



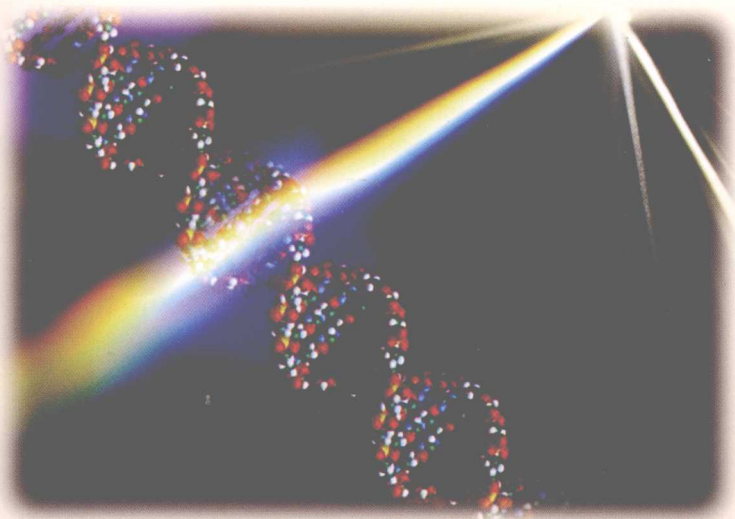
中国科学院教材建设专家委员会规划教材  
全国高等医学院校规划教材

供临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、  
护理、法医等专业使用



# 医学物理学

仇 惠 余大昆 主编



 科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

中国科学院教材建设专家委员会规划教材  
全国高等医学院校规划教材

案例版<sup>TM</sup>

供临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、法医等专业使用

# 医学物理学

主 编 仇 惠 余大昆  
副 主 编 刘东华 王亚平 王阿明 冯永振 马天义  
编 者 (以姓氏笔画为序)

|     |               |     |               |
|-----|---------------|-----|---------------|
| 丁晓东 | 大连医科大学        | 安郁宽 | 滨州医学院         |
| 马天义 | 佳木斯大学理学院      | 李义兵 | 咸宁学院          |
| 王亚平 | 辽宁医学院         | 余大昆 | 咸宁学院          |
| 王光昶 | 成都医学院         | 张秀梅 | 辽宁医学院         |
| 王阿明 | 徐州医学院         | 张瑞兰 | 北华大学          |
| 王 静 | 兰州大学物理科学与技术学院 | 钟守昌 | 江汉大学医学与生命科学学院 |
| 仇 惠 | 牡丹江医学院        | 徐春环 | 牡丹江医学院        |
| 冯永振 | 广东医学院         | 盖立平 | 大连医科大学        |
| 刘东华 | 新乡医学院         | 鲍 艳 | 咸宁学院          |

科学出版社

北 京

## 郑 重 声 明

为顺应教育部教学改革潮流和改进现有的教学模式,适应目前高等医学院校的教育现状,提高医学教学质量,培养具有创新精神和创新能力的医学人才,科学出版社在充分调研的基础上,引进国外先进的教学模式,独创案例与教学内容相结合的编写形式,组织编写了国内首套引领医学教育发展趋势的案例版教材。案例教学在医学教育中,是培养高素质、创新型和实用型医学人才的有效途径。

案例版教材版权所有,其内容和引用案例的编写模式受法律保护,一切抄袭、模仿和盗版等侵权行为及不正当竞争行为,将被追究法律责任。

### 图书在版编目(CIP)数据

医学物理学:案例版 / 仇惠,余大昆主编. —北京:科学出版社,2008  
中国科学院教材建设专家委员会规划教材·全国高等医学院校规划教材  
ISBN 978-7-03-020821-7

I. 医… II. ①仇…②余… III. 医用物理学-医学院校-教材 IV. R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 007199 号

责任编辑:胡治国 夏 宇 / 责任校对:张怡君

责任印制:刘士平 / 封面设计:黄 超

版权所有,违者必究。未经本社许可,数字图书馆不得使用

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

天时彩色印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2008 年 1 月第 一 版 开本:850×1168 1/16

2008 年 1 月第一次印刷 印张:26 3/4

印数:1—5 000 字数:965 000

定价:49.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈路通〉)

# 前 言

医学物理学是把物理学的基本原理和方法应用于人类疾病的预防、诊断、治疗和保健、康复的一门交叉学科。传统的医学物理学教材注重突出物理学自身的特点而忽略了物理学在医学教学中的地位与作用。事实上,现代医学的发展走的是一条与物理学紧密结合的道路。目前医学教育培养目标定位在培养全方位的医学人才,因此要求学生不仅要有很强的医学实践能力,同时也要有深厚的物理学知识。如何将物理学与医学有机地结合在一起并传授给学生,是亟待解决的一个问题。因此,案例版医学物理学教材应运而生。

案例版教材是在教材中增加了临床真实案例或标准化案例,并结合理论知识进行分析、归纳,加强了基础理论与临床实践的结合,为互动式教学创造了条件,激发了学生学习的积极性、主动性和创造性。案例版教材的编写是旨在提高学生科学素质,加强创新能力、实用能力的教学改革的重要措施,做到以学生为中心,以就业为导向,将教育部倡导的教育教学改革精神和创新教育落到实处。

案例版教材中的插图大多采用双色印刷,使图片更加直观,增添了视觉上的美感。在语言叙述上既考虑到物理学的科学用语,同时也考虑到语言的通俗性,也有利于非物理专业学生的课外阅读与自学。再加上生动贴切的案例,增强了教材的生动性与趣味性,这些都是本书的特色,也是我们所倡导的精神所在。

本教材适合高等医学院校五年制和七年制临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、法医等专业用,也可供医药院校其他专业的师生和研究工作者作为参考书。本书的编写得到了各位编者所在学校领导的关心和支持,也得到科学出版社的领导和责任编辑的大力帮助,在此表示衷心的感谢。对热情支持本书编写工作的其他人员表示诚挚的谢意。

案例版教材在我国出现的时间还不长,此类教材的编写和使用,毫无经验可谈,由于我们的水平有限,加之时间仓促,书中难免存在疏漏甚至错误之处,敬请使用本教材的同行及学生多提宝贵意见,使教材质量和教学效果不断提高。

