知识的理解 and 应用数学知识的能力。

在举办“全国初中数学竞赛”活动中,我会始终坚持以下原则:

1. 使竞赛活动成为学生课外主动的读书、学习活动,有利于他们数学知识、能力的发展和身心健康成长,促进初中数学教学质量提高。
2. 坚持自愿参加的原则,面向部分学有余力的中上等学生。
3. 按照当地教育部门、学校关于活动课程和课外活动的统一安排,不加重学生、教师、教育行政部门的负担,不影响学校正常的教学秩序。
4. 根据我会是“非营利性社会组织”的性质,坚持以竞赛活动养活动,不得以营利为目的。

“全国初中数学竞赛”的参赛对象以初三学生为主,竞赛时间为每年4月份的第一个星期日。

全国初中数学竞赛工作由中国教育学会中学数学教学专业委员会统一组织,下设命题组和秘书组。各地的竞赛工作由各省(自治区、直辖市)教育学会中学数学教学专业委员会(研究会)组织实施。在组织实施过程中,各地教育行政部门、教学研究部门给予竞赛工作极大的关心和支持。我们对上述部门的工作表示衷心的感谢!

为了总结我会十年来举办竞赛的主要经验,我会编写了本书。本书主要包括:1998年—2007年全国初中数学竞赛试题、参考答案及解析,部分省(自治区、直辖市)2006年、2007年的初赛或复赛试题、参考答案及解析。

本书的编辑和出版得到了东北大学出版社的大力支持,在此致以诚挚的谢意!

中国教育学会中学数学教学专业委员会

2007年12月

目 录

1998 年全国初中数学竞赛试题	1
1999 年全国初中数学竞赛试题	3
2000 年全国初中数学竞赛试题	6
2001 年全国初中数学竞赛试题	9
2002 年全国初中数学竞赛试题	12
2003 年全国初中数学竞赛试题	16
2004 年全国初中数学竞赛试题	20
2005 年全国初中数学竞赛试题	24
2006 年全国初中数学竞赛试题	27
2007 年全国初中数学竞赛试题	31
2006 年全国初中数学竞赛 (天津赛区) 初赛试题	35
2006 年全国初中数学竞赛 (黑龙江赛区) 初赛试题	38
2006 年全国初中数学竞赛 (浙江赛区) 初赛试题	44
2006 年全国初中数学竞赛 (浙江赛区) 复赛试题	48
2006 年全国初中数学竞赛 (山东赛区) 初赛试题	52
2006 年全国初三数学竞赛 (河南实验区) 试题	55
2006 年全国初中数学竞赛 (广东赛区) 初赛试题	59
2006 年全国初中数学竞赛 (海南赛区) 初赛试题	65
2007 年全国初中数学竞赛 (天津赛区) 初赛试题	71
2007 年全国初中数学竞赛 (黑龙江赛区) 初赛试题	74
2007 年全国初中数学竞赛 (浙江赛区) 初赛试题	80
2007 年全国初中数学竞赛 (浙江赛区) 复赛试题	85
2007 年全国初中数学竞赛 (山东赛区) 初赛试题	88
2007 年全国初三数学竞赛 (河南实验区) 初赛试题	92
2007 年全国初中数学竞赛 (广东赛区) 初赛试题	95
2007 年全国初中数学竞赛 (海南赛区) 初赛试题	101
参考答案	106

1998 年全国初中数学竞赛试题

一、选择题 (以下 1~5 小题均给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中有且只有一个是正确的, 将正确答案的代号填在题后的括号里)

1. 已知 a 、 b 、 c 都是实数, 并且 $a > b > c$, 那么下列式子中, 正确的是 ().

(A) $ab > bc$

(B) $a + b > b + c$

(C) $a - b > b - c$

(D) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

2. 如果方程 $x^2 + px + 1 = 0$ ($p > 0$) 的两根之差为 1, 那么 p 等于 ().

(A) 2

(B) 4

(C) $\sqrt{3}$

(D) $\sqrt{5}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 BD 和 CE 分别是两边上的中线, 并且 $BD \perp CE$, $BD = 4$, $CE = 6$, 那么 $\triangle ABC$ 的面积等于 ().

(A) 12

(B) 14

(C) 16

(D) 18

4. 已知 $abc \neq 0$, 并且 $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = p$, 那么直线 $y = px + p$ 一定通过 ().

