



天骄之路中学系列

新课标 读想用



七年级数学



华东师大版

主编 谢雪梅 卢彦文（特级教师）



机械工业出版社
China Machine Press

新课标读想用

本书特点及栏目编排特色

“读想用”丛书的编写思路与众不同,它博采众长,匠心独运,注重实效,融入了近几年初中教学科研的最新成果和中考的最新特点,遵循教、学、练、考的整体原则,以点带面进行透彻详细的解说及训练。

第6章 一元一次方程

总体解说全章知识
内容和学习目标。

一、本章纵览

→ 课前自我构建

一元一次方程是初等数学的基本知识,也是进一步学习二元一次方程组,一元一次不等式及一元二次方程的基础。一元一次方程在实际问题中的应用是中学阶段应用数学知识解决实际问题的开端,也是增强学数学、用数学意识的重要题材。

6.1 从实际问题到方程

使学生明确学习目标,
对有关学习方法
提出指导性建议。

→ 目标与方法

1. 弄清方程与实际问题的关系,了解方程的解就是能使方程等号两边的值相等的未知数的值,会用验证的方法找到方程的解。
2. 通过对多种实际问题的分析、探索具体问题中的数量关系和变化规律,尝试用方程方法解决问题,用验证方法体会方程的解的含义。

提炼、拓展重点、难点,
增进认知能力。

→ 要点详析

1. 判断一个式子是否为方程,先看是否为等式,再看是否含有未知数,二者缺一不可。
2. 列方程要善于找出题目中的相等关系,通常可从题中找出“相等”、“比……大”、“比……小”、“增加”等表示相等关系的词语,同时要弄清有关概念,如“相反数”、“绝对值”、“奇数”等的意义。

名师评点易错题型,
避免重蹈覆辙。

→ 误区批答

易错点 1 在检验方程的解时,不符合做题格式,容易产生错误

错解 检验 $x = -1$ 是不是方程 $x - 4 = 6x + 1$ 的解。

错解 把 $x = -1$ 代入方程左、右两边,得

$-1 - 4 = 6 \times (-1) + 1, -5 = -6 + 1, -5 = -5, \therefore$ 左边 = 右边。

精析各种典型题例,
让你触类旁通。

→ 典例创新

典例 1 考查方程的定义

错解 判断下列各式中哪些是等式? 哪些是方程?

培养创新能力,注重
理论联系实际。

→ 综合探究

一、创新题

错解 如图 6-1 所示,某同学在实验室利用天平称三种物质质量,“□”、“△”、“○”各代表一种物质,其质量关系由图 6-1 中两个天平给出。如果“○”的质量是 1kg,则“□”和“△”的质量分别是多少?

萃取真题、模拟題，
总结常考知识点，以
致事半功倍。

→中考链接

本节中根据实际问题列方程及方程的解的定义是中考热点，考试形式主要以
填空题、选择题或解答题的形式出现。

例题 (2006·陕西)一件标价为600元的上衣，按8折销售仍可获利20元。设这件上衣的成本价为 x 元，根据题意，下面所列的方程正确的是()。

选编多层次习题，巩
固基础，提升能力。

→强化评估

一、基础题

1. 下列各式中是方程的是()

A. $\frac{1}{2}x-1=4$ B. $-4+3=-1$

C. $x^2-\frac{3}{4}x+6$ D. $4x>2+1$

补充课外知识，培养
学习兴趣。

→兴趣乐园

数学家有感于“农妇卖蛋”

一农妇去市场卖鸡蛋，第一次卖出去全部鸡蛋的一半又半个；第二次又卖出剩下的一半又半个；第三次卖出去前两次卖后所剩下鸡蛋的一半又半个，最后又卖出去所剩下鸡蛋的一半又半个，这时鸡蛋恰好卖完，问农妇原有多少个鸡蛋？

知识点专题归纳，各
个击破。

→本章专题归纳

专 题 列一元一次方程解应用题几种常见的题型及特点

内容 类型	题中涉及的数量及 公式	等量关系	注意事项
和倍、差倍 问题		由题可知	弄清“倍数”关 系及“多、少”关 系等

归纳总结本章规律、
方法、注意事项、易错
易混淆等知识内容。

→规律方法总结

1. 判断一个数(或一组数)是不是某方程的解，主要有两点：

(1)它(或它们)是方程中未知数的值；

精选历年中考真题，
解读命题趋势。

→中考命题探究

本章内容是初等数学的基本知识，在初中代数中占有非常重要的地位，也是
中考必考内容，分值一般在10分左右。

通过测试，查缺补
漏，全面提高。

→单元综合测试

一、选择题(每小题4分，共32分，每小题只有一项符合题意)

1. 下列关于 x 的方程中同解的两个方程是()

(1) $x-2=-5$ (2) $(x+2)+(x-1)=-1+(x-1)$

(3) $x=0$ (4) $2(x-1)-(x+2)=-1-2(x-1)$

A. (1)(2) B. (1)(3) C. (1)(4) D. (2)(4)

贴近教学要求，训练
学生的动手动脑能
力。

→创新研究学习

1. 如果不论 k 为何值， $x=-1$ 总是关于 x 的方程 $\frac{kx+a}{2}-\frac{2x-bk}{3}=1$ 的解，则

$a=$ _____, $b=$ _____.

