

振动试验的等效技术

[美] W·C·Fackler 编

《强度与环境》编辑部

1979

Equivalence Techniques

for

Vibration Testing

Warren C. Fackler

☆

内 容 简 介

本书是美国冲击振动情报中心编辑出版的冲击振动专题论文集中的一集(SVM-9)，对1971年初以前振动试验的等效技术作了系统的总结，包括累积损伤等效、量级等效、机械阻抗等效及等效技术的应用。书后附有几百篇文献的提要，材料丰富，对航天、航空、船舶、车辆、地震工程等方面的工程技术人员有一定的参考价值。

本书由吴家驹、杜德昌译，俞树奎参加了校订。

目 录

第一章 引 论	4
第二章 累积损伤理论的评述	6
2.1 疲劳和累积损伤	6
2.2 基础等效理论	11
Miner 法	11
Corten—Dolan 理论	14
Shanley 1 x 法和 Shanley 2 x 法	17
3 累积损伤过程	20
线性累积损伤	20
非线性累积损伤	20
现象学	20
第三章 累积损伤等效	27
3.1 引 言	27
损伤机理	27
载荷与寿命的关系	28
3.2 试验时间缩比	30
简单谱等效	31
复杂谱等效	36
时间缩比应用实践	38
3.3 试验类型改变的等效方法	38
引 言	38
Miles 法	40
Spence 和 Luhrs 法	42
Crede 和 Lunney 法	47
Mains 法	49

<i>Hall</i> 和 <i>Waterman</i> 法	50
<i>Gerks</i> 法	53
试验类型改变的应用实践	56
第四章 量级等效	60
4.1 引言	60
4.2 应力等效	60
等均方根响应	61
等峰值分布	63
随机扫描	65
4.3 基于试件发生故障的等效方法	70
4.4 量级等效的应用	72
第五章 相互作用等效方法	73
5.1 引言	73
5.2 阻抗等效	74
基本概念	75
举例	78
响应控制	81
输入功率控制	81
输入力控制	83
振声试验	84
第六章 等效技术在振动试验中的应用	86
6.1 引言	86
6.2 保持真实性	87
6.3 等效技术的选择	87
确定使用环境	88
典型使用环境	90
验收要求的解释	90
合成等效图的应用	91

6.4 等效和试验	91
试验精度	91
试验的应用	93
第七章 结束语	95
符号	98
参考文献	102

第一章 引 论

这集专题论文旨在详细评论实验室中用以确定和模拟使用振动环境的等效技术，进而对以前零星分散的振动等效方法的研究工作作一全面和系统的归纳。

振动等效这个术语应当理解为与下列因素有关：(1) 用以推导试验量级的各种方法；(2) 完成模拟使用振动条件的试验；(3) 再现临界损伤过程。将上述含义加以引伸，还可以包括推导产品设计和性能估计所用的替代振动载荷的那些方法。这样，根据前面的解释，振动等效包含了一般的振动模拟技术，而限于五十年代中期想要实现，但未获成功的随机—正弦等效。

振动等效可以以相等性作基础分为两类(图 1.1)。第一类包括通过定义损伤标准和使不同振动试验产生的损伤量相等，这样建立相等性的那些理论。这类等效技术包括累积直至最后引起破坏的损伤和那种是试件响应的某些参数值的函数的损伤。第二类等效技术是通过试件和它的基础之间始终存在的结构相互作用的认识，来改善试验合理性的方法。