(A) 第一、二象限

(B) 第二、三象限

(C) 第三、四象限

(D) 第一、四象限

5. 如果不等式组 $\begin{cases} 9x - a \geq 0, \\ 8x - b < 0 \end{cases}$ 的整数解仅有 1, 2, 3, 那么适合这个不等式组的整数 a, b 的序数对 (a, b) 共有 ().

(A) 17 个

(B) 64 个

(C) 72 个

(D) 81 个

二、填空题

6. 在矩形 $ABCD$ 中, 已知两邻边 $AD = 12$, $AB = 5$, P 是 AD 边上任意一点, $PE \perp BD$, $PF \perp AC$, E 、 F 分别为垂足, 那么 $PE + PF =$ _____.

7. 已知直线 $y = -2x + 3$ 与抛物线 $y = x^2$ 相交于 A 、 B 两点, O 为坐标原点, 那么 $\triangle OAB$ 的面积等于 _____.



8. 已知圆环内直径为 a cm, 外直径为 b cm, 将 50 个这样的圆环一个接着一个环套环地连成一条锁链, 那么这条锁链拉直后的长度为 _____ cm.

9. 已知方程 $a^2x^2 - (3a^2 - 8a)x + 2a^2 - 13a + 15 = 0$ (其中 a 是非负整数) 至少有一个整数根, 那么 $a =$ _____.

10. B 船在 A 船的西偏北 45° 处, 两船相距 $10\sqrt{2}$ km, 若 A 船向西航行, B 船同时向南航行, 且 B 船的速度为 A 船速度的 2 倍, 那么 A 、 B 两船的最近距离为 _____ km.

三、解答题

11. 如图 1, 在等腰直角三角形 ABC 中, $AB = 1$, $\angle A = 90^\circ$, 点 E 为腰 AC 的中点, 点 F 在底边 BC 上, 且 $EF \perp BE$. 求 $\triangle CEF$ 的面积.

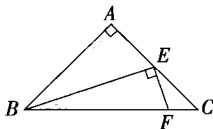


图 1

12. 设抛物线 $y = x^2 + (2a+1)x + 2a + \frac{5}{4}$ 的图象与 x 轴只有一个交点.

(1) 求 a 的值;

(2) 求 $a^{18} + 323a^6$ 的值.

13. A 市、 B 市和 C 市分别有某种机器 10 台、10 台和 8 台, 现在决定把这些机器支援给 D 市 18 台、 E 市 10 台. 已知从 A 市调运一台机器到 D 市、 E 市的运费分别为 200 元和 800 元, 从 B 市调运一台机器到 D 市、 E 市的运费分别为 300 元和 700 元, 从 C 市调运一台机器到 D 市、 E 市的运费分别为 400 元和 500 元.

(1) 设从 A 市、 B 市各调 x 台到 D 市, 当 28 台机器全部调运完毕后, 求总运费 W (元) 关于 x (台) 的函数式, 并求 W 的最小值和最大值;

(2) 设从 A 市调 x 台到 D 市, 从 B 市调 y 台到 D 市, 当 28 台机器全部调运完毕后, 用 x 、 y 表示总运费 W (元), 并求 W 的最小值和最大值.

1999 年全国初中数学竞赛试题

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分. 以下每小题均给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中有且只有一个是正确的. 将正确答案的代号填在题后的括号里)

1. 在平面上, 一个凸 n 边形的内角和小于 1999° , 则 n 的最大值是 ().

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

2. 某城市按以下规定收取煤气费: (1) 每月所用煤气按整立方米数计算; (2) 若每月用煤气不超过 60 立方米, 按每立方米 0.8 元收费, 若超过 60 立方米, 超过部分按每立方米 1.2 元收费. 已知某户人家某月的煤气费平均每立方米 0.88 元, 则这户人家需要交煤气费 ().

- (A) 60 元 (B) 66 元 (C) 70 元 (D) 75 元

3. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的一点, 已知 $AC = 5$, $AD = 6$, $BD = 10$, $CD = 5$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 ().

- (A) 30 (B) 36 (C) 72 (D) 125

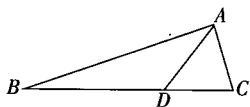


图 1

4. 已知实数 x 满足 $\sqrt{4x^2 + 18 - 12\sqrt{2}|x|} = 2x + 3\sqrt{2}$, 那么 x 的取值范围是 ().