2. 已知关于 x 的方程 $ax+b=c$ 的解是 $x=1$ ，求 $|c-a-b-1|$ 的值。

目 录

特级教师指导如何学好数学	(1)
--------------	-----

第6章 一元一次方程

课前自我构建	(2)
--------	-----

6.1 从实际问题到方程	(3)
--------------	-----

6.2 解一元一次方程	(13)
-------------	------

1. 方程的简单变形	(13)
------------	------

2. 解一元一次方程	(19)
------------	------

6.3 实践与探索	(29)
-----------	------

本章专题归纳	(38)
--------	------

规律方法总结	(39)
--------	------

中考命题探究	(41)
--------	------

单元综合测试	(43)
--------	------

创新研究学习	(45)
--------	------

第7章 二元一次方程组

课前自我构建	(46)
--------	------

7.1 二元一次方程组和	
--------------	--

它的解	(47)
-----	------

7.2 二元一次方程组的	
--------------	--

解法	(56)
----	------

7.3 实践与探索	(67)
-----------	------

本章专题归纳	(79)
--------	------

规律方法总结	(80)
--------	------

中考命题探究	(81)
--------	------

单元综合测试	(84)
--------	------

创新研究学习	(86)
--------	------

第8章 一元一次不等式

课前自我构建	(87)
--------	------

8.1 认识不等式	(88)
-----------	------

8.2 解一元一次不等式	(95)
--------------	------

1. 不等式的解集	(95)
-----------	------

2. 不等式的简单变形	(102)
-------------	-------

3. 解一元一次不等式	(109)
-------------	-------

8.3 一元一次不等式组	(116)
--------------	-------

本章专题归纳	(126)
--------	-------

规律方法总结	(128)
--------	-------

中考命题探究	(129)
--------	-------

单元综合测试	(131)
--------	-------

创新研究学习	(133)
--------	-------

期中综合测试	(134)
--------	-------

第9章 多边形

课前自我构建	(137)
--------	-------

9.1 三角形	(138)
---------	-------

1. 认识三角形	(138)
----------	-------

2. 三角形的外角和	(138)
------------	-------

3. 三角形的三边关系	(147)
9.2 多边形的内角和与 外角和	(153)
9.3 用正多边形拼地板	(160)
本章专题归纳	(166)
规律方法总结	(167)
中考命题探究	(168)
单元综合测试	(171)
创新研究学习	(173)

第10章 轴对称

课前自我构建	(174)
10.1 生活中的轴对称	(175)
10.2 轴对称的认识	(182)
10.3 等腰三角形	(192)
本章专题归纳	(207)
规律方法总结	(209)
中考命题探究	(210)
单元综合测试	(212)

创新研究学习	(215)
--------------	-------

第11章 体验不确定现象

课前自我构建	(217)
11.1 可能还是确定	(217)
11.2 机会的均等与不等	(223)
1. 成功与失败	(223)
2. 游戏的公平与不公平	(230)
11.3 在反复实验中观 察不确定现象	(236)
本章专题归纳	(241)
规律方法总结	(242)
中考命题探究	(243)
单元综合测试	(244)
创新研究学习	(247)
期末综合测试	(248)
参考答案及提示	(252)

注：每节均包含〔目标与方法〕、〔要点详析〕、〔误点批答〕、〔典例剖析〕、〔综合探究〕、〔中考链接〕、〔强化评估〕、〔兴趣乐园〕八个板块。

特级教师指导如何学好数学

数学是必考科目之一,故从七年级开始就要认真地学习数学.那么,怎样才能学好数学呢?现介绍几种方法以供参考:

一、课内重视听讲,课后及时复习

新知识的接受,数学能力的培养主要在课堂上进行,所以要特别重视课内的学习效率,寻求正确的学习方法.上课时要紧跟老师的思路,积极展开思维预测下面的步骤,比较自己的解题思路与教师所讲的有哪些不同.特别要抓住基础知识和基本技能的学习,课后要及时复习不留疑点.首先要在做各种习题之前将老师所讲的知识回忆一遍,正确掌握各类公式的推理过程,应尽量回忆而不采用不清楚立即翻书之举.认真独立完成作业,勤于思考,从某种意义上讲,不应养成不懂即问的学习作风,对于有些题目由于自己的思路不清,一时难以解出,应让自己冷静下来认真分析题目,尽量自己解决.在每个阶段的学习中要进行整理和归纳总结,把知识的点、线、面结合起来交织成知识网络,纳入自己的知识体系.