仇 惠

2007年7月

# 目 录

## 前言

|          |   |
|----------|---|
| 绪论 ..... | 1 |
|----------|---|

|                |   |
|----------------|---|
| 第1章 力学基础 ..... | 3 |
|----------------|---|

|                  |   |
|------------------|---|
| 第一节 力的运动效应 ..... | 3 |
|------------------|---|

|                  |    |
|------------------|----|
| 第二节 力的形变效应 ..... | 15 |
|------------------|----|

|                     |    |
|---------------------|----|
| 第三节 骨和肌肉的力学特性 ..... | 19 |
|---------------------|----|

|                        |    |
|------------------------|----|
| 第四节 人体关节和腰椎的受力分析 ..... | 25 |
|------------------------|----|

|                 |    |
|-----------------|----|
| 第2章 流体的运动 ..... | 32 |
|-----------------|----|

|                     |    |
|---------------------|----|
| 第一节 理想流体 稳定流动 ..... | 32 |
|---------------------|----|

|                 |    |
|-----------------|----|
| 第二节 伯努利方程 ..... | 33 |
|-----------------|----|

|                   |    |
|-------------------|----|
| 第三节 黏性流体的流动 ..... | 38 |
|-------------------|----|

|                     |    |
|---------------------|----|
| 第四节 黏滞流体的运动规律 ..... | 41 |
|---------------------|----|

|                       |    |
|-----------------------|----|
| 第五节 血液在循环系统中的流动 ..... | 45 |
|-----------------------|----|

|                  |    |
|------------------|----|
| 第六节* 血液流变学 ..... | 49 |
|------------------|----|

|                |    |
|----------------|----|
| 第3章 振动与波 ..... | 54 |
|----------------|----|

|                |    |
|----------------|----|
| 第一节 简谐振动 ..... | 54 |
|----------------|----|

|                        |    |
|------------------------|----|
| 第二节 阻尼振动 受迫振动 共振 ..... | 59 |
|------------------------|----|

|                   |    |
|-------------------|----|
| 第三节 简谐振动的合成 ..... | 62 |
|-------------------|----|

|               |    |
|---------------|----|
| 第四节 机械波 ..... | 68 |
|---------------|----|

|               |    |
|---------------|----|
| 第五节 简谐波 ..... | 69 |
|---------------|----|

|                |    |
|----------------|----|
| 第六节 波的能量 ..... | 71 |
|----------------|----|

|                |    |
|----------------|----|
| 第七节 波的干涉 ..... | 74 |
|----------------|----|

|              |    |
|--------------|----|
| 第4章 声波 ..... | 81 |
|--------------|----|

|              |    |
|--------------|----|
| 第一节 声波 ..... | 81 |
|--------------|----|

|               |    |
|---------------|----|
| 第二节 超声波 ..... | 86 |
|---------------|----|

|                     |    |
|---------------------|----|
| 第三节 多普勒效应与冲击波 ..... | 91 |
|---------------------|----|

|                      |    |
|----------------------|----|
| 第四节 超声诊断仪的物理原理 ..... | 95 |
|----------------------|----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第5章 分子动理论 ..... | 100 |
|-----------------|-----|

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 第一节 理想气体分子动理论 ..... | 101 |
|---------------------|-----|

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 第二节 气体分子速率分布律和能量分布律 ..... | 107 |
|---------------------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第三节 输运过程 ..... | 114 |
|----------------|-----|

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第四节 液体的表面现象 ..... | 118 |
|-------------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第6章 热力学基础 ..... | 128 |
|-----------------|-----|

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第一节 热力学第一定律 ..... | 128 |
|-------------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第二节 卡诺循环 ..... | 142 |
|----------------|-----|

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第三节 热力学第二定律 ..... | 146 |
|-------------------|-----|

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第四节 熵与熵增加原理 ..... | 150 |
|-------------------|-----|

|               |     |
|---------------|-----|
| 第7章 静电场 ..... | 163 |
|---------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第一节 电场强度 ..... | 163 |
|----------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第二节 高斯定理 ..... | 166 |
|----------------|-----|

|              |     |
|--------------|-----|
| 第三节 电势 ..... | 169 |
|--------------|-----|

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 第四节 电偶极子 电偶层 ..... | 174 |
|--------------------|-----|

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 第五节 静电场中的电介质 ..... | 176 |
|--------------------|-----|

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第六节 心电原理及描记 ..... | 182 |
|-------------------|-----|

|               |     |
|---------------|-----|
| 第8章 直流电 ..... | 190 |
|---------------|-----|

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 第一节 电流密度和欧姆定律 ..... | 190 |
|---------------------|-----|

|                  |     |
|------------------|-----|
| 第二节 基尔霍夫定律 ..... | 196 |
|------------------|-----|

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 第三节 电容器的充电和放电 ..... | 198 |
|---------------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第四节 生物膜电位 ..... | 200 |
|-----------------|-----|

|                      |     |
|----------------------|-----|
| 第五节 直流电在医学中的应用 ..... | 204 |
|----------------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第9章 稳恒磁场 ..... | 212 |
|----------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第一节 磁感应强度 ..... | 212 |
|-----------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第二节 电流的磁场 ..... | 213 |
|-----------------|-----|

|                  |     |
|------------------|-----|
| 第三节 安培环路定律 ..... | 217 |
|------------------|-----|

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 第四节 磁场对电流的作用 ..... | 218 |
|--------------------|-----|

|               |     |
|---------------|-----|
| 第五节 磁介质 ..... | 222 |
|---------------|-----|

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第六节 磁场的生物效应 ..... | 225 |
|-------------------|-----|

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 第10章 电磁感应与电磁波 ..... | 228 |
|---------------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第一节 电磁感应 ..... | 228 |
|----------------|-----|

|               |     |
|---------------|-----|
| 第二节 电磁波 ..... | 232 |
|---------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第三节 生物电阻抗 ..... | 236 |
|-----------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第11章 波动光学 ..... | 241 |
|-----------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第一节 光的干涉 ..... | 241 |
|----------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第二节 光的衍射 ..... | 246 |
|----------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第三节 光的偏振 ..... | 252 |
|----------------|-----|

|                  |     |
|------------------|-----|
| 第四节 偏振光的干涉 ..... | 259 |
|------------------|-----|

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 第五节* 偏振光的应用 ..... | 260 |
|-------------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第12章 几何光学 ..... | 264 |
|-----------------|-----|

|                |     |
|----------------|-----|
| 第一节 球面折射 ..... | 264 |
|----------------|-----|

|              |     |
|--------------|-----|
| 第二节 透镜 ..... | 268 |
|--------------|-----|

|              |     |
|--------------|-----|
| 第三节 眼睛 ..... | 274 |
|--------------|-----|