- (A) $x \geq -\frac{3}{2}\sqrt{2}$ (B) $-\frac{3}{2}\sqrt{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\sqrt{2}$
(C) $x \leq 0$ (D) $-\frac{3}{2}\sqrt{2} \leq x \leq 0$

5. 如果抛物线 $y = x^2 - (k-1)x - k - 1$ 与 x 轴的交点为 A 、 B , 顶点为 C , 那么 $\triangle ABC$ 的面积的最小值是 ().

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

6. 已知三个两两互质的正整数 x, y, z 满足方程组 $\begin{cases} x^3 + y^3 + 3xyz = z^3, \\ x^2 + 7y^2 = z^2, \end{cases}$ 则 $x^2 + y^2 + z^2$ 等于 ().

(A) 10

(B) 18

(C) 19

(D) 26

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分)

7. a, b 是两个正整数, 使得 $9a + 9b = 2ab - 19$, 则 a 的最大值是_____.

8. 如图 2, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 8$, 过点 D 作一圆与 AB 和 BC 相切, 与边 AD 和 DC 分别交于点 E 和点 F . 已知 $5AE = 4DE$, $8CF = DF$, 则平行四边形 $ABCD$ 的周长是_____.

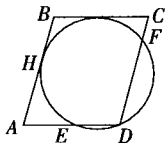


图 2

9. 设实数 $x > 2$, 并且满足方程 $x - 1 + \frac{3}{x-2} = 2\sqrt{x+1}$, 则 $x =$ _____.

10. 设实数 s 和 t 满足方程 $19s^2 + 99s + 1 = 0$, $t^2 + 99t + 19 = 0$, 并且 s 和 t 的积不等于 1, 那么 $\frac{st + 4s + 1}{t} =$ _____.

11. 已知 $\triangle ABC$ 的三条边长分别为 $AB = 13$, $BC = 5$, $CA = 12$. CT 是 $\angle C$ 的内角平分线, $\triangle ABC$ 关于直线 CT 的对称图形是 $\triangle A'B'C'$, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的公共部分的面积是 $\frac{m}{n}$, m, n 是互质的正整数, 则 $m + n =$ _____.

12. 一个等腰三角形可以被一条直线分割成两个等腰三角形(可以不同), 那么所有这些不同的等腰三角形(相似的三角形认为是相同的)的顶角和是_____.

三、解答题 (本题共 3 小题, 每小题 20 分, 满分 60 分)

13. 实数 a, b, c 满足不等式 $|a| \geq |b+c|$, $|b| \geq |c+a|$, $|c| \geq |a+b|$. 求证: $a+b+c=0$.

14. 如图 3, 四边形 $ABCD$ 内接于直径为 3 的圆, 对角线 AC 是直径, P 是 AC 和 BD 的交点, 已知 $PC = 0.6$, 求四边形 $ABCD$ 的周长.



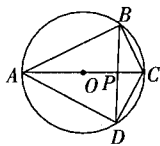


图 3

15. 如图 4, 某村庄 A 位于铁路线的一边, 距铁路线 s 公里的地方. 为了向城市 B 提供粮食, 需要在铁路线上筹建一个火车站. 粮食先用汽车沿公路运到火车站, 然后再用火车运到城市 B . 已知 A 到铁路线的距离 $AD = s$ 公里, $BD = l$ 公里. 如果运输费用为汽车每公里 a 元, 火车每公里 b 元. 问: 火车站 C 应建在何处, 可以使总的运费最低?

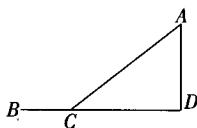


图 4

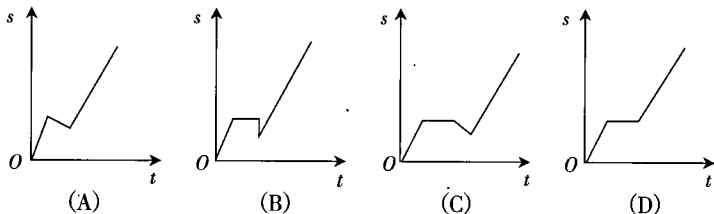
2000 年全国初中数学竞赛试题

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分. 每小题均给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论, 其中只有一个是正确的. 请将正确答案的代号填在题后的括号里).

1. 设 a 、 b 、 c 的平均数为 M , a 、 b 的平均数为 N , N 、 c 的平均数为 P . 若 $a > b > c$, 则 M 与 P 的大小关系是 ().