二、适当多做题,养成良好的解题习惯

要想学好数学,就要多做题,熟练掌握各种题型的解题思路.刚开始要从基础题入手,以课本上的习题为准,反复练习打好基础,再做一些课外的习题,以帮助开拓思路,提高自己分析、解决问题的能力,掌握一般的解题规律.对于一些易错题,可备有错题集,写出自己的解题思路和正确的解题过程,两者一起比较找出自己的错误所在,以便及时更正.在平时,要养成良好的解题习惯.让自己的精力高度集中,使大脑兴奋,思维敏捷,能够进入最佳状态,在考试中能运用自如.实践证明:越到关键时刻,你所表现的解题习惯越与平时的练习无异.如果平时解题时随便、粗心大意等,往往在大考中会充分暴露,故在平时养成良好的解题习惯是非常重要的.

三、调整心态,正确对待考试

首先,应把主要精力放在基础知识、基本技能、基本方法这三个方面上,因为每次考试占绝大部分的是基础性的题目,而对于那些难题及综合性较强的题目,要认真思考,尽量让自己理出头绪,做完题后要总结归纳.调整好自己的心态,使自己在任何时候都要镇静,思路有条不紊,克服浮躁的情绪.特别是对自己要有信心,永远鼓励自己,除了自己,谁也不能把我打倒.

在考试前要做好准备,练练常规题,把自己的思路展开,切忌考前去抠难题,应该在保证正确率的前提下提高解题速度.对于一些容易的基础题要有十二分把握拿满分;对于一些难题,也要尽量拿分,考试中要学会尝试得分,使自己的水平正常甚至超常发挥.

由此可见,要把数学学好就得找到适合自己的学习方法,了解数学学科的特点,使自己进入数学的广阔天地中去.

第 6 章

一元一次方程



课前自我构建

一、本章纵览

一元一次方程是初等数学的基本知识,也是进一步学习二元一次方程组,一元一次不等式及一元二次方程的基础.一元一次方程在实际问题中的应用是中学阶段应用数学知识解决实际问题的开端,也是增强学数学、用数学意识的重要题材.

本章内容主要有两个方面:

(1)一元一次方程的基本概念及其解法;

(2)一元一次方程在实际问题中的应用,包括实践与探索.教材注重了两者的有机结合,让学生经历和体会从实际问题中抽象出数学模型,并回到实际问题中解释和检验的过程.

二、能力要求

1. 经历从具体问题中的数量相等关系,列出方程的过程,体会并认识到方程是刻画现实世界的一个有效的数学模型.

2. 了解方程、一元一次方程以及方程的解等基本概念,了解方程的基本变形及其在解方程中的作用.

3. 会解一元一次方程,并经历和体会解方程中“转化”的过程和思想.了解一元一次方程解法的一般步骤,并能正确、灵活应用.

4. 会根据具体问题中的数量关系列出一元一次方程并求解,能根据问题的实际意义检验所得结果是否合理.

5. 通过实践与探索,经历“问题情境——建立数学模型——解释、应用与拓展”的过程,体会数学建模思想,提高分析和解决实际问题的能力.

6. 在学习和探索一元一次方程的解法和应用中,通过自主学习,提高学习能力,增强合作意识.

6.1 从实际问题到方程

目标与方法

1. 弄清方程与实际问题的关系,了解方程的解就是能使方程等号两边的值相等的未知数的值,会用验证的方法找到方程的解.
2. 通过对多种实际问题的分析、探索具体问题中的数量关系和变化规律,尝试用方程方法解决问题,用验证方法体会方程的解的含义.
3. 初步认识方程与现实世界的密切关系,激发学习兴趣,感受方程法相对于算术法的优越性,从而感受数学的价值.

要点详析

1. 判断一个式子是否为方程,先看是否为等式,再看是否含有未知数,二者缺一不可.
2. 列方程要善于找出题目中的相等关系,通常可从题中找出“相等”、“比……大”、“比……小”、“增加”等表示相等关系的词语,同时要弄清有关概念,如“相反数”、“绝对值”、“奇数”等的意义.
3. 检验一个数是否是某一个方程的解
这类问题,一般给出的数都是未知数的值.那么,根据方程的解的定义可知,只要将给出的数分别代入方程的左边和右边,看左、右两边的值是否相等.如果左边=右边,则这个数就是方程的解;否则,左边 $\neq$ 右边,这个数就不是方程的解.