|                          |     |                              |     |
|--------------------------|-----|------------------------------|-----|
| 第四节 几种医用光学仪器的原理及应用 ..... | 279 | 第五节 辐射剂量与防护 .....            | 351 |
| 第 13 章 量子力学基础 .....      | 294 | 第六节 放射性核素在医学上的应用 .....       | 354 |
| 第一节 黑体辐射 .....           | 294 | 第 16 章 激光及其医学应用 .....        | 359 |
| 第二节 热辐射的医学应用 .....       | 299 | 第一节 激光产生的基本原理 .....          | 359 |
| 第三节 光电效应 .....           | 302 | 第二节 激光的特性 .....              | 363 |
| 第四节 康普顿效应 .....          | 304 | 第三节 激光的医学应用 .....            | 366 |
| 第五节 氢原子光谱 玻尔的氢原子理论 ..... | 307 | 第四节 激光在精密生物技术和医疗技术中的应用 ..... | 373 |
| 第六节 物质的波动性质 .....        | 310 | 第 17 章 核磁共振 .....            | 376 |
| 第七节 量子力学的原子结构概念 .....    | 314 | 第一节 核磁共振的基本概念 .....          | 376 |
| 第八节 原子光谱与分子光谱 .....      | 316 | 第二节 核磁共振谱 .....              | 380 |
| 第 14 章 X 射线 .....        | 321 | 第三节 磁共振成像原理 .....            | 381 |
| 第一节 X 射线的产生 .....        | 321 | 第四节 磁共振在医学中的应用 .....         | 385 |
| 第二节 X 射线谱 .....          | 324 | 第 18 章 狭义相对论基础 .....         | 391 |
| 第三节 X 射线的基本性质 .....      | 326 | 第一节 力学的相对性原理 伽利略变换 .....     | 391 |
| 第四节 物质对 X 射线的衰减规律 .....  | 328 | 第二节 狭义相对论的实验基础 .....         | 394 |
| 第五节 X 射线的医学应用 .....      | 330 | 第三节 狭义相对论原理 洛伦兹变换 .....      | 396 |
| 第 15 章 原子核和放射性 .....     | 340 | 第四节 狭义相对论的时空观 .....          | 400 |
| 第一节 原子核的基本性质 .....       | 340 | 第五节 狭义相对论动力学方程 .....         | 408 |
| 第二节 原子核的衰变类型 .....       | 343 | 第六节 广义的相对性原理 .....           | 411 |
| 第三节 原子核的衰变规律 .....       | 345 | 参考文献 .....                   | 414 |
| 第四节 射线与物质的相互作用 .....     | 349 | 中英文名词对照 .....                | 416 |

# 绪 论

## 一、物理学研究对象

物理学和其他学科一样,是研究自然界中物质运动的客观规律的学科。自然界是由运动着的物质组成的。我们周围所有的客观存在都是物质(matter),大至天体、日月星辰,小到微粒、原子、电子等。这些实物以外,电场、磁场、引力场等也是物质。物质存在的两种基本形态是实物和场。它们都是客观存在的运动着的物质,并且是不可分割的联系在一起的。一切物质都在处于永恒的运动和变化之中,绝对不动的物质是不存在的。这里所指的运动是广义的,它包括日月运转、化学变化、动植物的生长发育、新陈代谢及人类的生理和病理的过程等。宇宙中一切自然现象,都是不同形态的物质运动的表现。物质运动的形式是多种多样、丰富多彩的。它们既服从共同的普遍规律,又有各自独特的规律。对各种不同的物质运动形式的研究,形成了自然科学的各个学科。

在所有自然科学中,物理学(physics)是研究物质运动形态的普遍性质和基本规律的科学。物理学研究的是“物”之理,研究对象包括:机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核内的运动、实物与场的相互运动等。

物理学所研究的基本运动,普遍存在于一切高级的、复杂的物质运动形式之中,所以物理现象存在于一切自然现象之中,但和一切自然现象都有着不可分割的内在联系。例如:在化学反应中包含有分子运动、热和电的现象,人体中神经活动包含着复杂的电学过程。一切自然现象,包括生命的和无生命的在内都要受到能量守恒定律、万有引力定律、热力学定律以及其他物理学定律的约束。正是由于物理学所研究的物质运动形态和运动规律在各自适用的范围内有其普遍的适用性、统一性和简单性,随着近代科学的迅速发展和互相渗透,出现了许多和物理学直接有关的“边缘学科”,并独立而成的一门学科,如物理化学、生物医学工程等。医学物理学是物理学的重要分支学科,它是现代物理学与医学相结合所形成的交叉学科。

医学物理学的基础知识,已成为研究医学所不可缺少的基础,并为医学提供物理依据。

## 二、物理学研究方法

不少人认为物理学不具体、太抽象、难理解,于是就学不进去,采用死记硬背方法应付考试。产生这种现象的原因是因为不了解物理学的研究方法或者说是学科的特征。

物理学研究的方法是模型(Model)法。所谓模型就是从部分或个别事物中抽象出的全体事物在某侧面的一种规律性表达,模型的种类很多。物理学中常用的是性能或特征模型和数学模型。例如,高中物理已经接触到的理想气体就是研究气体分子运动规律的性能模型,在本书中我们还会碰到很多这类模型,如理想流体、绝对黑体等性能模型。用数学语言和各种变量(参量)、符号文字表达的一种数学结构叫做数学模型,如  $pV = \frac{M}{M_{\text{mol}}}RT$  就是理想气体的数学模型。

通过对模型的分析、归纳及数学推倒就会得出表示规律的公式、定律和定理。这些定律、定理的成立条件,适用范围就是对应模型的条件。

模型法不仅在物理学中,而且在现代医学、经济学、工程学中都得到了广泛应用,模型法和计算机技术相结合使模型法的应用迅速普遍并快速发展。所以,我们应重视模型法,在学习中逐渐理解它、掌握它、运用它。

### 三、物理学与医学的关系

医学是以人体为研究对象的生命科学,生命现象属于物质的高级运动形式。随着现代物理学迅速发展,人类对生命现象的认识的逐步深入,生命科学和医学已从宏观形态的研究进入微观机制的研究,如基础医学和临床医学从细胞水平上升到分子水平和电子水平的研究,为揭示生命现象的本质,诸如体内能量的交换、信息的传递、有机体内的控制和调节、疾病发生的微观机制等,都必须应用物理学规律来解释。大量事实表明,物理学在生物医学领域中的应用日益广泛和深入,物理学的一些新发现,为医学的发展提供了理论基础和手段,反过来医学的不断发展又向物理学提出新的课题,它们互相渗透、互相促进,互相推动,形成了“医学物理学”(Medical Physics)这门学科。医学物理学的迅速发展,正在对阐明生命现象的本质和对生物体(主要是人体)进行探索和改造,做出了许多新的重大贡献。下面从三个方向来简略介绍物理学与医学之间的关系:

(1) 物理学知识是学习医学和了解生命现象所不可缺少的基础。物理学是除数学之外的一切其他自然科学和工程技术的基础,对于医学来说,也不例外。例如,要了解人体骨骼和关节受力情况,必须学习弹性力学和静力学的知识;要了解血液在心血管系统中运动的情况,必须知道流体力学的基础定律;要了解眼睛的作用,不仅要掌握几何光学的原理和方法,还要掌握波动光学的知识;要了解声音的感觉过程及超声在医学上的应用,必须知道声波的物理性质和传播规律;要了解人体生热和散热过程,必须学习热力学的基本定律;要了解心电、脑电、肌电等,必须具备有关的电学知识;等等。