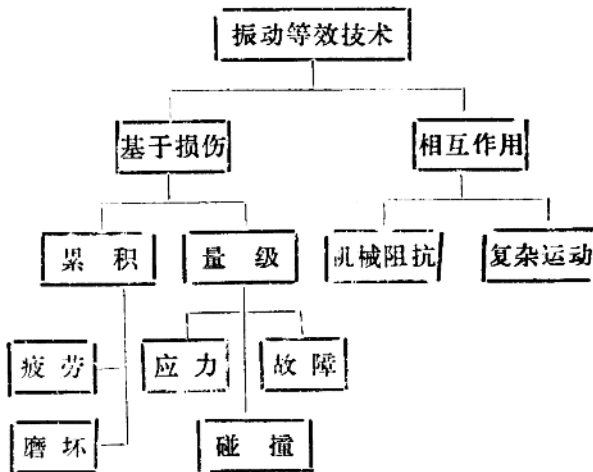


图 1.1 振动等效分类

基于累积损伤的等效主要依赖于解释材料疲劳过程的各种理论。第三章介绍推导累积损伤等效所需的基本理论，并给出了改变试验时间和改变试验类型的各种方法。基于损伤量级的等效是使诸如运动或者性能故障那样重要的试件响应特征相等的方法。这种等效在第四章介绍。第五章阐述相互作用等效技术，在很大程度上，这一章是对用机械阻抗概念去改善试验合理性问题的现行工作作一评论。机械阻抗等效很难实现，因为使用情况下的力

的数据一般不能提供或者很难得到。这一章的重点是让读者了解，如果忽略试件与基础的相互作用，那么试验和等效都将会有缺陷。第六章讨论振动等效技术的应用和等效概念用于处理有意义的振动试验问题。尽管“试验”这个词在文中经常出现，但决不是说外场数据处理工作不是重点。第六章的目的是统一与振动模拟和试验相联系的每一件主要工作，讨论每件工作与另外一些工作之间的关系，指出用等效技术确定这些工作之间相互关系的方式。

振动等效技术应用于验收振动试验，涉及到如何使用工程判断和经验，以及对结果中的某些不精确性的接受程度问题。因此，即使等效技术的不精确程度比现行试验引起的不精确程度更容易确定，但对于如何使用等效技术也还存在某些争议〔1〕。

这集所包含的内容，取自直接对每一篇与振动等效有关的文章的**通盘调查和文献调查**。资料的主要来源如下：

- 一. 1970年以前的全部非秘冲击振动公报。
- 二. 从1958年到1971年2月的应用科学和技术索引。
- 三. 国防资料中心所做的文献调查(1970年3月以前的20年内)。
- 四. 国家宇航局所做的文献调查(1970年3月以前的20年内)。
- 五. 从1969年1月至1971年3月的冲击振动文摘。
- 六. 被评论的论文中所引用的参考文献。
- 七. 做书信调查时，振动试验领域内186个作者和工程师所建议的附加来源。

编者对包括在集内的每篇论文、文章或者报告都阅读过并做了注解。报告来源很广，许多出自美国之外。我们发现大多数作者都假定读者都已熟悉疲劳损伤和机械阻抗的知识，但本集还是为那些没有入门知识的读者准备了这两方面的初步知识。

对从事振动试验的作者和工程师做的书信调查引起很大反响。有些复信已经引用，它们代表了应答者的普遍看法。对某些未发表的备忘录、文章和报告也作了调查，但是本文集只包括可以发表的材料。

妨碍阅读和比较许多作者著作的一个老问题，是使用符号法不一致，以及与之相应地缺乏精确定义重要符号意义的符号法技术。我们采用广义符号法(在整个论文集中也都使用这个符号法)可以解决这个问题(见附录)。

我们打算尽量使这集专题论文所提供的各种振动等效技术及其应用，归纳得**既完整又系统**。因此，倘若有任何重要的文章和报告被遗漏的话，编者乐意接受对此所做的批评。

第二章 累积损伤理论的评述

对于读者来说，熟悉疲劳理论的基本要点是很重要的，因为这一概念是累积损伤等效的基础。尤其需要研究的是与疲劳和累积损伤过程有关的概念。虽然概念本身并不难以掌握，但是，很容易把材料的特性理解为一个绝对的性质，而事实上材料特性却依赖于某些不怎么明显的变量。例如，有许多手册、技术论文和产品规格，可以从其材料机械性质的表格中查到材料的极限强度。表中列出的值对大多数工程问题来说都是适用的。但是，设计诸如飞机起落架那样承受快速变化的载荷的结构时，如果工程师不知道某些材料在高应变速率下其极限强度会增加的话，就可能拒绝采用其中满足其他全部标准的材料。还可以引证其他例子，比如说延性和蠕变对温度的依赖性。但是我们有必要专门研究影响振动等效技术使用的那些材料特性。

