经济

应用数学学习指导

主　编：谭英仕
副主编：张伟泽
黄耀荣

JINGJIYINGYONGSHUXUE XUEXIZHIDAO

华南理工大学出版社

经济应用数学学习指导

谭英仕　主编
张伟涂　黄耀荣　副主编

华南理工大学出版社

[粤]新登字12号

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学学习指导/谭英仕主编.—广州：
华南理工大学出版社,1994.11
ISBN 7-5623-0764-4

Ⅰ.经…
Ⅱ.谭…
Ⅲ.经济数学—应用数学
Ⅳ.O29

华南理工大学出版社出版发行
(广州五山·邮码 510641)
责任编辑:陈　亮
广州智星文化发展公司电脑部排版
华南理工大学印刷厂印装
各地新华书店经销
1994年11月第1版　1996年10月第4次印刷
开本:787×1092　1/16　印张:11　字数:246千
印数:37001—42000册
定价:14.50元

前　言

本书是广东广播电视大学《经济应用数学》课程教学包的一个组成部分，是主教材《经济应用数学》的学习指导书。

根据本课程教学包建设的规划要求，本书对主教材的每一章都分别按目的要求、学习方法指导、内容提要、习题解答等四个方面进行编写。我们希望，学员使用这本书后，对自学本课程有所帮助，教师使用这本书后，对进一步明确教学要求，更有目的地组织和指导学员学习也有裨益。

本书和主教材一样，都是按照广东广播电视大学经济应用数学教学大纲进行编写的。现把这个大纲作为附录附后，供参考。

本书仍由主教材各章编者分别执笔各章内容，由谭英仕担任主编，张伟涤、黄耀荣担任副主编。

由于编者水平有限，时间紧迫，错漏之处在所难免，热诚欢迎广大读者和教师提出宝贵意见、批评和指正。

编　者

1994 年 9 月

目　　录

第一篇　微积分

第二篇　矩阵代数与线性模型

第三篇　概率初步

第一篇　微　积　分

第一章　函　　数

Ⅰ．目的要求

本章的目的是介绍微积分的研究对象——函数概念和经济中常用到的几种函数类型．根据经济专业的特点，主要介绍线性函数、多项式函数、有理函数、分段函数、指数函数和对数函数以及它们的一些应用例子．

通过本章的学习，要求学员达到：

1. 理解函数概念．

2. 会求函数的定义域和函数值．

3. 会把一个函数分解为组成它的若干个较简单的函数．

4. 掌握线性函数、多项式函数、有理函数、分段函数、指数函数和对数函数的特点及运算性质．

5. 会建立简单经济函数（总成本函数、价格函数、需求函数、供应函数、利润函数和库存问题总费用函数等）．

6. 掌握指数函数和对数函数在金融计算中的应用（翻番问题、年金本利和、年金现值和连续复利的计算等）．

Ⅱ．学习方法指导

§1.1　函数概念

一、常量与变量

注意下面几点：

1. 一个量是变量还是常量是相对于所讨论问题的具体场合来讲的．

2. 对不同的量要用不同的字母表示，常量通常用字母表前面的字母 a、b、c…… 表示；变量通常用字母表后面的字母 x、y、z …… 表示．

3. 变量都有一定的变化范围（即取值范围），变量的变化范围通常用区间或数值的集合来表示．主要有：

$$(a,b)=\{x|a<x<b\}$$
$$[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$$

$$(a,b] = \{x | a < x \leqslant b\}$$
$$[a,b) = \{x | a \leqslant x < b\}$$
$$[a, +\infty) = \{x | a \leqslant x < +\infty\}$$
$$(-\infty, b] = \{x | -\infty < x \leqslant b\}$$
$$(-\infty, +\infty) = \{x | -\infty < x \leqslant +\infty\}$$

二、函数概念

注意下面几点：

1. 函数定义中包含三个因素：定义域、对应关系和值域.

定义域是自变量的取值范围.