(2) 物理学所提供的方法和技术为生命科学的研究和临床实践提供了许多新的途径。按照物理学的基本原理设计制造的各种医疗器械正在不断发展,不断更新。几乎所有的现代高新技术都被医学所吸收和利用,为医学诊断和科学研究提供了强有力的工具。例如,各种心电、脑电监测仪器,监护设备,各类超声诊断仪器、光学显微镜、电子显微镜、光导纤维内镜、医用电视系统、 $\gamma$ 照相机、生化自动监测仪、各种医用换能器,以及激光全息照相、热像图、红外技术、遥测技术、X线透视和照相、X线计算机断层成像(X-CT)、数字减影血管造影技术(DSA)、磁共振成像(MRI)、单光子和正电子发射型断层成像(ECT)、放射免疫分析等。

(3) 物理学的原理为临床治疗提供了新的方法,在物理治疗方面除了传统的光疗、热疗、电疗、声疗、X线放射治疗之外,还有很多新的物理治疗手段和治疗仪器。例如,体外冲击波碎石技术(ESWL)、血液透析技术、低温冷冻技术,以及高频电刀、超声刀、心脏起搏器、心脏除颤器、医用激光器、X刀、 $\gamma$ 刀、医用加速器、钴60治疗机、各种生物医学材料等。

从上面介绍的情况可知,物理学的理论和方法是学习和研究各医学分支学科的基础,它为现代医学提供了准确可靠的检测手段和先进的治疗方法,大大促进了医学的发展。物理学在医学方面的应用越来越广泛和深入,两者的关系也越来越密切。因此,在高等医学院校里开设的医学物理学课是一门重要的必不可少的必修课,它的主要任务是给医学生提供系统的物理学知识,使他们在中学物理学的基础上,进一步掌握物理学的基本概念、基本规律、研究方法,扩大物理学知识的领域,为学习现代医学准备必要的物理基础。物理学作为严格的定量的自然科学的带头学科,一直在科学技术发展中发挥极其重要的作用,物理学的发展对人类生产力的提高起到了极大的推动作用。

## 第1章 力学基础

### 教学要求

1. 掌握参照系、位移、速度、加速度、角速度和角加速度的概念。理解力、力矩、动量、能量、功、转动惯量和角动量的概念。
2. 掌握动量守恒、动能定理、角动量守恒等定律,了解对称性概念以及对称性守恒定律的关系。
3. 掌握牛顿运动定律、转动定律。理解惯性系和非惯性系以及离心力的概念。了解碰撞的力学过程。
4. 掌握形变、应力、应变、弹性模量、变形能等基本概念以及应力与应变的关系。
5. 了解骨骼和肌肉的力学特征,理解骨骼几种基本受力形式和肌收缩力学。
6. 了解人体的主要关节和椎体的结构,掌握人体的主要关节和椎体的受力分析。

力学(mechanics)是研究物体机械运动(mechanical motion)客观规律的科学。力学中的一些基本的概念和规律,在其他学科领域都得到了广泛应用,它不仅是研究物理学其他分支科学的基础,也是学习生物科学和医学的基础。本章在中学物理学知识的基础上,进一步讨论力学中的基本概念和基本规律,初步介绍骨骼和肌肉的力学特性,简要分析人体关节的受力情况。

### 第一节 力的运动效应

力(force)是物体对物体的作用,也是物体运动状态和形状发生变化的因素。如心肌收缩力使血液在血管中流动,医护人员的推(拉)力使手术床运动,这种力使物体的运动状态发生改变的现象称为力的运动效应。在本节中我们将讨论物体在力的作用下发生平面运动和转动的运动规律。

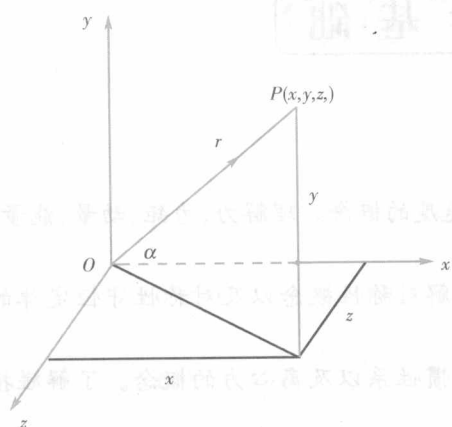
#### 一、质点的运动

##### (一) 质点运动学规律

**1. 质点、参照系** 任何实际物体都具有一定的形状和大小,在研究物体运动时,如果物体的形状和大小对物体运动的影响很小或是次要因素,我们就可以忽略物体的形状和大小,把它看成一个具有它的质量的几何点,称为质点(mass point)。质点是一个理想模型,是实际物体有条件的、合理的抽象映像,具有物体的全部质量,占据物体的原来空间位置。

自然界中的一切物体都处于永不停息的运动之中,运动是绝对的,静止是相对的。当我们研究某个物体的运动时,必须事先选择一个假定为不动的(静止的)物体作为参考标准(参照物),这个被选择的物体称为参照系(reference frame)。选取不同的参照系来研究同一物体的运动,其结果可能不同。坐在行驶的火车中的乘客,如果以车厢作为参照系,那他是静止的;如果以车厢外的铁轨作为参照系,那他是随车厢一起运动的。所以,描述一个物体运动时,首先要说明它是相对于哪个参照系的。参照系虽然可以任意选取,但是在解决实际问题时,选取合适的参照系可使问题得到简化,易于求解。在描述地面上物体的运动时,通常选择地球或相对地面静止的其他物体作为参照系。

**2. 位矢方程** 为定量描述一个物体的空间位置,还必须建立一个与已选定参照系相连的坐标系。如图 1-1 所示,参照系中  $O$  点选作坐标原点。从  $O$  到质点  $P$  的有向直线段  $\vec{OP} = \vec{r}(t)$



可表示  $t$  时刻此质点的位置。 $\vec{r}(t)$  称为位置矢量(place vector)。在笛卡儿直角坐标轴上的三个分量分别是  $r_x \vec{i}, r_y \vec{j}, r_z \vec{k}$ , 则可用矢量式表示

$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k} \quad (1-1)$$

当质点  $P$  在运动时,它的坐标是时间  $t$  的函数,可表示成

$$r_x = r_x(t), r_y = r_y(t), r_z = r_z(t) \quad (1-2)$$

上述两式分别称为质点运动方程的矢量表达式和标量表达式。

**3. 位移和路程** 质点运动时,在空间描出的曲线称为它的运动轨道或轨迹。如图 1-2 所示,质点在  $Oxy$

坐标系中运动,  $t$  时刻从  $P$  点开始,经过  $\Delta t$  时刻移动到  $Q$  点,此质点沿轨道移动的弧长  $\widehat{PQ}$  称为它在这  $\Delta t$  时间内移动的路程  $\Delta s$ 。

从  $P$  至  $Q$  的有向直线段  $\vec{PQ} = \Delta \vec{r}$  是质点在这段时间内的位移。位移是矢量,路程是标量。质点作直线单向运动时,位移的大小  $|\Delta \vec{r}|$  等于路程  $\Delta s$ 。