4. 列方程

列方程就是根据所给的条件列出一个含有未知数的等式.

列方程的一般步骤:

- (1) 设字母表示未知数(通常用 x 、 y 、 z 来表示未知数);
- (2) 把其中一部分数量关系列成代数式;
- (3) 根据已知数和未知数的全部数量关系,列出方程.

能根据实际问题中的条件,准确找出等量关系列出一元一次方程.一元一次方程在实际问题中的应用是中学阶段应用数学知识解决实际问题的开端,是本节的重点.

误区批答

易错点1 在检验方程的解时,不符合做题格式,容易产生错误

例1 检验 $x = -1$ 是不是方程 $x - 4 = 6x + 1$ 的解.

错解 把 $x = -1$ 代入方程左、右两边,得

$$-1 - 4 = 6 \times (-1) + 1, -5 = -6 + 1, -5 = -5, \therefore \text{左边} = \text{右边}.$$

$\therefore x = -1$ 是方程 $x - 4 = 6x + 1$ 的解.

错解分析 在代入未知数的值之前,还不能确定方程的左边和右边是否相等,不能直接代入方程中,而应分别代入方程的左边和右边,然后观察左边和右边的值是否相等来判断一个数是否是方程的解.

正解 把 $x = -1$ 分别代入方程左、右两边,得

$$\text{左边} = -1 - 4 = -5$$

$$\text{右边} = 6 \times (-1) + 1 = -6 + 1 = -5$$

$\therefore \text{左边} = \text{右边}, \therefore x = -1$ 是方程 $x - 4 = 6x + 1$ 的解.

易错点 2 列方程时,对题意理解有误

例 2 根据下列条件列方程:

(1) 甲数比乙数少 6;

(2) 甲数比乙数多 20%.

错解 设甲数为 x , 乙数为 y , 则 (1) $x - 6 = y$; (2) $x - y = 20\%$.

错解分析 第(1)小题错误原因是没弄清楚甲数和乙数哪个大哪个小,结果列出的是错误等式;较小的数 $-6 =$ 较大的数. 事实上,应该是:较大的数 $-$ 较小的数 $= 6$;第(2)题错误的原因是没理解“甲数比乙数多 20%”中的“多 20%”的含义. 事实上,此条件的第一层意义是甲数多,乙数少,第二层含义是甲比乙多 20%,就是说甲数 = 乙数 + 乙数的 20%,其中多余数的具体值是乙数的 20%.

正解 设甲数为 x , 乙数为 y , 则 (1) $y - x = 6$; (2) $x - y = 20\%y$.

典例剖析

典例 1 考查方程的定义

例 1 判断下列各式中哪些是等式? 哪些是方程?

$$(1) 3x - 2; \quad (2) 3a + 1 = 4; \quad (3) 1 + 3 = 4;$$

$$(4) 5y; \quad (5) x + 2y = 6; \quad (6) x^2 = 6x.$$

精析与解答 根据等式、方程的定义进行判断,从而做出正确选择.

(2)、(3)、(5)、(6) 是等式, (2)、(5)、(6) 是方程.

说明: 由该题可得出等式与方程之间的联系: 方程一定是等式, 等式不一定是方程.

例 2 下列各式是不是方程, 如果是, 指出其未知数; 如果不是, 说明理由.

$$(1) \frac{1}{2}x - 1 = \frac{4}{5} - y; \quad (2) -5 - 3 = -8; \quad (3) \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{4}{5}.$$

精析与解答 用方程的定义解答.

(1)是方程, x,y 是未知数;

(2)不是方程,因为它不含未知数;

(3)不是方程,因为它不是等式.

说明:要判断一个式子是否是方程,先看是否为等式,再看是否含未知数,两者缺一不可.

典例2 考查解方程和方程解的定义

例3 解方程 $x-2=4$.

精析与解答 在方程两边都加上2,可得 $x=6$

由上可知,6是方程 $x-2=4$ 的解.

说明:利用方程的解和解方程的概念区分什么是方程的解和解方程,求 $x=6$ 的过程叫做解方程.

例4 下列方程中,解是 $x=2$ 的是()

A. $3x-1=2x+1$

B. $3x+1=2x-1$

C. $3x+2x-2=0$

D. $3x-2x+2=0$

精析 将 $x=2$ 分别代入各选择项中的左、右两边,分别求出两边的值,再看其左、右两边的值是否相等;若相等,则 $x=2$ 是该方程的解;若不相等,则 $x=2$ 不是该方程的解.

答案 A

说明:运用方程的解的定义判断.

典例3 检验方程的解

例5 下面方程后面括号里有一个数是方程的解,请把它找出来.