- (A) $M = P$ (B) $M > P$ (C) $M < P$ (D) 不确定

2. 某人骑车沿直线旅行, 先前进了 a 千米, 休息了一段时间, 又原路返回 b 千米 ($b < a$), 再前进 c 千米, 则此人离起点的距离 s 与时间 t 的关系示意图是 ().



3. 甲是乙现在的年龄时, 乙 10 岁; 乙是甲现在的年龄时, 甲 25 岁. 那么 ().

- (A) 甲比乙大 5 岁 (B) 甲比乙大 10 岁
(C) 乙比甲大 10 岁 (D) 乙比甲大 5 岁

4. 一个一次函数的图象与直线 $y = \frac{5}{4}x + \frac{95}{4}$ 平行, 与 x 轴、 y 轴的交点分别为 A 、 B , 并且过点 $(-1, -25)$, 则在线段 AB 上 (包括端点 A 、 B), 横、纵坐标都是整数的点有 ().

- (A) 4 个 (B) 5 个 (C) 6 个 (D) 7 个

5. 设 a 、 b 、 c 分别是 $\triangle ABC$ 的三边的长, 且 $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a+b+c}$, 则它的内角

$\angle A$ 、 $\angle B$ 的关系是().

- (A) $\angle B > 2\angle A$ (B) $\angle B = 2\angle A$
(C) $\angle B < 2\angle A$ (D) 不确定

6. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a, b, c , 面积为 S ; $\triangle A'B'C'$ 的三边长分别为 a', b', c' , 面积为 S' , 且 $a > a', b > b', c > c'$, 则 S 与 S' 的大小关系一定是 ().

- (A) $S > S'$ (B) $S < S'$ (C) $S = S'$ (D) 不确定

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分)

7. 已知 $a = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{1}$, 那么 $\frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{1}{a^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如图 1, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = 8$, $BC = 6\sqrt{2}$, $\angle BCD = 45^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$, 则梯形 $ABCD$ 的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

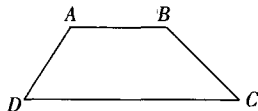


图 1

9. 已知关于 x 的方程 $(a-1)x^2 + 2x - a - 1 = 0$ 的根都是整数, 那么符合条件的整数 a 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.

10. 如图 2, 工地上竖立着两根电线杆 AB, CD , 它们相距 15 m, 分别自两杆上高出地面 4 m、6 m 的 A, C 处, 向两侧地面上的 E, D 和 B, F 点处, 用钢丝绳拉紧, 以固定电线杆. 那么钢丝绳 AD 与 BC 的交点 P 离地面的高度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ m.

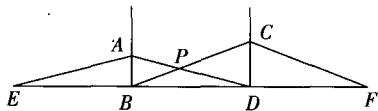


图 2

11. 如图 3, 在直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的顶点 B 的坐标为 $(15, 6)$, 直线 $y = \frac{1}{3}x + b$ 恰好将矩形 $OABC$ 分成面积相等的两部分, 那么 $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

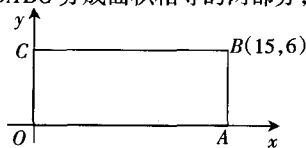


图 3



12. 某商场经销一种商品, 由于进货时价格比原进价降低了 6.4%, 使得利润率增加了 8 个百分点, 那么经销这种商品原来的利润率是_____.

(注: 利润率 = $\frac{\text{销售价} - \text{进价}}{\text{进价}} \times 100\%$.)

三、解答题 (本题共 3 小题, 每小题 20 分, 满分 60 分)

13. 设 m 是不小于 -1 的实数, 使得关于 x 的方程 $x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 3m + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .

(1) 若 $x_1^2 + x_2^2 = 6$, 求 m 的值.

(2) 求 $\frac{mx_1^2}{1-x_1} + \frac{mx_2^2}{1-x_2}$ 的最大值.

14. 如图 4, 已知四边形 $ABCD$ 外接圆 $\odot O$ 的半径为 2, 对角线 AC 与 BD 的交点为 E , $AE = EC$, $AB = \sqrt{2} AE$, 且 $BD = 2\sqrt{3}$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.