位移  $\Delta \vec{r}$  是位置矢量  $\vec{r}$  在时间  $\Delta t$  内的增量,可用下式表示其关系:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) \quad (1-3)$$

**4. 速度和速率** 在时间  $\Delta t$  内质点发生的位移为  $\Delta \vec{r}$  (图 1-2),把位移  $\Delta \vec{r}$  和所经历的时间  $\Delta t$  的比称为质点在这一段时间的平均速度  $\bar{v}$ , 可表示为

$$\bar{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1-4)$$

质点经过  $P$  点附近无限短时间  $\Delta t$  内的平均速度,称为质点在  $P$  点的瞬时速度  $\vec{v}$ , 简称速度(velocity), 可表示为

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1-5)$$

上式表明速度  $\vec{v}$  是矢径  $\vec{r}$  对时间  $t$  的一阶导数。速度和平均速度都是矢量,其方向由位移  $\Delta \vec{r}$  的方向决定。当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,  $Q$  点无限接近于  $P$  点,  $\vec{PQ}$  与轨道在  $P$  点的切线一致。这表明,  $P$  点速度  $\vec{v}$  的方向沿着  $P$  点的轨道切线方向。

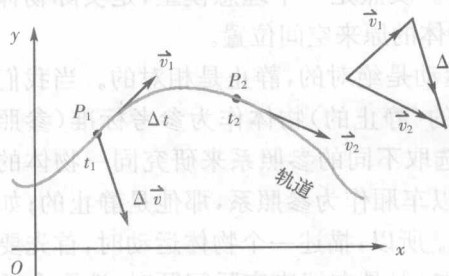


图 1-3 速度的增量

**5. 加速度**  $t_1$  时刻质点在  $P_1$  点,速度为  $\vec{v}_1$ , 而在  $t_2$  时刻它移动到  $P_2$  点,速度为  $\vec{v}_2$ , 如图 1-3 所示,速度的增量  $\Delta \vec{v}$  为

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \quad (1-6)$$

按矢量三角形法则或矢量平行四边形法则,可得  $\Delta \vec{v}$  的大小与方向。 $\Delta \vec{v}$  与相应的时间  $\Delta t = t_2 - t_1$

的比值,称为质点在  $\Delta t$  时间内的平均加速度  $\bar{a}$ ,可表示为

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (1-7)$$

质点在任一时刻  $t$  附近的无限短时间  $\Delta t$  内的平均加速度,称为质点在该时刻的瞬时加速度  $\vec{a}$ ,简称加速度(acceleration),其数学表式为

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad (1-8)$$

上式表明,加速度等于速度对时间的一阶导数,又等于矢径对时间的二阶导数。

速度  $\vec{v}$  和加速度  $\vec{a}$  在笛卡儿坐标轴的投影为  $v_x, v_y, v_z$  和  $a_x, a_y, a_z$ , 即有

$$\begin{aligned} \vec{v} &= v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}; \\ \vec{a} &= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \end{aligned} \quad (1-9)$$

式(1-9)与式(1-1)一致,参照图 1-2,也可写出与式(1-2)类似的关系式。矢径、速度、加速度在同一坐标轴的投影(也称分量)也满足导数关系

$$v_x = \frac{dr_x}{dt} \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 r_x}{dt^2} \quad (1-10)$$

$$v_y = \frac{dr_y}{dt} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 r_y}{dt^2} \quad (1-11)$$

$$v_z = \frac{dr_z}{dt} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 r_z}{dt^2} \quad (1-12)$$

#### 案例 1-1

人们在购买家用轿车时除了关注汽车品牌和外形外,还十分注意汽车的动力性能等指标(图 1-4)。下面是某品牌小汽车的部分性能指标:

1. 额定功率:78kW;
2. 最大扭矩:142N·m/4000rpm;
3. 0~100km/h 加速时间:11.8s;
4. 最高时速:180km/h;
5. 90km/h 等速油耗:6.7L/100km;
6. 整体质量:1300kg。



图 1-4 汽车加速启动

#### 问题:

1. 从第 3 条性能指标的计算汽车加速起步的平均加速度是多少?
2. 此时汽车的最大驱动力是多少?
3. 设汽车轮胎半径为 0.32m,根据第 2 条性能指标,测算变速箱齿比是多少?

加速度  $\vec{a}$  是速度  $\vec{v}$  对时间的变化率。如果加速度  $\vec{a}$  的方向和速度  $\vec{v}$  的方向一致,则物体速度  $\vec{v}$  只发生量值变化,其方向不会发生改变,物体作直线运动。如果加速度  $\vec{a}$  的方向和速度  $\vec{v}$  的方向垂直,则物体速度  $\vec{v}$  的量值不变,其方向会发生改变,物体作圆周运动。如果加速度  $\vec{a}$  的方向和速度  $\vec{v}$  的方向不一致,则物体速度  $\vec{v}$  的量值和方向都会发生变化,物体作曲线运动。将作曲线运动物体的加速度  $\vec{a}$  分解为沿速度  $\vec{v}$  方向的切向加速度  $a_t$  和垂直速度  $\vec{v}$  方向的法向加速度  $a_n$ 。切向加速度改变速度的量值,法向加速度改变速度的方向。

将式(1-8)转换成积分形式,则有

$$\vec{v} = \int \vec{a} dt \text{ 和 } \vec{r} = \int \vec{v} dt \quad (1-13)$$

若质点在力的作用下作匀加速直线运动假设在  $t=0$  时刻, 质点的位移是  $r_0$ , 速度是  $v_0$ , 则  $t=t$  时刻, 质点的位移  $r$  和速度  $v$  分别为

$$v = \int_0^t a dt = v_0 + at \quad (1-14)$$

$$r = \int_0^t a dt^2 = r_0 + \frac{1}{2} at^2 \quad (1-15)$$

位移、速度和加速度是运动学中很重要的三个物理量, 它们的共同特点是瞬时性、相对性和矢量性。所谓瞬时性, 是指这三个物理量一般都随时间而变, 它们的量值都是某一瞬时的量值; 所谓相对性, 是指这三个物理量都是相对于我们选定的那一个参照系。对不同参照系可有不同的量值; 所谓矢量性, 是指这三个物理量都是矢量, 必须同时指明它们的大小和方向, 必须按照矢量的法则进行计算。

在国际单位制(SI)中, 长度的单位是米(m), 时间的单位是秒(s), 速度的单位是米·秒<sup>-1</sup>(m·s<sup>-1</sup>), 加速度的单位是米·秒<sup>-2</sup>(m·s<sup>-2</sup>)。

## (二) 牛顿运动定律

研究物体运动与物体间相互作用的联系与规律是力学的动力学部分, 牛顿总结了前人的成就, 于 1687 年在《自然哲学的数学原理》中提出了三条运动定律, 同称为牛顿运动定律。牛顿运动定律是动力学的基本内容。