本章第一节评论了疲劳理论和累积损伤概念。这一节打算作为入门知识，对于精通疲劳概念的读者可以不看。

第二节介绍了三种累积损伤理论的详细内容。这些理论是很重要的，因为现行的每一种累积损伤等效方法，其数学表达式都可以简化成三种理论中的一种或几种。比较熟悉的读者也可以不看。

本章最后一节有一张汇集了所有疲劳理论的一览表，这是作者在准备这集专题论文文献调查时整理成的。每一种疲劳理论按线性、非线性及现象学归类。此外，每一种理论都作简要的介绍，并列出了合适的文献来源。这一节打算给那些对比较复杂等效技术感兴趣的读者准备初步知识。

有许多合适的文章，可供对比较详细介绍疲劳损伤问题研究进展感兴趣的读者查阅，这些文章包括参考文献 2 到 5。

2.1 疲劳和累积损伤

疲劳是载荷重复作用引起的损伤累积过程。载荷这个术语用来表示作用在物体上的一个力或一组力，并用振幅、方向和时间之间已知的或实测的关系来描述。载荷作用的结果是受载物体变形和形成应力图。由此可见，用应力和应力循环来讨论材料疲劳性质，含有加给给定物体一个规定的载荷图的意思。这样，可以用载荷这个术语来完全地定义力所引起的应力和变形——不论这些力起源于物体内部或外部，起源于力矩的改变，还是由于热膨

胀引起，或者其他力来源引起的。

载荷可以是一个或几个单载荷的作用，几个特定载荷的顺序作用，一个或几个单载荷或顺序载荷的叠加，随机载荷和单一或顺序载荷的叠加，或者是纯随机载荷。每一种载荷情况都会影响材料的疲劳寿命。这种影响的性质已为几个研究者所关心，他们努力寻找适应各种载荷形式的疲劳模型。现行的疲劳理论建立在累积损伤概念的基础上。累积损伤的概念指的是每一个载荷循环引起增量损伤，并且不断累积，一直达到某个损伤水平，试件发生破坏为止。

疲劳损伤领域的历史表明，重复载荷引起的结构疲劳破坏，在十九世纪初之前还没有引起足够的重视[4]。那时，许多工程师甚至只勉强承认包括现在所确定的持久极限以上的载荷在内的小重复载荷，会引起累积损伤和导致破坏的概念。但是疲劳破坏在使用期间经常出现，而且能辨别出这是所有机械断裂的主要原因[6]。

我们可以认为疲劳过程有两个发展阶段，即裂纹产生阶段和裂纹扩展阶段[7]。用于预估疲劳寿命的各种理论在对每个发展阶段的处理方面有所差别。本章后一节讨论各种理论间的差别；不过，这里值得提起的是某些理论对于两个损伤累积阶段始终有效，而另一些理论对每一阶段却给出不同的模型。

外加载荷所引起的应力和在给定的条件下发生破坏的载荷重复次数之间的关系，可用类似于图 2.1 所示的曲线来表示。这种曲线代表试验数据的平均值，一般画在对数坐标上。在一定范围内，对数曲线可以用图 2.2 中的 (A) 或 (B) 那样一类的直线关系来近似。这些曲线通常都叫做 $S-N$ 曲线， S 表示应力幅值， N 是引起破坏的等幅载荷施加的期望次数。