对应关系是当自变量取定某个值后，依据这个关系，得出因变量的对应的值，这个对应关系可以是公式，也可以是表格或图象，根据这个对应关系，对每一个自变量所得出的因变量的对应值是唯一的、确定的，否则不是函数关系. 例如 $y^2 = x$，取 $x = 1$，则 $y = \pm 1$，有两个 y 的值与 $x = 1$ 对应，因此它不是一个函数. 又如农作物的收获量与施肥量是有关的，但施了一定的肥，不能确定地得到某个收获量，因此收获量与施肥量的关系不是函数关系.

2. 对于不同的函数可用不同的字母表示，例如 $\sqrt{x}$，x^3 可以分别用 $f(x)$ 和 $g(x)$ 表示：

$$f(x) = \sqrt{x}\,,\ g(x) = x^3$$

3. 在研究函数时，必需确定其定义域. 除了在解决实际问题时，根据变量的实际变化范围来确定定义域之外，对于用一个纯数学式子表达的函数，其定义域是使该式子有意义的自变量的全体. 具体说来通过下面途径确定：

(1) 函数式里如果有分式，则必须使分母为零的自变量的值除外.

(2) 函数式里如果有偶次根式，则根号里的整个式子必须大于或等于零.

(3) 函数式里如果有对数记号，则要使在真数位置的式子为正.

(4) 函数式里如果是由若干部分组成，则其定义域是各部分定义域的公共部分.

要看懂教材中的例 3(P4)

三、函数的函数 —— 复合函数概念

注意：

1. 我们可以这样来理解复合函数概念：当一个函数的自变量，用另一个函数的因变量代替，就有可能产生复合函数. 例如，在函数

$$y = f(x) = \sqrt{x}$$

中，用 $u = \varphi(x) = 1 - x^2$ 替换 x，即得

$$y = f(u) = f[\varphi(x)] = \sqrt{\varphi(x)} = \sqrt{1 - x^2}.$$

因此，函数 $\sqrt{1 - x^2}$ 可看作是由函数 $\sqrt{x}$ 与函数 $1 - x^2$ 复合而成. 但要注意并不是任何两个函数都可以复合成一个函数. 例如，由 $f(x) = \sqrt{x - 1}$ 和 $\varphi(x) = 1 - x^2$ 就不能复合为 $f[\varphi(x)] = \sqrt{(1 - x^2) - 1} = \sqrt{-x^2}$，因为负数"$-x^2$"开平方没有意义.

2. 复合函数的复合环节可以多于两个，例如由 $y = 1 + u$，$u = \dfrac{1}{v}$，$v = \sqrt{x}$ 可复合

为函数 $y = 1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

3. 由若干个简单的函数，通过加减乘除四则运算和复合步骤就可以产生许许多多的函数，反过来，对一个比较复杂的函数，在研究它时，可以把它分解为若干个组成它的简单函数. 例如，对函数

$$y = \lg(1 + \sqrt{x}) - \frac{x}{1-x},$$

可以将其分解为

$$y = U - V$$
$$U = \lg W,\ W = 1 + \sqrt{x}$$
$$V = \frac{P}{Q},\ P = x,\ Q = 1 - x.$$

学习本节之后，要会做习题一第 1 题到第 5 题，通过这些练习，加深对函数概念的理解，熟练掌握求函数的定义域、求函数值和函数分解的方法.

§1.2 经济中常用到的函数(一)

本节主要介绍经济中常用到的几种类型的函数 —— 线性函数、多项式函数和有理函数、分段函数的特点和采取这种形式的经济函数的建立方法.

一、线性函数

$$y = ax + b.$$

它的图形是一条直线，截距 b 是此直线与 oy 轴的交点的横坐标，a 是此直线的斜率. $a > 0$ 时，y 随 x 增加而增加；$a < 0$ 时，y 随 x 的增加而减少；$|a|$ 愈大，直线愈陡，即 y 随 x 变化得愈快；$a = 0$ 时，$y = b$ 是一条平行于 ox 轴的直线. 此时 y 不随 x 的变化而变化.