1. 牛顿第一定律(Newton's first law) 牛顿第一定律的表述: 任何物体(质点)都有保持其原有的静止或匀速直线运动状态, 除非其他物体的作用迫使它改变这种运动状态为止。

牛顿第一定律表明, 任何物体不受外力作用都有保持原有的静止或做匀速直线运动的状态, 即物体有保持它原有状态的固有特性, 这一特性称为物体的惯性。牛顿第一定律也叫惯性定律。力是改变物体运动状态的原因, 即是使物体产生加速度的原因, 而并非维持物体运动状态的原因。牛顿第一定律描述的是物体在不受任何外力时的状态, 而不受外力的物体是不存在的。物体不受外力和物体所受合外力为零是有区别的。

2. 牛顿第二定律(Newton's second law) 物体的动量对时间的变化率与它所受的合力  $\sum \vec{F}$  成正比, 并沿合力的方向, 即

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \quad (1-16)$$

当物体的速度  $v \ll c$  (光速) 时, 上式变成

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \quad (1-17)$$

这就是大家比较熟悉的牛顿第二定律的表达式。但式(1-16)应用范围更广泛, 在物体高速运动时仍成立。

3. 牛顿第三定律(Newton's third law) 牛顿第三定律可表述为: 两个物体之间的作用力总是相互的, 而且它们大小相等, 方向相反。

若以  $\vec{F}_{12}$  表示第一个物体对第二个物体的作用力, 以  $\vec{F}_{21}$  表示第二个物体对第一个物体的作用力, 则有  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ 。这两个力被称为一对作用力和反作用力。作用力和反作用力是一性质的力, 同时存在, 同时消失, 沿同一条直线, 作用在不同的物体上。

4. 惯性系与非惯性系 凡是牛顿运动定律可以适用的参照系, 称为惯性参照系, 简称惯性

系(frame of reference)。反之,牛顿运动定律不能成立的参照系,称为非惯性系。

以加速平动参照系为例,设质量为  $m$  的质点,在实际外力  $\vec{F}$  作用下相对于某一惯性系  $S$  产生加速度为  $\vec{a}$ 。假设另一参照系  $S'$  相对于惯性系  $S$  以加速度  $\vec{a}_0$  平动,且质点相对于参照系  $S'$  产生加速度为  $\vec{a}'$ 。由运动的相对性知,  $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$ 。根据牛顿第二定律得

$$\vec{F} = m(\vec{a}' + \vec{a}_0) = m\vec{a}' + m\vec{a}_0 \quad (1-18)$$

$$\text{即} \quad \vec{F} + (-m\vec{a}_0) = m\vec{a}' \quad (1-19)$$

上式说明,在参照系  $S'$  中观察时,质点除了受到实际外力外,还受到一个力  $-m\vec{a}_0$  的作用。故在参照系  $S'$  中,质点所受到的合外力是  $\vec{F} + (-m\vec{a}_0)$ , 等于它的质量  $m$  和加速度  $\vec{a}'$  的乘积。这在形式上也运用了牛顿第二定律。 $\vec{F}_0 = (-m\vec{a}_0)$  称为惯性力(inertia force),在非惯性参照系中,它的大小等于质点的质量与此非惯性系相对惯性参照系的加速度的乘积,方向与此加速度的方向相反。

绕一个相对于惯性系固定轴转动的盘是一个非惯性系。小球在光滑的盘上(非轴心处)拉着一根连接固定轴的细绳匀速转动(图 1-5)。若以盘作为参照系观察,小球虽受到细绳的拉力  $\vec{F}$  的作用,但静止不动,显然不符合牛顿第二定律。为了保持牛顿第二定律的形式,假设小球受到一个与力  $\vec{F}$  相平衡的惯性力  $\vec{F}_i$ , 它的大小为

$$F_i = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R \quad (1-20)$$

事实上,如果细绳断了,小球将飞离出盘,所以这个惯性力也称为惯性离心力(inertia centrifugal force)。

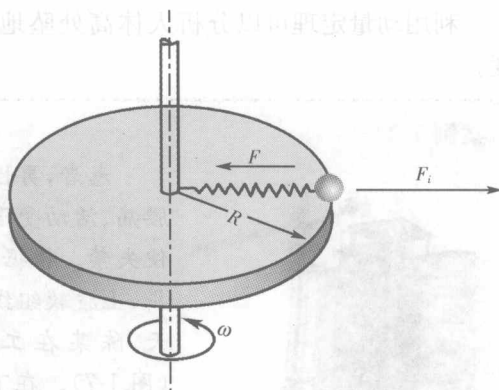


图 1-5 惯性离心力

利用离心力的概念,可以制成快速分离悬浮液中不同密度微粒的机械装置——离心机。图 1-6 是离心机的原理图。装有试样(血液、尿液等)的离心管绕轴快速旋转,试管中悬浮微粒受到离心力的作用按密度的大小分离,密度大的微粒受到离心力大,沉积于试管底部。高速离心机的向心加速度的值可比重力加速度  $g$  大许多倍,大大地加快了微粒的分离速度。

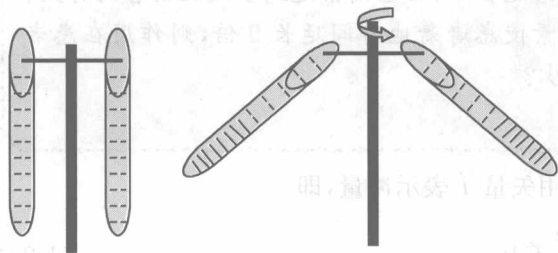


图 1-6 离心机原理

### (三) 动量、动能和功

**1. 动量与冲量** 在研究冲击和碰撞问题时,人们发现一个物体对其他物体的冲击效果与这个物体的速度和质量都有关系。我们把物体的质量  $m$  和速度  $\vec{v}$  的乘积  $m\vec{v}$ , 称为物体的动量(momentum),用  $\vec{P}$  表示,即

$$\vec{P} = m\vec{v} \quad (1-21)$$

动量是个矢量,其方向与速度方向相同,在国际单位制中,动量的单位是千克米每秒( $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )。

我们把前面牛顿第二定律给出了物体的加速度与它所受合外力的瞬时关系式(1-16)改写成

$$\sum \vec{F} dt = d(m\vec{v}) \quad (1-22)$$

$$\int_1^2 \sum \vec{F} dt = \int_1^2 d(m\vec{v}) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \quad (1-23)$$

这就是物体的动量定理的数学表示式。它可用文字叙述如下:在  $\Delta t$  时间内,物体的动量变化量等于该时间内物体所受合外力对时间的累积效应。

在物体碰撞和冲击过程中,两物体相互作用的时间很短,作用力迅速达到很大的量值,这种变化特征的力,称为冲力。如果我们知道了物体碰撞过程前后动量的变化量和时间  $\Delta t$ ,就可以算出冲力的平均值  $\bar{F}$ ,即

$$\bar{F} = \frac{\int_1^2 d(mv)}{\int_1^2 dt} = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{\Delta t} \quad (1-24)$$