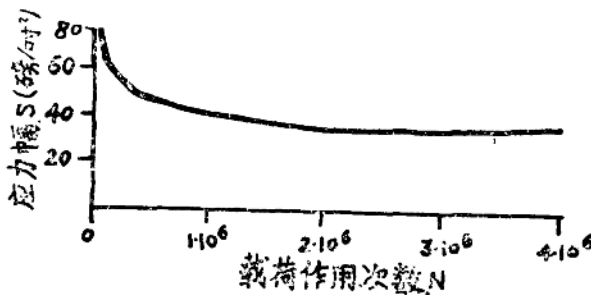


图 2.1 应力水平与载荷作用次数的关系

材料所能承受的应力作用次数叫做疲劳寿命，它随载荷水平而改变。如果材料在低于某一水平的反复应力作用下不会发生破坏，那么这个特定的应力水平就叫做持久极限。

图 2.2 的曲线 (A) 表示材料有明显的持久极限，而曲线 (B) 或 (C) 的材料持久极限是

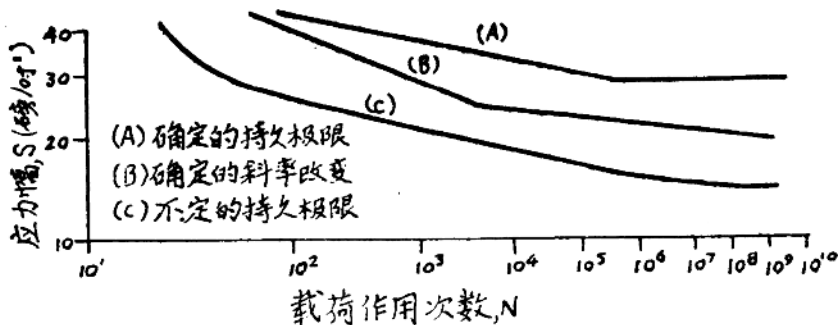


图 2.2 典型的 $S-N$ 曲线

不确定的。在持久极限不明确的情况下，通常取 $N = 10^7$ 循环的应力水平作为持久极限。

做出 $S-N$ 曲线的试验方法一般需要非常小心地控制，以便保证试件几何尺寸、加载情况、温度及其合金成份等因素的一致性。可是在任何一个载荷水平下，试验数据还可能散布在 10 : 1 到 100 : 1 的范围上。因此， $S-N$ 曲线只有用平均应力及其标准偏差或者用特定应力水平发生破坏的概率来表示时才有意义。

选择 $S-N$ 曲线时，除了保证数据是取自所研究的材料和知道数据散布范围之外，还需要考虑几个别的因素。

温度的变化会改变疲劳破坏过程。降低温度一般使产生裂纹核所需的载荷循环次数增加。在比较高的温度，如裂纹已经形成，那么它有较快扩展的趋势，而材料有在比较短的裂纹长度下发生破坏的趋势。增加温度可能增加裂纹扩展速率，而蠕变过程增进了疲劳损伤过程。温度对疲劳寿命的影响情况示于图 2.3。

试件的几何形状，尤其是产生应力集中的尖锐内拐角、孔、缺口或者内部夹杂物会改变试件的疲劳性质。应力集中可能使材料的大部分承受反复塑性应变。承受反复塑性应变的区域可能变成一个疲劳裂纹源，在连续载荷作用下，裂纹扩展穿过材料，过早地引起疲劳破坏。缺口对试件疲劳寿命的影响举例示于图 2.4。对于有缺口或别的应力集中点的试件，选择 $S-N$ 曲线时必须考虑应力集中问题^[6,10]。

外加载荷的性质会影响试验的 $S-N$ 关系。大多数疲劳试验都是用一个试件在零平均应力上下反复的载荷循环地加载。在图 2.5，当 $\Delta S = 0$ 和 $S(\text{最大}) = -S(\text{最小})$ 时，存在零平均应力条件。如果一定的平均应力水平 ΔS 是用予加载荷或保留残余应力的办法来产生的，那么可以说波动应力为 $S = \Delta S + S(\text{变量})$ 。倘若平均应力绝对值比较小，那么平均应力对疲劳寿命影响较小。平均应力为交变应力的三分之一左右时，可以算作“小”平

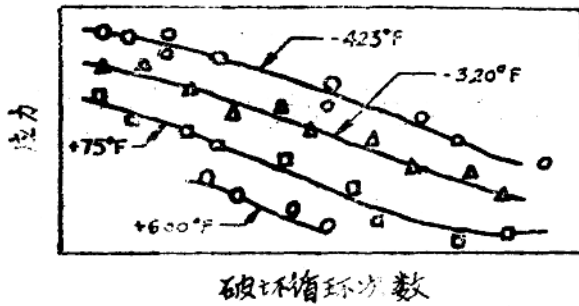


图 2.3 疲劳寿命随试验温度的变化
(对于大多数材料的典型情况) [9]