经济中很多函数都呈现这种形式，如：

(1) 总成本函数 $C = C(q) = C_1 q + C_0$

(2) 当价格 p 为常数时的收益函数 $R = p.q$

(3) 价格函数　$p = p(q) = a - bq$

(4) 需求函数　$q = q(p) = \dfrac{a}{b} - \dfrac{1}{b}p$

(5) 供应函数　$q = q(p) = C + dp$

(6) 利润函数　$\Pr(q) = R(q) - C(q)$

(当收益函数 $R(q)$ 和成本函数 $C(q)$ 为线性函数时)

在看懂教材内容的基础上，做习题一第 6 题，加深理解线性函数的图象的特点和直线的截距与斜率的意义；再做第 12 题至 14 题，进一步掌握简单经济函数的建立的方法.

二、多项式函数与有理函数

学习本段要注意明确下面几点：

1. 多项式函数

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

的定义域是整个数轴$(-\infty, +\infty)$.

2. 有理函数

$$f(x)=\frac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x_1+a_0}{b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+\cdots+b_1x_1+b_0}$$

的定义域是$\{x|b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+\cdots+b_1x+b_0\neq 0\}$.

3. 简单多项式和有理函数的图象可通过描点法作出.

4. 与有理函数或多项式函数有关的经济函数：

(1) 总成本函数 $C=C(q)$(如 $C=q^2-20q+1000$)

(2) 平均成本函数 $AC=\frac{C(q)}{q}$

(3) 收益函数 $R=R(q)$

例如，若已知价格函数 $p=200-0.5q$ ，则

$$R=p\cdot q=(200-0.5q)q=-0.5q^2+200q$$

(4) 库存问题总费用函数

$$f(q)=\frac{q}{2}b+\frac{D}{q}a$$

在看懂教材内容的基础上，可做习题一第 7 题，以便熟练掌握二次函数图形的特点；做第 8 题、第 9 题和第 10 题，进一步掌握有理函数的结构和定义域的求法，了解简单有理函数图形的作法；再做第 15 题到 18 题，进一步熟悉有关经济函数的建立方法.

三、分段函数

分段函数就是对自变量不同的取值范围，因变量用不同的式子表示的函数. 如教材中的例 1(P13)，对销售量不同的取值范围，价格是不同的. 因此计算收益时，就要分段进行，从而产生分段函数.

学习此段内容，要做习题一第 11 题和第 19 题，以加深对分段函数的认识.

§1.3 经济中常用到的函数(二)

本节介绍经济中常用到的另外两个函数 —— 指数函数和对数函数.

一、指数函数

1. 阅读教材，通过一个数自乘 n 次，理解指数 n 的意义及两个运算性质，

$$a^m.a^n=a^{m+n}$$

$$(a^m)^n=a^{m.n}$$

例如：

$$a^3.a^2=aaa.aa=a^5=a^{3+2}$$

$$(a^3)^2=a^3.a^3=aaa.aaa=a^6=a^{3\cdot 2}$$

再通过定义

$$a^0=1,\ a^{-n}=\frac{1}{a^n}$$

$$a^{\frac{p}{q}}=(\sqrt[q]{a})^p$$

可把指数 n 推广到有理数，上面的运算性质仍成立.

进而考虑 a 的任意实数幂 a^x，即得到指数函数

$$y=f(x)=a^x \qquad (a>0, a\neq 1)$$

做习题一第 23 题，进一步掌握指数运算的性质.

2. 指数函数的图象可通过描点法作出(见教材的图 1-14 和图 1-15)

做习题一第 20 题,进一步熟悉指数函数的图象.

3. 底 $a>1$ 的指数函数 $y=a^x$ 的应用例子有本利和计算公式(教材 P15 的例 2);底 $a<1$ 的指数函数的应用例子有设备贬值的模型(教材 P16 的例 5)

做习题一第 21,22 题,了解指数函数的应用.