$3x-2=4+x$ (3, -2)

精析与解答 将未知数的值分别代入方程的左、右两边,计算出左、右两边的值,然后比较计算结果,如果左、右两边相等,则该数是方程的解,否则就不是方程的解.

把 $x=3$ 分别代入原方程的左边和右边

左边 $= 3 \times 3 - 2 = 7$, 右边 $= 4 + 3 = 7$

$\therefore$ 左边 = 右边, $\therefore x=3$ 是原方程的解

把 $x=-2$ 代入原方程的左边和右边

左边 $= 3 \times (-2) - 2 = -8$, 右边 $= 4 + (-2) = 2$, $\therefore$ 左边 $\neq$ 右边

$\therefore x=-2$ 不是原方程的解.

说明:代入法是检验方程的解(或根)的通用方法,一定要认真对待.

例 6 $x=12, x=-\frac{12}{13}$ 是不是方程 $\frac{2}{3}x=\frac{7}{4}x+1$ 的解?

答:不是。

精析与解答 (1) 把 $x=12$ 分别代入方程的左边和右边, 左边 $=\frac{2}{3} \times 12=8$, 右边 $=\frac{7}{4} \times 12+1=22$

$\therefore$ 左边 $\neq$ 右边, $\therefore x=12$ 不是原方程的解

(2) 把 $x=-\frac{12}{13}$ 分别代入方程的左边和右边, 左边 $=\frac{2}{3} \times \left(-\frac{12}{13}\right)=-\frac{8}{13}$, 右边 $=\frac{7}{4} \times \left(-\frac{12}{13}\right)+1=-\frac{8}{13}$

$\therefore$ 左边 $=$ 右边, $\therefore x=-\frac{12}{13}$ 是原方程的解.

说明: 检验某数是不是某方程的解, 方法是把这个值分别代入方程的左边和右边. 注意“分别”二字. 写成“ $\frac{2}{3} \times 12=\frac{7}{4} \times 12+1, 2 \times 4=7 \times 3+1, 8=21+1, \therefore 8 \neq 22, \therefore x=12$ 不是原方程的解”, 这是错误的格式. 事实上, 第一等式就不成立.

典例 4 已知方程的解, 求未知系数

例 7 已知 $x=-3$ 是方程 $(3-a)x=6$ 的解, 求 a 的值.

精析与解答 因为 $x=-3$ 是方程 $(3-a)x=6$ 的解, 所以将 $x=-3$ 代入方程得 $(3-a) \times (-3)=6$, 即 $a-3=2$, 故 $a=5$.

说明: 根据方程的解的概念, 在已知解的情况下, 反求方程中待定字母的值, 可采用代入法. 注意把 $x=-3$ 代入方程时, -3 要加上括号.

例 8 已知 3 满足方程 $x^2+mx+12=0$, 求 m .

精析与解答 因为 3 满足方程 $x^2+mx+12=0$, 用 3 代替方程中的未知数 x , 得 $3^2+m \times 3+12=0$. 即 $3m+21=0$, 所以 $m=-7$.

说明: (1) 解答已知方程的解, 求未知系数的问题, 应先根据方程的解的定义把方程的解代入方程中去, 得到一个关于未知系数的方程, 再求出未知系数的值.

(2) 在一个方程中若不加说明, x, y, z 一般看做是未知数, 而 a, b, c, m, n 等则看作为字母已知数.

典例 5 根据条件列方程

例 9 根据下列条件列出方程:

(1) 3 与 x 的差的 2 倍是 14;

(2) x 的 $\frac{1}{5}$ 与 13 的差的 2 倍等于 1;

(3)某数增加3倍后得16.

精析与解答 第(1)题“3与 x 的和的2倍是14”表示先把3与 x 相加,再把所得的和乘以2,其结果为14.因此,3与 x 相加的结果应用括号括好,所以所列方程为 $2(3+x)=14$.

第(2)题“ x 的 $\frac{1}{5}$ 与13的差的2倍等于1”表示先求出 x 与 $\frac{1}{5}$ 的积,再用这个积减去13,用所得的差乘以2,其结果为1.由于 $\frac{1}{5}x$ 减去13应先算,故 $\frac{1}{5}x$ 与13的差应用括号括好,从而所列方程为 $2(\frac{1}{5}x-13)=1$.

第(3)题“某数增加3倍后得16”表示某数再加上它的3倍,其结果为16.故设某数为 x ,则所求方程为 $x+3x=16$.

说明:(1)解本类题时,主要根据题中条件,搞清有关数之间的运算及运算顺序,在列式时有时要适当添加括号以体现运算顺序;(2)解决第(3)题中某数并没有用字母表示,所以首先要设出未知数,再根据条件列式.列式时要注意搞清“增加”、“增加到”的含义.