均应力 (8)。当平均应力等于或大于交变应力时，

$$|\Delta S| \geq |S(\text{变量})| \quad (2-1)$$

这应力称为脉动应力，有时用 S (最大) 与 S (最小) 之比来表示。

外加载荷克服了压缩平均应力或压缩残余应力之后才能产生拉伸应力。产品设计时为了增加关键结构或元件的疲劳寿命，经常有意识地采用压缩平均应力。其结果是降低给定载荷引起的拉伸应力，因而降低重复地张开已有的疲劳裂纹的倾向。

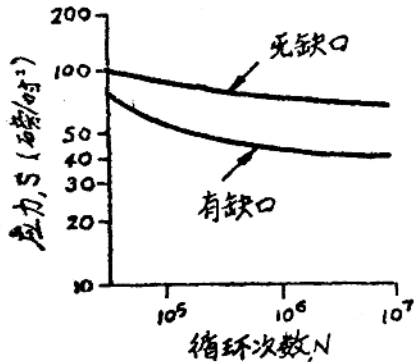


图 2.4 旋转梁试件由于缺口引起的疲劳寿命下降的典型曲线

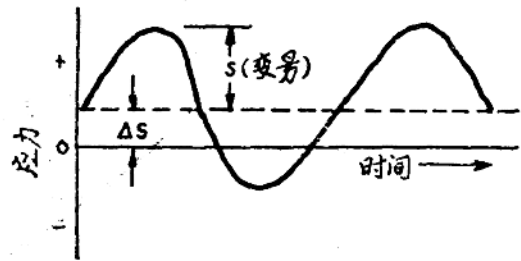


图 2.5 循环加载所产生的应力

$S-N$ 曲线在大部分有用范围内经常用双对数坐标上的直线来近似。按实际情况来说，这样做是可以的，因为：(1) 很低循环下的破坏接近静强度条件，只要补偿加载速度即可；(2) 高循环范围精度很低，尽量避免使用，因为应力的微小变化会导致 N 的很大改变。在高循环范围内小心使用的理由是损伤事实上在低于 $S-N$ 曲线的应力下就累积了 [11]。