二、对数函数

1. 可通过表达式 $y=\log_a x$ 与表达式 $x=a^y$ 是等价关系来理解对数函数.

例如 $y=\log_{10}x$ 与 $x=10^y$ 是等价的. 因此

$$y=\log_{10}1 \text{ 等价于 } 10^y=1, \therefore y=0, \text{即 } \log_{10}1=0$$

$$y=\log_{10}10 \text{ 等价于 } 10^y=10, \therefore y=1, \text{即 } \log 10=1$$

$$y=\log_{10}100 \text{ 等价于 } 10^y=100, \therefore y=2, \text{即 } \log 100=2$$

$$y=\log_{10}0.1 \text{ 等价于 } 10^y=0.1, \therefore y=-1, \text{即 } \log 0.1=-1$$

等等

以 10 为底的对数函数,记作 $\lg x$,即

$$\lg x=\log_{10}x$$

2. 对数函数的图象可以由指数函数的图象互换 x,y 而得到(教材 P17 图 1-16 和图 1-17).

做习题一第 24 题之(1),(2),了解对数函数的图象.

3. 对数函数的运算性质可以由指数函数的运算性质得到.

例如　设 $y_1=\log_a M$, $y_2=\log_a N$

则由等价关系,有

$$M=a^{y_1},\ N=a^{y_2}$$

$$MN=a^{y_1}.a^{y_2}=a^{y_1+y_2}$$

∴

$$\log_a(MN)=y_1+y_2$$

即

$$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N.$$

类似地,可推出

$$\log_a\frac{M}{N}=\log_a M+\log_a N.$$

和

$$\log_a M^r=r\log_a M.$$

做习题一第 25 和 26 题,熟练对数计算.

三、指数函数和对数函数在金融计算中的应用

1. 注意现值 P 和终值 A_x 的等值换算公式 $A_x=P(1+r)^x$

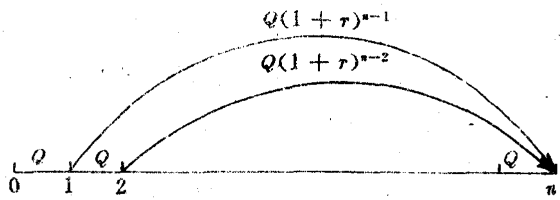
参考例 1(教材 P18 翻番问题) 做习题一第 27 题到 31 题.

2. 阅读教材,弄清楚年金本利和的定义和计算公式 $A=\frac{(1+r)^n-1}{r}Q$

其中 Q 是 n 年中每年付的款,A 是积累到第 n 年的付款和利息之和,r 是年利率. 可通过下面的图去理解.

$$A=Q(1+r)^{n-1}+Q(1+r)^{n-2}+\cdots+Q=\frac{(1+r)^n-1}{r}Q$$

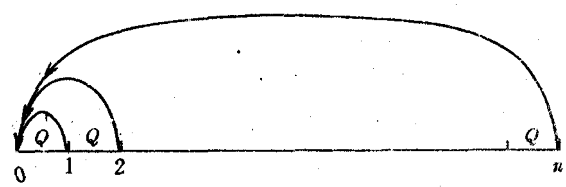
参看教材 P19 例 2 做习题一第 32 和 34 题.



3. 阅读教材弄清楚年金现值的定义和计算公式

$$V=\frac{(1+r)^n-1}{r(1+r)^n}Q$$

其中Q为每年支付的款,n是支付年数,r是年利率,V是各年支付的Q转化为现值之总和.可通过下图去理解.



$$V=Q(1+r)^{-1}+Q(1+r)^{-2}+\cdots+Q(1+r)^{-n}=\frac{(1+r)^n-1}{r(1+r)^n}Q$$

参照教材P20例3做习题一第35题;参考例4做习题一第33和36题.

四、连续复利与自然对数

1. 连续复利是以瞬时计算利息,计算公式是$A_t=A_0e^{rt}$,

其中$e=2.71828\cdots$(常数),r是复利周期利率,t是复利周期次数,A_0是本金、A_t是t次复利周期本利和.