例 10 今年爸爸的年龄是儿子年龄的4倍,3年前,爸爸和儿子的年龄和为44岁.问爸爸、儿子今年各多少岁?

精析与解答 这是一道关于年龄问题的应用题,用算术方法可解.可以尝试用方程来解决以上问题.设儿子今年 x 岁,那么爸爸今年 $4x$ 岁.3年前爸爸、儿子各是 $(4x-3)$ 岁、 $(x-3)$ 岁.

相等关系:3年前爸爸的年龄+3年前儿子的年龄=44

解法一:设儿子今年 x 岁,根据题意列方程 $(4x-3)+(x-3)=44$

解得 $x=10, 4x=40$

解法二:算术法

$(44+3 \times 2) \div (4+1)=10$ (岁), $10 \times 4=40$ (岁), 今年爸爸40岁,儿子10岁.

说明:比较两种解法,发现列方程的方法更容易理解,从而对“从算式到方程是数学的进步”这句话有了更深的认识.

综合探究

一、创新题

例 1 如图6-1所示,某同学在实验室利用天平称三种物质质量,“□”、“△”、“○”各代表一种物质,其质量关系由图6-1中两个天平给出.如果“○”的质量是1kg,则“□”和“△”的质量分别是多少?

精析与解答 根据题意,得 $\triangle + \triangle = \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc$, $\square + \square = \triangle + \triangle + \triangle$

因为“○”的质量是 1kg, 所以“△”的质量为 $\frac{3}{2}$ kg

因为 2 个 □ = 3 个 △, 所以 □ 的质量为 $3 \times \frac{3}{2} \div 2 = \frac{9}{4}$ (kg).

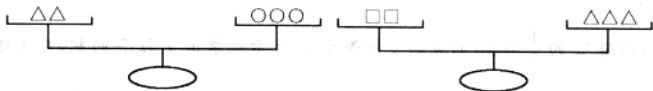


图 6-1

说明:问题关键是由天平平衡可知, 天平两侧的物质质量相等, 得到 2 个 △ = 3 个 ○, 2 个 □ = 3 个 △, 根据这两个等量关系, 列方程求解即可.

二、应用题

例 2 若干本书分给小朋友, 每人 8 本, 则余 14 本; 每人 9 本, 则最后一人只得 6 本. 问小朋友共有几个? 书共有多少本?

精析与解答 设小朋友有 x 个, 则书有 $(8x+14)$ 本

根据题意, 得 $8x+14=9(x-1)+6$

解方程, 得 $x=17$, 则 $8x+14=150$

所以, 小朋友共有 17 个, 书共有 150 本.

说明:分配的方法不同, 但分配总数不变. 分配问题包括物资分配、劳力分配、车辆分配等等多方面的问题, 列方程是解决这类问题较好的方法.

三、探究题

例 3 储户到银行存款, 一段时间后, 银行要向储户支付存款利息, 同时银行还将代扣由储户向国家缴纳的利息税, 利息税的税率是 20%.

(1) 设银行一年期的存款利率为 x , 则 100 元存款一年后应得的利息为多少(用含 x 的代数式表示; 存款利息 = 存款金额 × 存款利率)? 应向国家缴纳的利息税为多少(用含 x 的代数式表示; 利息税 = 存款利息 × 利息税税率)?

(2) 若小王将 2000 元人民币存入银行, 一年后实际取得的人民币为 2036 元, 你能算出银行一年期的存款利率吗?

精析与解答 小王得到的 2036 元人民币是上缴利息税以后的钱, 因此根据(1)题中的关系可列出方程.

(1) 一年后利息为 $100x$ 元; 利息税为 $100x \times 20\% = 20x$ 元.

(2) 设银行存款利率为 x , 由题意得 $2000 + 2000 \times (1 - 20\%)x = 2036$, 解得 $x = 2.25\%$.

中考链接

本节中根据实际问题列方程及方程的解的定义是中考热点,考试形式主要以填空题、选择题或解答题的形式出现.

例 1 (2006·陕西)一件标价为 600 元的上衣,按 8 折销售仍可获利 20 元.

设这件上衣的成本价为 x 元,根据题意,下面所列的方程正确的是()

A. $600 \times 0.8 - x = 20$

B. $600 \times 8 - x = 20$

C. $600 \times 0.8 = x - 20$

D. $600 \times 8 = x - 20$

精析 本题考查了列方程解一元一次方程应用题的能力.

根据题意得 $600 \times 0.8 - x = 20$.