用基本的疲劳性能精确计算累积损伤，即使对于简单的试验有时也存在疑问，因为对

疲劳损伤基本机理的了解还很粗浅。Freudenthal^[12]设想将循环应力幅值的效果分成三部分：

1. $N < 10^5$ 次循环的高应力范围。在这个范围内的破坏特征是伴随着硬化的严重晶粒破碎和扭歪。

2. $10^5 < N < 10^7$ 次循环的“真正”疲劳应力范围，这个范围内的破坏特征是反复滑移和滑移集中成带有很小硬化的滑移线。

3. $N > 10^7$ 次循环的“安全”应力范围。这个范围内有广泛分布的滑移，但是既没有发生硬化也没有形成实在的空穴或微裂纹。

简化的 $S-N$ 曲线举例示于图 2.6。当对数 $S-N$ 曲线的斜率如图示那样定义后， $S-N$ 关系便成为，

$$b \log S = \log C - \log N \quad (2.2)$$

其中 C 是按已知参考条件下确定的常数。(2.2) 式经常写成另一种形式，

$$NS^b = C_1 \quad (2.3)$$

其中指数 b 对于各种材料大约可取为 5~20。如果需要研究 S 改变时 N 的变化，那么可用下式

$$N_i = N_0 \left(\frac{S_0}{S_i} \right)^b \quad (2.4)$$

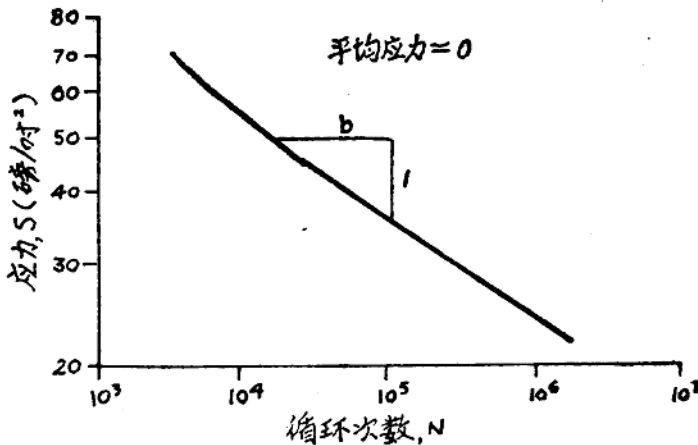


图 2.6 7075 铝合金的 $S-N$ 图

其中脚标 0 表示 $S-N$ 曲线上的已知点，脚标 i 表示与 i 级载荷有关的条件或 i 级载荷引起的条件。

2.2 基础等效理论

Miner 法

Miner 法^[15]是使用最普遍的线性累积损伤理论，它比较简单，而其予估结果通常和别的方法一样精确。*Miner* 法有时又叫做 *Palmgren-Miner* 理论，这是考虑到 *Palmgren* 正式提出线性损伤累积概念比 *Miner* 早 20 年。*Langer*^[7] 也研究了一般意义的线性损伤累积，认为疲劳过程包括裂纹产生和裂纹扩展两个阶段。

Miner 理论把试件加载期间，每一载荷水平所消耗的那一部分有用的试件寿命进行简单的相加。假设疲劳损伤与试件所吸收的功成比例，而所吸收的功又与所加的应力循环次数和在给定应力水平产生破坏的应力循环次数之比成比例。假定损伤与加载顺序无关，损伤总和是载荷的一个简单函数；试件达到破坏所需的损伤总和是常数。当所有循环应力所引起的部分损伤的总和等于 1 时，试件便发生破坏。

$$D = \sum_{i=1}^m d_i = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} \quad (2.5)$$

其中： D = 试件各级载荷 ($i=1, 2, \dots, m$) 造成的损伤叠加，

d_i = i 级载荷上的部分损伤或被消耗的部分疲劳寿命，

n_i = 试件在 i 级载荷上经受的循环次数，

N_i = 从相应材料的 $S-N$ 曲线上取得的在 i 级载荷对应的破坏的循环次数。

Miner 从实际破坏中所获得的总累积损伤的试验数据，给出 D 值的变化范围是从 0.61~1.45。损伤叠加的变化已被其他研究者所证实^{[15][16]}。破坏时损伤量的绝对值是载荷水平和加载顺序的函数，对于变幅加载明显地偏离 $D=1$ 的破坏判据。*Freudenthal* 和 *Heller*^[17] 已经证实：在光滑无缺口的 2024 铝和 4320 钢试件上作用混合应力时， D 值在 0.1 到 1.0 之间变化。*Hillberry*^[18] 发现对于 2024 铝，在随机载荷下用 *Miner* 假设所得到的 D 值从 1.5 到 5.0。从 0.3 到 3.0 的范围似乎包含了全部很好混合的载荷谱；但是，共轴试验得到的值未必能合理表示使用环境。采用疲劳理论建立振动等效关系一般宁可取试验之间损伤的相等，而不是损伤叠加值的相等。如果用 *Miner* 理论来估算疲劳寿命，那么 $D=1$ 是一个很好的平均值；倘若打算得到偏保守的寿命予估值，那么可以假定其值降到 $D=0.3$ 。

Miner 累积损伤理论与应力无关，因为假定对等量的部分寿命有等量的损伤，而不

管应力幅的大小。将损伤循环比变化的标准曲线画成图 2.7 那样，是很有启发性的。由于不存在对应力的依赖性，便可用图 2.7 那样的一条曲线来表征损伤累积过程。这里假设任意循环所引起的损伤量仅取决于该循环作用载荷幅值下的破坏周数（寿命），而与该循环前所消耗掉的总寿命或以前的载荷大小无关，即：

$$\Delta D_i = \frac{dD}{d\left(\frac{n}{N}\right)} \frac{1}{N_i} \quad (2.6)$$

如果由于以前载荷的作用，在规定载荷水平下损伤曲线的斜率发生了变化，那么上式不再成立〔19〕。

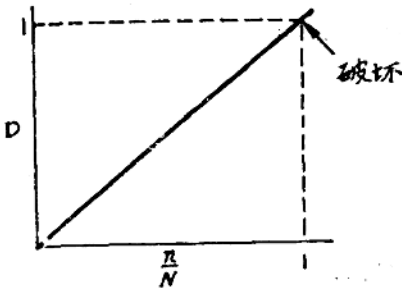


图 2.7 损伤循环比关系
(与应力无关)