参考教材P22例1,2,3,做作业题第37和38题.

2. 以e为底的对数称为自然对数,记作ln,即$\ln x=\log_e x$. 因为$e>1$,所以它的图象与$y=\log_2 x$相似.

在微积分的计算中,使用以e为底的对数,可使一些计算公式变得简单.

Ⅲ. 内容提要

一、函数

函数三因素(定义域、对应关系、值域)

定义域的求法(找出使函数表达式有意义的自变量的取值的集合)

求函数值(由$x=x_0$代入对应关系式,求因变量的对应值$f(x_0)$.

二、经济中常用到的函数

1. 线性函数

2. 多项式函数

3. 分段函数

4. 指数函数

5. 对数函数

三、经济应用

1. 总成本函数 $C = C(q)$

可以是线性函数，也可以是多项式函数

2. 平均成本函数 $AC(q) = \dfrac{C(q)}{q}$

常常是有理函数

3. 收益函数 $R(q) = p \cdot q$

当价格为常数 $p = p_0$ 时是线性函数 $R(q) = p_0 q$

当价格 $p = a - bq$ 时，是二次函数 $R(q) = (a - bq)q$

4. 价格函数 $p = p(q)$

可以是线性函数 $p = a - bq$，

也可以是指数函数 $P = ae^{-bp}$ 等.

5. 需求函数 $q = q(p)$

可由价格函数 $p = p(q)$ 解出 q 得到.

6. 供应函数 $q = q(p)$

是从供应者的立场考虑，根据价格 p 决定提供产品的数量.

7. 库存问题总费用函数 $f(q) = \dfrac{D}{q}b + \dfrac{D}{q}a$

8. 现值和终值的等值换算公式 $A_x = P(1 + r)^x$，$P = A_x(1 + r)^{-x}$

9. 年金本利和公式 $A = \dfrac{(1 + r)^n - 1}{r}Q$

10. 年金现值计算公式 $V = \dfrac{(1 + r)^n - 1}{r(1 + r)^n}Q$

11. 连续复利计算公式 $A_t = A_0 e^{rt}$，$A_0 = A_t e^{-rt}$

Ⅳ. 习题解答

1. 试判断下列各式，哪些是函数，对每个函数求出其定义域.

(1) $y^2 = 2x$；　(2) $y = \dfrac{3}{x}$；　(3) $y = x^2 - 4$；

(4) $y = \pm\sqrt{1 - 2x}$；　(5) $y = \sqrt{5 + x}$；　(6) $y = \dfrac{1}{x - 1}$.

解 (1) 不是函数，因为当自变量取定一个值时，例如 $x = 1$，因变量 y 有两个值 ($\pm\sqrt{2}$) 与之对应，不满足函数定义中，当自变量取定一个值时，因变量 y 有唯一确定的值与之对应的要求.

(2) 是函数，其定义域是 $\{x \mid x \neq 0\}$.

(3) 是函数，其定义域是 $\{x \mid -\infty < x < +\infty\}$.

(4) 不是函数.

(5) 是函数，其定义域是 $\{x \mid x \geqslant -5\}$.

(6) 是函数，其定义域是$\{x|x \neq 1\}$.

2. 对于函数 $f(x) = 2x - 3$，求：

(1) $f(0)$；(2) $f(1)$；(3) $f(3)$；(4) $f(\frac{1}{2})$；

(5) $f(-1)$；(6) $f(-2)$；(7) $f(-\frac{1}{2})$；(8) $f(-\frac{3}{2})$.

解 (1) $f(0) = 2(0) - 3 = -3$；(2) $f(1) = 2(1) - 3 = -1$；

(3) $f(3) = 2(3) - 3 = 3$；(4) $f(\frac{1}{2}) = 2(\frac{1}{2}) - 3 = -2$；

(5) $f(-1) = 2(-1) - 3 = -5$；(6) $f(-2) = 2(-2) - 3 = -7$；

(7) $f(-\frac{1}{2}) = 2(-\frac{1}{2}) - 3 = -4$；(8) $f(-\frac{3}{2}) = 2(-\frac{3}{2}) - 3 = -6$.