利用动量定理可以分析人体高处坠地时怎样延长碰撞时间,减少冲力,减轻人体伤害程度。

### 案例 1-2

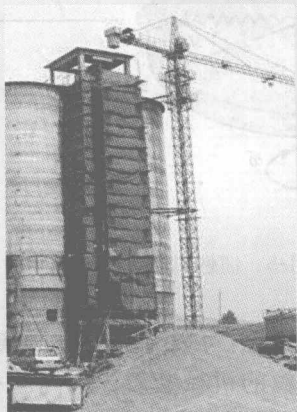


图 1-7 施工工地

患者,男性,45岁,建筑工人。半小时前从高空坠落,患者感腰痛、活动受限及双下肢麻木无力。平时无昏迷呕吐史,无大小便失禁。根据正、侧位 CR 片发现双跟骨骨折, L<sub>1</sub> 椎体压缩性骨折,上肢软组织擦伤,膝部软组织挫伤。据其工友描述:事发当天,陈某在工地 20 多米高空施工,因不慎从脚手架摔下(图 1-7)。在下落过程中其上身被防护网钩挂了一下,最后脚及臀部着地在工地的沙堆上。

问题:

1. 分析整个坠落过程中,哪些因素起到了减轻伤害的作用?
2. 假如这些因素使患者着地时间延长 9 倍,则作用在患者上的损伤力减少多少?

冲量(impulse)是力对时间的累积效应。可用矢量  $\vec{I}$  表示冲量,即

$$\vec{I} = \int_1^2 \vec{F} dt \quad (1-25)$$

在一段时间内,如果力的方向始终不变,则力的冲量方向与该力的方向相同。如果力的方向有所变化,则力的冲量方向与该力的方向未必相同。冲量是矢量,它的单位由力和时间的单位决定。在国际单位制中,冲量的单位是牛顿·秒(N·s),与动量的单位相同。

动量定理说明了一个物体在所受外力的作用下动量变化的情况。如果物体不受外力作用,则物体的动量保持恒定。理论证明:对于由一组质点组成的物理系统,系统内质点之间相互作用的内力不会引起它的总动量的改变,系统总动量的变化完全由外力的冲量决定。如果系统不受外力或所受合外力为零,则系统的总动量保持不变。这就是动量守恒定律,即

$$\sum \vec{F}_{\text{外}} = 0, \sum m_i \vec{v}_i = \text{常矢量} \quad (1-26)$$

动量守恒定律也是人们长期实践的总结,也是物理学中最普遍的定律之一。动量守恒定律只与系统始末状态的动量有关,只要系统不受外力作用,就不必过问运动过程的细节(物体内

力),就可以直接计算物体内部的动量转移。若物体所受合外力不为零,但在某一方向上的合外力为零,则物体的总动量在该方向上的分量是守恒的。在某些情况下,物体内部相互作用内力比所受外力大得多,即外力对物体总动量的变化影响很小,诸如爆炸、碰撞等过程,就可以近似利用动量守恒定律解决。

**2. 动能和功** 一个物体受到外力  $\vec{F}$  的作用产生微小位移  $d\vec{r}$  时,力  $\vec{F}$  对该物体所作的微功为

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| \cos\theta |d\vec{r}| = F_t ds \quad (1-27)$$

式(1-27)中  $\theta$  是力  $\vec{F}$  与位移  $d\vec{r}$  的夹角,  $F_t$  是  $\vec{F}$  在位移上的分力,也就是切向分力,  $ds$  是与微小位移  $d\vec{r}$  对应的路程。如果物体从  $a$  到  $b$  沿曲线轨道运动,则在这段路程中,力  $\vec{F}$  对物体所做的功(work)为

$$A = \int_{a \rightarrow b} |\vec{F}| \cos\theta |d\vec{r}| = \int_{a \rightarrow b} F_t ds \quad (1-28)$$

式(1-28)是功的定义式。可以看出,功是力的空间累积效应。功是标量,只有大小,没有方向,但有正、负。当  $\theta < 90^\circ$ , 力沿位移方向的分量与位移同向,力对物体做正功;当  $\theta > 90^\circ$ , 力沿位移方向的分量与位移反向,力对物体做负功;当  $\theta = 90^\circ$ , 力的方向与位移方向垂直,力对物体不做功。在国际单位制中,功的单位是牛顿·米( $N \cdot m$ ),也称焦耳(J)。

物体由于运动而具有能量称为物体的动能(kinetic energy),用  $E_k$  表示。物体的动能与物体的质量  $m$  和运动速度  $v$  有关,我们定义物体的动能为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1-29)$$

动能是描述物体运动状态的一个重要物理量,单位与功相同。如果物体的运动速度发生变化,那么它的运动状态也就发生了改变,物体的动能与之相对应的也会变化。

外力做功可使物体的动能发生变化,即

$$\begin{aligned} dA = F_t ds = ma_t ds &= m \frac{dv}{dt} ds = mv dv \\ &= d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = dE_k \end{aligned} \quad (1-30)$$

式(1-30)表明,外力对物体所做元功  $dA$  等于物体的动能改变量  $dE_k$ ,这便是我们熟知的物体动能定理的微分形式。对式(1-30)积分,便得到物体动能定理的积分形式:

$$\begin{aligned} A &= \int_{a \rightarrow b} dA = \int_a^b dE_k = E_{kb} - E_{ka} \\ &= \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 \end{aligned} \quad (1-31)$$

$E_{ka}$  为物体在位置  $a$  的动能;  $E_{kb}$  为物体在  $b$  点的动能。对于由两个以上物体组成的系统,动能定理可以表述为:所有外力和所有内力对物体系所做的功之和等于物体系总动能的增量。

## 二、刚体的转动

刚体(rigid body)是固体的理想化模型,是指在外力作用下,形状和大小均不会发生变化的物体。实际上,在外力作用下,物体的形状和大小都会发生一些变化。如果这些变化对我们研究的问题影响很小,可忽略不计,这物体就可看成刚体。转动是指物体上的各个质点都绕同一转轴作圆周运动。

## (一) 刚体的定轴转动的运动学规律

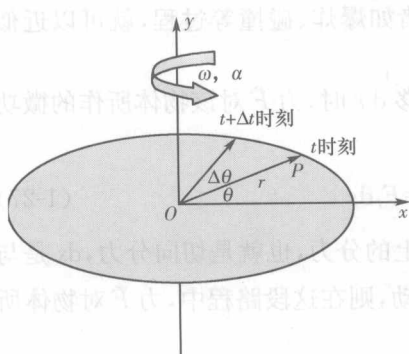


图 1-8 刚体的定轴转动

刚体可看成是一个质点组,但要求这个质点组中任何两个质点的距离在运动过程中或受力情况下都不会发生变化。如果刚体中各质点都绕同一直线作圆周运动,这种运动称为定轴转动(fixed-axis rotation),这一直线称为转轴(图 1-8)。刚体中各点到转轴  $y$  的距离  $r$  未必相同, $r$  就是各点所作圆周的半径。这些圆周所在的平面也未必相同,但它们都与转轴  $y$  垂直,可称为转动平面。