因为破坏形式可能与量值有关，所以要进一步研究破坏时损伤的定义。足够深的疲劳裂纹在高载荷下会引起彻底破坏，而在较低载荷不会引起破坏。破坏（或者是裂纹深度或强度绝对损失的百分率）的定义必须使用统一，才能保证图 2.7 所示的关系的正确性。

j 组不同的载荷历程所产生的以循环次数计的试件疲劳寿命 N_f 可以按 Miner 理论推导出：

$$N_f = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sum_{j=1}^m n_{ij}}{\sum_{j=1}^m \left(\frac{n_{ij}}{N_{fj}} \right)} \right] \quad (2.7)$$

现在有可能推导等效应力表达式，这个等效应力经过外加载荷全部的循环次数后所产生的损伤与某 i 个应力水平所产生的损伤相同，

$$S_e = \left(\frac{\sum n_i S_i^b}{\sum n_i} \right)^{1/b} \quad (2.8)$$

其中 S_e 是等效应力。

Miner 假设一般用于常幅应力谱的线性叠加。可是，它也能推广到连续谱或随机载荷谱，只要假定载荷谱中的每一个峰值表示一次“循环”，并假定窄带随机载荷谱存在着特征频率。这个频率定义作每单位时间内以负斜率穿过零线的平均次数。已知峰值的概率

密度，特征频率便可以计算

$$f_c = \frac{E[n_p]}{t P[S] ds} \quad (2.9)$$

其中，

$E[n_p]$ = t 时间内波峰数的期望值，

f_c = S 和 $S + ds$ 之间波峰的特征频率，

$P(S) ds$ = 应力幅处于 S 和 $S + ds$ 之间的循环次数的期望值。

外加载荷 i 所产生的单峰应力 S_i 造成损伤增量是 $1/N_i$ 。由于诸值的连续改变，损伤垒加可用积分表示，

$$E[D] = f_c t \int_0^{\infty} \left(\frac{P[S]}{N[S]} \right) ds \quad (2.10)$$

其中

$N(S)$ = 在应力幅为 S 时达到破坏的循环次数，

$P[S]$ = 峰值应力的概率密度，

$E[D]$ = 时间 t 内累积损伤的期望值。

(2.10) 式可以按严格的形式进行计算，只要以下条件得到满足：(a) 载荷频率很窄，足以保证能计算出 f_c ；(b) 应力历程是平稳的正态（高斯）过程；(c) 疲劳曲线在双对数座标上可以用直线表示；(d) 峰值应力的概率分布 $P[S]$ 已知。当这些条件满足时，则：

$$E[D] = \frac{f_c t}{C_1} (\sqrt{2S})^b \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) \quad (2.11)$$

其中 Γ 表示 Γ 函数， C_1 由 (2.3) 式确定。

由于在理论上峰值应力可能接近无穷大，所以经常用均方根应力来形成对数随机 $S-N$ 曲线。对数随机 $S-N$ 曲线，或者对数 $\bar{S}-N$ 曲线可以经过计算破坏时的 (2-11) 式来决定，

$$N \bar{S}^b = C_1 \left[2^{b/2} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) \right]^{-1} \quad (2.12)$$

其中 \bar{S} 是均方根应力， $f_c t = N$ ，损伤等于 1。Root^[20] 用 (2.12) 式和 (2.3) 式作出了随机均方根应力与正弦峰值应力之比随参数 b 变化的曲线 (图 2.8)。图 2.9 提供了对数 $S-N$ 曲线和对数 $\bar{S}-N$ 曲线之间的典型比较。

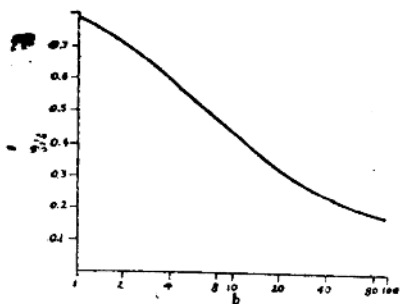


图 2.8 \bar{S}/S 和 b 之间的关系 [20]