3. 对于函数 $f(x) = 3x^3 + 1$，求：

(1) $f(1)$；(2) $f(h)$（h 为任意实数）；(3) $f(1+h)$；(4) $f(1-h)$.

解 (1) $f(1) = 3(1)^3 + 1 = 4$；

(2) $f(h) = 3h^3 + 1$；

(3) $f(1+h) = 3(1+h)^3 + 1 = 4 + 9h + 9h^2 + 3h^3$；

(4) $f(1-h) = 3(1-h)^3 + 1 = 4 - 9h + 9h^2 - 3h^3$.

4. 对于下列函数

(1) $f(x) = 2x + 5$；(2) $f(x) = x^2$；(3) $f(x) = \frac{1}{x+3}$，

分别计算$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$，$h \neq 0$

解 (1) $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{2(x+h) + 5 - (2x+5)}{h} = 2$；

(2) $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = 2x + h$；

(3) $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\frac{1}{x+h+3} - \frac{1}{x+3}}{h} = -\frac{1}{(x+h+3)(x+3)}$.

5. 试将下列函数分解为简单的函数，并指出它们的定义域.

(1) $f(x) = \sqrt{x+1}$；(2) $f(x) = \sqrt{x^2+4}$；

(3) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$；(4) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$；

(5) $f(x) = (2x^2 + x + 1)^2$；(6) $f(x) = (3x+5)^{\frac{3}{2}}$；

(7) $y = (5x^4 - 1)^5$；(8) $y = x\sqrt{1-x^2}$；

(9) $y = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x}$；(10) $y = \frac{\sqrt{1-x}}{1+x}$.

解 (1) $y = \sqrt{U}$，$U = x + 1$，定义域 $D = \{x|x \geqslant -1\}$；

(2) $y = \sqrt{U}$，$U = V + 4$，$V = x^2$，定义域 $D = \{x|x \in R\}$；

(3) $y = \sqrt{U}$，$U = V - 4$；$V = x^2$，定义域 $D = \{x|x \geqslant 2$ 或 $x \leqslant -2\}$；

(4) $y = \sqrt{U}$，$U = 4 - V$，$V = x^2$，定义域 $D = \{x|-2 \leqslant x \leqslant 2\}$；

(5) $y = U^3$，$U = 2x^2 + x + 1$ 定义域 $D = \{x|x \in R\}$；

(6) $y=U^{\frac{3}{2}}, U=3x+5$，定义域 $D=\{x|x\geqslant-\frac{5}{3}\}$；

(7) $y=U^5$, $U=5x^4-1$，定义域 $D=\{x|x\in R\}$；

(8) $y=U\cdot V, U=x, V=\sqrt{W}, W=1-x^2$，定义域 $D=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$；

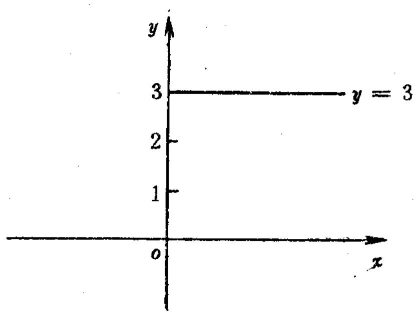
(9) $y=U+V, U=\sqrt{W}, W=1-x^2, V=\sqrt{x}$，定义域 $D=\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$；

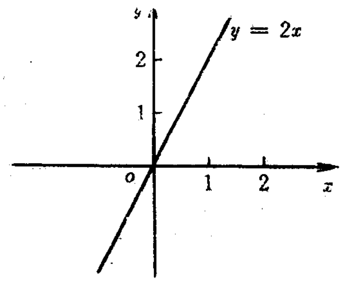
(10) $y=\frac{V}{U}, U=1+x, V=\sqrt{P}, P=1-x$，定义域 $D=\{x|x\leqslant 1$ 且
$1\}$.