答案 A

例 2 (2005·江西)某商店销售一批服装,每件售价 150 元,可获利 25%,求

这种服装的成本价. 设这种服装的成本价为 x 元,则得到方程()

A. $x = 150 \times 25\%$

B. $25\% \cdot x = 150$

C. $150 - x = 25\%x$

D. $150 - x = 25\%$

答案 C

例 3 (2004·北京)在某校举办的足球比赛中,规定:胜一场得 3 分,平一场

得 1 分,负一场得 0 分,某班足球队参加了 12 场比赛,只得 22 分,已知这个队输了 2 场,那么这个队平了()

A. 3 场

B. 4 场

C. 5 场

D. 6 场

精析 12 场比赛,负了 2 场,因此得分的场次共 10 场,设共平了 x 场,则该队胜了 $(10-x)$ 场, $\therefore$ 可列方程: $3(10-x) + x = 22$,再将 $x=3, x=4, x=5, x=6$ 代入方程检验即可得 $x=4$ 是方程的解,所以该队平了 4 场比赛.

答案 B

说明:像这类选择题可用检验排除的方法解决.

例 1 (2004·武汉)2004 年我市初中毕业生人数约为 12.8 万人,比去年增加

了 9%,预计明年初中毕业生人数将比 2004 年减少 9%. 下列说法中正确的是()

(1) 去年我市初中毕业生人数约为 $\frac{12.8}{1+9\%}$ 万人

(2) 预计明年我市初中毕业生人数与去年持平

(3) 预计明年我市初中毕业生人数会比去年多

A. (1)(2)

B. (1)(3)

C. (2)(3)

D. (1)

精析 设去年我市初中毕业生人数为 x 万人

根据题意,得 $x(1+9\%) = 12.8$, $\therefore x = \frac{12.8}{1+9\%}$ (万人)

∴说法(1)正确

由题意可知,明年初中毕业生人数为 $(1-9\%) \times 12.8$ (万人)

$$\therefore x = \frac{12.8}{1+9\%} \approx 11.743 \text{ (万人)}$$

$(1-9\%) \times 12.8 = 11.648$ (万人), $11.743 > 11.648$, ∴说法(2)、(3)错误.

答案 D

说明:把一个正数 a 增加 $x\%$ ($x > 0$), 再把 $a(1+x\%)$ 降低 $x\%$, 则 $a > a(1+x\%) \cdot (1-x\%)$.

例 5 (2004·南昌)据报道:某省 2003 年中小学共装备计算机 16.42 万台, 平均每 42 名中小學生拥有一台计算机. 2004 年在学生总数不变的情况下, 计划平均每 35 名中小學生拥有一台计算机, 则还需装备计算机_____万台.

精析 设还需装备计算机 x 万台

根据题意, 得 $(x+16.42) \times 35 = 16.42 \times 42$, $\therefore x = 3.284$

答案 3.284

说明:2003 年、2004 年学生总数不变, 所以可从学生数上找等量关系.

例 6 (2004·柳州)一个一元一次方程的解为 2, 请写出这个方程_____.

精析 解为 2 的一元一次方程有无数个, 答案不唯一.

答案 如 $2x+4=x+6$, $2x=4$ 等

例 7 (2003·广东)某商场出售某种文具, 每件可赢利 2 元, 为了支援贫困山区, 现在按原价 7 折出售给一山区学校, 结果每件赢利 0.2 元(赢利=售价-进价), 问该文具每件的进价是多少元?(只列方程不必求解).

精析与解答 该题属销售问题, 设进价为 x 元, 则原售价为 $(x+2)$ 元, 7 折后的售价为 $70\%(x+2)$ 元, 根据题目中的“赢利=售价-进价”可列出方程 $70\%(x+2) - x = 0.2$.

强化评估

(答案→252)

一、基础题

1. 下列各式中是方程的是()

A. $\frac{1}{2}x - 1 = 4$

B. $-4 + 3 = -1$

C. $x^2 - \frac{3}{4}x + 6$

D. $4x > 2 + 1$

2. 下列方程中, 解为 $x = -2$ 的方程是()