1. 角位移、角速度与角加速度 如图 1-8 所示,转动平面内任意质点  $P$  到固定点  $O$  的距离为  $r$ ,相应的矢径为  $\vec{r}$ 。设任意  $t$  时刻  $\vec{r}$  与  $x$  轴正向之间的夹角为  $\theta$ ,  $\theta$  称为刚体  $t$  时刻的角位移(angular displacement)。

刚体的角位移是随时间变化的,在国际单位制中,角位移的单位是弧度(rad)。由于刚体的定轴转动有逆时针方向转动和顺时针方向转动两种情形,通常规定,刚体沿逆时针方向转动时,角位移为正;刚体沿顺时针方向转动时,角位移为负。

刚体在  $t$  到  $t + \Delta t$  时间内角位移由  $\theta$  变为  $\theta + \Delta\theta$ ,则  $\Delta\theta/\Delta t$  表征刚体转动的快慢,叫刚体的平均角速度,用  $\bar{\omega}$  表示,即

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (1-32)$$

$t$  时刻转动刚体的瞬时角速度(angular velocity),用  $\omega$  表示,即

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-33)$$

角速度是矢量,通常用右手定则确定角速度的方向:伸开右手,四指沿刚体转动方向握着,伸直的大拇指指向的就是角速度方向。刚体逆时针方向转动时,角速度为正;刚体顺时针方向转动时,角速度为负(图 1-9)。在国际单位制中,角速度的单位是弧度·秒<sup>-1</sup>(rad·s<sup>-1</sup>)。

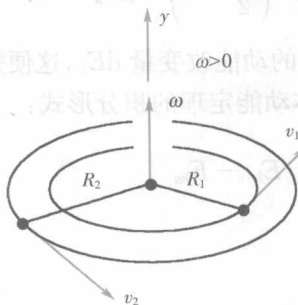


图 1-9A 逆时针转

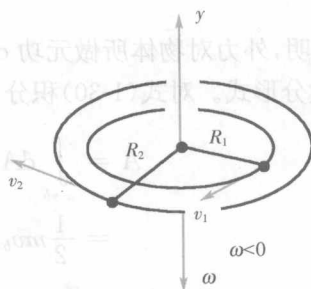


图 1-9B 顺时针转

若刚体在  $t$  到  $t + \Delta t$  时间内角速度由  $\omega$  变为  $\omega + \Delta\omega$ ,则  $\Delta\omega/\Delta t$  反映刚体角速度变化的快慢,称为刚体的平均角加速度,用  $\bar{\alpha}$  表示,即

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1-34a)$$

$t$  时刻转动刚体的瞬时角加速度(angular acceleration),用  $\alpha$  表示,即

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-34b)$$

角加速度的方向用右手定则规定,伸开右手,四指沿刚体转动方向握着,如果刚体加速转动,则伸直的大拇指指向就是角加速度的正方向;若刚体减速转动,则伸直的大拇指指向就是角加速度的负方向。角加速度的单位是弧度·秒<sup>-2</sup>(rad·s<sup>-2</sup>)。

2. 角量与线量的关系 角位移 $\theta$ 、角速度 $\omega$ 和角加速度 $\alpha$ 是以角度为基础描述刚体转动的物理量,称为角量。刚体作定轴转动时,其中任意各质点的线位移 $s$ 、线速度 $v$ 和线加速度 $a$ 也是描述刚体转动的物理量,称为线量。线位移 $s$ 与角位移 $\theta$ 的增量之间的关系

$$\Delta s = r\Delta\theta \quad (1-35)$$

定轴转动刚体中,各质点的半径值 $r$ 未必相同,但这些 $r$ 值都不会随时间 $t$ 而变,从上式及圆周运动关系式可得,刚体中各点的瞬时线速度 $v$ 和角速度满足如下关系:

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} = r\omega \quad (1-36)$$

线加速度 $a$ 与角速度以及角加速度的关系为:

$$\begin{aligned} a_t &= \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha \\ a_n &= r\omega^2 = v\omega = \frac{v^2}{r} \\ a &= a_t + a_n \end{aligned} \quad (1-37)$$

## (二) 刚体的定轴转动的动力学规律

1. 力矩 要使刚体转动,须施予刚体一个特殊的力。如果施予刚体的外力的作用线通过转轴或与转轴平行,就不能使刚体产生加速度。可见,在刚体转动问题中,力对刚体的转动效应不仅取决于力的大小和方向,还与力的作用点有关。

如图 1-10 所示,刚体所受力为 $\vec{F}$ ,其作用点相对于转动轴的距为 $R$ ,对应的矢径为 $\vec{R}$ ,我们定义 $\vec{F}$ 力对上述刚体的转动效应可用 $\vec{F}$ 对 $y$ 轴的力矩 $M$ (moment)来表征,即

$$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F} \quad (1-38)$$

将刚体受力 $\vec{F}$ ,分解为平行于转轴 $y$ 轴的分力 $F_y$ 和垂直于 $y$ 轴的分力 $F_x$ 。显然 $F_y$ 不会产生对 $y$ 轴的转动效应,只有 $F_x$ 产生对 $y$ 轴的转动效应。则

$$\begin{aligned} M &= M_y = F_x d \\ &= F_x R \sin\varphi \end{aligned} \quad (1-39)$$

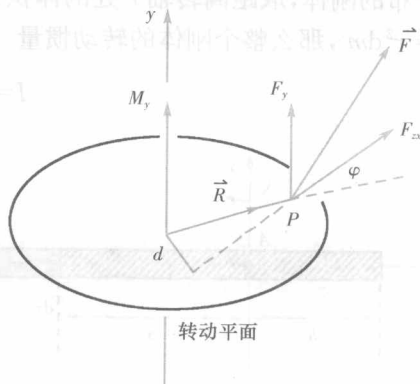


图 1-10 力矩

式(1-39)中 $\varphi$ 为矢径 $\vec{R}$ 与力 $F_x$ 的夹角。在国际单位制中,力矩的单位为牛顿·米(N·m)。力矩的方向由右手螺旋法则确定。

2. 转动定律 在合外力的作用下,刚体以一定的角加速度绕定轴转动。刚体的角加速度与刚体所受的合外力矩之间有什么关系呢?

将定轴转动的刚体看成是由许多质点组成的,设各个质点的质量分别为 $m_1, m_2, \dots, m_n$ ,各个质点相对转轴的距离分别为 $r_1, r_2, \dots, r_n$ 。若各个质点在转动平面内受到的合外力分别为 $f_1, f_2, \dots, f_n$ ,相应的线加速度分别为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ,运用牛顿第二定律,对于各个质点,则有

笔 记 栏