6. 画出下列线性函数的图象.

(1) $y=3$；(2) $y=2x$；

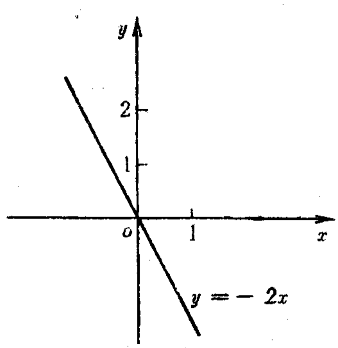
解

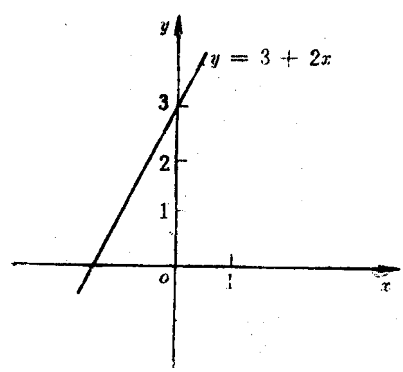




(3) $y=-2x$；(4) $y=3+2x$；

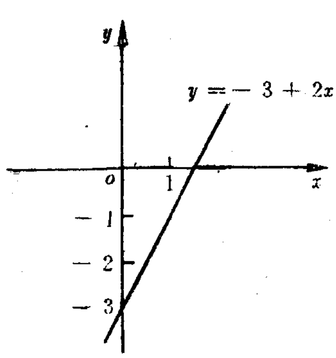
解

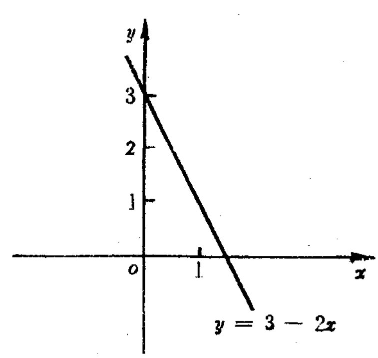




(5) $y=-3+2x$；(6) $y=3-2x$；

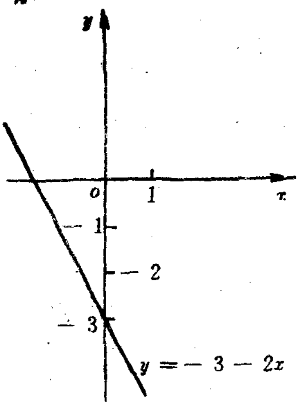
解

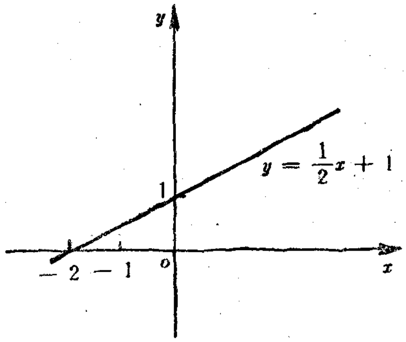




(7) $y=-3-2x$; (8) $y=\frac{1}{2}x+1$

解





7. 判断下列二次函数的图象是开口向上，还是开口向下，并画出其图象：

(1) $y=f(x)=2x^2+x+1$; (2) $y=f(x)=-2x^2-x+1$;

(3) $y=f(x)=x^2-4$; (4) $y=f(x)=x^2+4x+4$;

(5) $y=f(x)=x^2+1$; (6) $y=f(x)=-3x^2+5x+2$;

(7) $y=f(x)=-x^2+1$; (8) $y=f(x)=x^2+2x+1$.