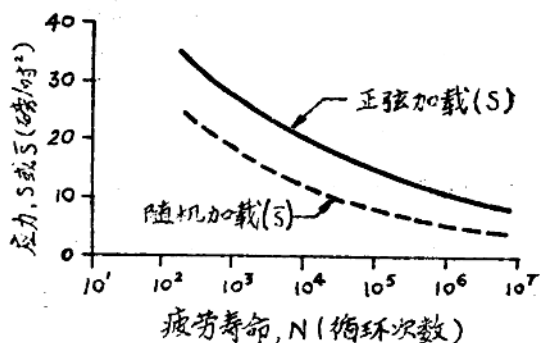


图 2.9 随机加载和正弦加载的疲劳寿命比较 [21]

Corten-Dolan 理论

Corten 和 Dolan [22, 23] 研究了估算疲劳损伤的非线性理论。Corten-Dolan 方法基于有效损伤核数及裂纹扩展速率。认为交变载荷的大小确定了损伤核的数目和裂纹扩展速率。第 i 级载荷的累积损伤表示式可写成：

$$D_i = m_i r_i n_i^{a_i} \quad (2.13)$$

其中

m = 损伤核的数目，

r = 常数裂纹扩展速率，

a = 试验确定的常值指数。

(2.13) 式中的常数，在特定载荷下（单量值试验的应力幅值）是固定的，对于不同的载荷水平可能变化。破坏时的损伤可考虑为 1。这就推导出损伤与循环比的函数关系式：

$$D_i = \left(\frac{n_i}{N_i} \right)^{a_i} \quad (2.14)$$

(2.14) 式是没有什么用处的，因为它仅提供一级载荷水平下的损伤累积。倘若试件上作用一个以上的载荷级，比如两级变载荷作用，则载荷作用的顺序显得很重要，而损伤表达式 (2.13) 必须进一步通用化。Corten 和 Dolan 用每一级载荷水平的实际循环次数和假设在较低载荷水平上的损伤累积受较高载荷水平量引起的损伤核的数目 m 影响，从而实现了通用化。由于采用了低了载荷水平的实际循环次数代替较高载荷水平的等效循环次数，所以必须使指数 a 与载荷幅度无关 [24]。对于两种不同的载荷水平采用不变的载荷指数 a 得到：

$$N_f = \frac{N_h}{\lambda_h + k \frac{1}{a} (1 - \lambda_h)} \quad (2.15)$$

其中

N_f = 破坏循环次数,

N_h = 高载荷循环次数,

λ_h = 高载荷循环次数与总循环次数之比,

R = 低载荷裂纹扩展速率与高载荷裂纹扩展速率之比。

(2.15) 式可以推广, 计及 m 组的载荷历程,

$$N = \frac{N_h}{\sum_{i=1}^m \lambda_i \left(\frac{r_i}{r_n} \right)^{1/a}} \quad (2.16)$$

其中 i 指的是载荷历程的级数, 脚标 h 指的是最大载荷, r 按 (2.13) 式确定, λ_i 是在 i 级载荷的循环次数与总循环次数之比,

$$\lambda_i = \frac{n_i}{N_f} \quad (2.17)$$

Corten 和 *Dolan* 也断定 R 和低应力与最大应力之比间存在着如下关系

$$R^{1/a} = \left[\frac{s}{S_h} \right]^d \quad (2.18)$$

其中指数 d 由试验确定, 在他们的试验中看出这一个值似乎是代表了对于单一材料和结构的全部数据。将 (2.18) 式代入 (2.16) 式便得到有几级载荷水平时的寿命一般表示式:

$$N_f = \frac{N_h}{\sum_{i=1}^m \lambda_i \left(\frac{S_i}{S_n} \right)^d} \quad (2.19)$$

前面的推导基于构成损伤核的循环时间等于零的假设。这样, 全部损伤核都是在初次载荷作用时产生的, 核的数目是最大载荷的函数。因此, 应用 *Corten—Dolan* 理论就必须:

(a) 找出最大载荷, (b) 从试验确定合适的 d 值。

Swanson [25] 研究 2024—T4 铝合金时, 发现 *Corten—Dolan* 理论在低应力条件下所予估的寿命偏于保守, 而在高应力则接近正确寿命值。关于 *Corten—Dolan* 的指数 d , 文献中没有提供多少具体数据 (*Gerks* [26] 也指出了这一点), 因而, 在 d 值试验确定和可