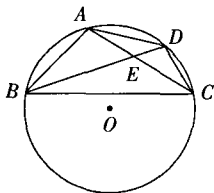


图 4

15. 一幢 33 层的大楼有一部电梯停在第一层, 它一次最多能容纳 32 人, 而且只能在第 2 层至第 33 层中的某一层停一次. 对于每个人来说, 他往下走一层楼梯感到 1 分不满意, 往上走一层楼梯感到 3 分不满意. 现在有 32 个人在第一层, 并且他们分别住在第 2 至第 33 层的每一层. 问: 电梯停在哪一层, 可以使这 32 个人不满意的总分达到最小? 最小值是多少? (有些人可以不乘电梯而直接从楼梯上楼.)

2001 年全国初中数学竞赛试题

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分. 每小题均给出了代号为 A、B、C、D 的四个选项, 其中只有一个选项是正确的. 请将正确选项的代号填在题后的括号里)

1. 化简 $\frac{2^{n+4} - 2(2^n)}{2(2^{n+3})}$, 得 ().

- (A) $2^{n+1} - \frac{1}{8}$ (B) -2^{n+1} (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{7}{4}$

2. 如果 a 、 b 、 c 是三个任意整数, 那么 $\frac{a+b}{2}$ 、 $\frac{b+c}{2}$ 、 $\frac{c+a}{2}$ ().

- (A) 都不是整数 (B) 至少有两个整数
(C) 至少有一个整数 (D) 都是整数

3. 如果 a 、 b 是质数, 且 $a^2 - 13a + m = 0$, $b^2 - 13b + m = 0$, 那么 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的值为 ().

- (A) $\frac{123}{22}$ (B) $\frac{125}{22}$ 或 2
(C) $\frac{125}{22}$ (D) $\frac{123}{22}$ 或 2

4. 如图 1, 若将正方形分成 k 个全等的矩形, 其中上、下各横排两个, 中间竖排若干个, 则 k 的值为 ().

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

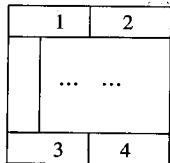


图 1

5. 如图 2, 若 $PA = PB$, $\angle APB = 2\angle ACB$, AC 与 PB 交于点 D , 且 $PB = 4$,

$PD=3$, 则 $AD \cdot CD$ 等于 ().

(A) 6

(B) 7

(C) 12

(D) 16

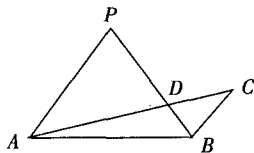


图 2

6. 若 a, b 是正数, 且满足 $12345 = (111 + a)(111 - b)$, 则 a 与 b 之间的大小关系是 ().

(A) $a > b$ (B) $a = b$ (C) $a < b$

(D) 不能确定

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分)

7. 已知 $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, 那么 $\frac{y}{x^2} + \frac{x}{y^2} =$ _____.

8. 若 $x^2 + xy + y = 14$, $y^2 + xy + x = 28$, 则 $x + y$ 的值为 _____.

9. 用长为 1, 4, 4, 5 的线段为边作梯形, 那么这个梯形的面积等于 _____.

10. 销售某种商品, 如果单价上涨 $m\%$, 则售出的数量就将减少 $\frac{m}{150}$. 为了使该商品的销售总金额最大, 那么 m 的值应该确定为 _____.

11. 在直角坐标系 xOy 中, x 轴上的动点 $M(x, 0)$ 到定点 $P(5, 5)$ 、 $Q(2, 1)$ 的距离分别为 MP 和 MQ , 那么当 $MP + MQ$ 取最小值时, 点 M 的横坐标 $x =$ _____.

12. 已知实数 a, b 满足 $a^2 + ab + b^2 = 1$, 且 $t = ab - a^2 - b^2$, 那么 t 的取值范围是 _____.

三、解答题 (本题共 3 小题, 每小题 20 分, 满分 60 分)

13. 某个学生参加军训, 进行打靶训练, 必须射击 10 次. 在第 6、第 7、第 8、第 9 次射击中, 分别得了 9.0 环、8.4 环、8.1 环、9.3 环. 他的前 9 次射击所得的平均环数高于前 5 次射击所得的平均环数. 如果他要使 10 次射击的平均环数超过 8.8 环, 那么他在第 10 次射击中至少要得多少环? (每次射击所得环数都精确到 0.1 环.)

14. 如图 3, 已知点 P 是 $\odot O$ 外一点, PS 、 PT 是 $\odot O$ 的两条切线, 过点 P 作 $\odot O$ 的割线 PAB , 交 $\odot O$ 于 A 、 B 两点, 与 ST 交于点 C . 求证: $\frac{1}{PC} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{PA} + \frac{1}{PB} \right)$.