A. $-2x + 5 = 3x + 10$

B. $x^2 - 4 = 4x$

- C. $x(x-2)=-4x$ D. $5x-3=6x-2$
3. 下列说法正确的是()
- A. 不是等式就不是方程
B. 方程中未知数的值就是方程的解
C. 方程 $2x=3x$ 没有解
D. 是等式就一定是方程
4. 下列各方程后面括号里的数, 均是该方程的解的是()
- A. $x+5=4$ (1, -1)
B. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ ($\frac{1}{6}, \frac{7}{6}$)
C. $x^2-8=-2x$ (2, 4)
D. $x(x+1)(x+2)=0$ (0, -1, -2)
5. 方程 $12(x-3)-1=2x+3$ 的解是()
- A. $x=3$ B. $x=-3$
C. $x=-4$ D. $x=4$
6. 已知 $x=2$ 是方程 $2(x-3)+1=x+m$ 的解, 则 m 的值等于()
- A. 3 B. 2 C. -3 D. -2
7. 某长方形的球场的周长为 310m, 长和宽之差为 25m, 如果设这个球场的宽为 x m, 那么长为 _____ m, 由此可得到方程 _____.
8. 在 $\{1, 2, 3\}$ 中, 数 _____ 是方程 $2x=10-3x$ 的解.
9. 任写一个以 $x=3$ 为解的方程, 可以是 _____.
10. 检验下列各数是不是方程 $2(2y-7)=y+4$ 的解:

(1) $y=6$; (2) $y=-6$

解: (1) 把 $y=6$ 分别代入方程左右两边, 左边 = _____ = _____;

右边 = _____ = _____

$\therefore$ 左边 _____ 右边, $\therefore y=6$ _____ 方程的解.

(2) 把 $y=-6$ 分别代入方程左右两边

左边 = _____ = _____, 右边 = _____ = _____.

$\therefore$ 左边 _____ 右边, $\therefore y=-6$ _____ 方程的解.

二、能力题

11. 设某数为 x , 根据下列条件列出方程.

(1) 某数的 $\frac{1}{3}$ 与 2 的和是 11;

(2) x 的 5 倍减去 7 等于它的 3 倍加上 8;

(3) 某数的相反数与 9 的和等于该数的 3 倍;

(4) 比某数的 25% 小 2 的数比它的 12% 大 3.

12. $x = -2$ 是方程 $(x-2)(x+m) = 0$ 的一个解, 求式子 $m^2 + 2m - 15$ 的值.
13. 根据题意, 列出方程, 不必求解.
- (1) 学校开展植树活动, 甲班与乙班共植树 31 棵, 其中甲班植树比乙班植树的 2 倍多 1 棵, 求两班各植树多少棵?
- (2) 某件商品连续两次 9 折降价销售, 降价后每件商品售价为 a 元, 那么该商品的原价是每件多少元?

三、创新题

14. 有一旅客携带了 30kg 行李从北京国际机场乘飞机去香港. 按民航规定, 旅客最多可免费携带 20kg 行李, 超重部分每公斤按飞机票价的 1.5% 购买行李票, 现旅客购买了 120 元的行李票, 则他的飞机票价是多少元? (只列方程不求解)

四、探究题

15. 水源投资令人担忧, 节约用水迫在眉睫, 针对居民用水浪费现象, 某市将制定居民用水标准, 规定三口之家楼房每月标准用水量, 超标部分加价收费, 假设不超过部分按每立方米 1.3 元收费, 超过部分按每立方米 2.9 元收费, 某住户楼房三口之家用水 12m^3 , 交水费 22 元.
- (1) 请你通过设未知数, 列方程的办法探求每月标准用水量是多少立方米?
- (2) 请你设计出一种家庭日常用水的节约用水方案.
16. 某商店对超过 15000 元的物品提供分期付款服务, 顾客可以先付 3000 元, 以后每月付 1500 元, 王叔叔想用分期付款的形式购买价值 19500 元的电脑, 他需要用多长时间才能付清全部货款?



兴趣乐园

数学家有感于“农妇卖蛋”

一农妇去市场卖鸡蛋, 第一次卖出去全部鸡蛋的一半又半个; 第二次又卖出剩下的一半又半个; 第三次卖出去前两次卖出所剩下鸡蛋的一半又半个, 最后又卖出去所剩下鸡蛋的一半又半个, 这时鸡蛋恰好卖完, 问农妇原有多少个鸡蛋?

“农妇卖蛋”是一个经典问题.

许多数学爱好者对这个问题十分感兴趣, 并给出许多解答方法, 但多数方法较为繁琐, 瑞士著名的数学家欧拉对这个问题给出了一个别具一格的解法: 设第三次卖完后所剩(第四次卖去)的鸡蛋为 $(0+0.5) \times 2 = 1$ (个); 第二次卖完后所剩鸡蛋数应为 $(1+0.5) \times 2 = 3$ (个); 第一次卖完后所剩鸡蛋数应为: $(3+0.5) \times 2 = 7$ (个), 因此, 农妇原有鸡蛋数为: $(7+0.5) \times 2 = 15$ (个).

我们从欧拉解答上述问题得到启发: 有些数学问题, 如果按正向思维去考虑问题, 有时难以入手或根本无法获解, 但若根据问题提供的条件, 进行逆向思维去考虑, 则有获解的希望. 欧拉解农妇卖蛋问题正是这种逆向思维方式的具体体现.