解 (1) $y=2x^2+x+1=2(x^2+\frac{1}{2}x)+1$

$$=2[x^2+\frac{1}{2}x+(\frac{1}{4})^2]-2(\frac{1}{4})^2+1=2(x+\frac{1}{4})^2+\frac{7}{8}$$

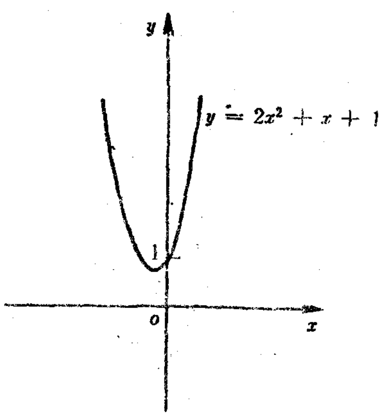
∵ 二次项的系数 $2>0$，∴ 图象开口向上(如下左图).

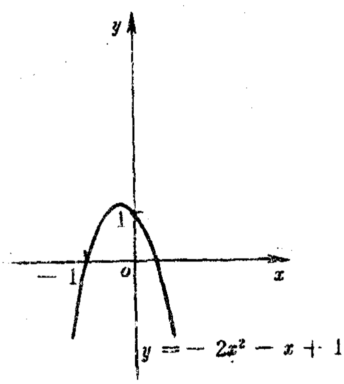
(2) $y=-2x^2-x+1$

$$=-2\left[x^2+\frac{1}{2}x+(\frac{1}{4})^2\right]+2(\frac{1}{4})^2+1$$

$$=-2(x+\frac{1}{4})^2+\frac{9}{8}$$

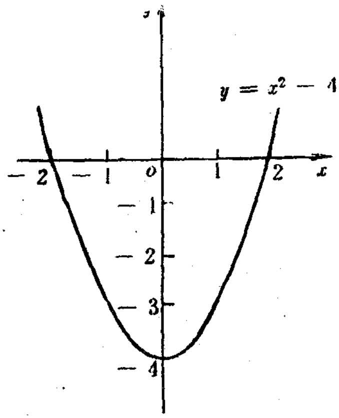
∵ 二次项的系数 $-2<0$，∴ 图象开口向下(如下右图).

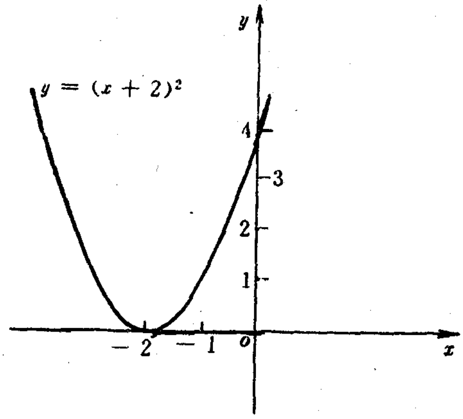




(3) $y = x^2 - 4$ 开口向上(如下左图).

(4) $y = (x+2)^2$开口向上(如下左图).





(5) $y = x^2 + 1$,开口向上(图略).

(6) $y = -3x^2 + 5x + 2$, 开口向下(图略).

(7) $y = -x^2 + 1$,开口向下(图略).

(8) $y = x^2 + 2x + 1$ 开口向上(图略).

8. 指出下列函数中,哪些是多项式函数,哪些是有理函数:

(1) $f(x) = 3x^4 - 3x + 4$;　　(2) $f(x) = 2x^2 - x$;

(3) $f(x) = x - 3$;　　(4) $f(x) = \frac{1}{x}$;

(5) $f(x) = \frac{1}{1-x}$;　　(6) $f(x) = \frac{1}{x} + 2$;

(7) $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$;　　(8) $f(x) = 3x^2 + 4\sqrt{x}$.

解　(1),(2),(3) 是多项式函数,(4),(5),(6),(7) 是有理函数.

9. 确定下列有理函数的定义域:

(1) $f(x) = \frac{3x}{x+1}$;　　(2) $f(x) = \frac{2}{x^2-4}$;

(3) $f(x) = \frac{2x+1}{3x^2-5x-2}$;　(4) $f(x) = \frac{x^2}{x^3-8}$.

解　(1) 的定义域 $D = \{x \mid x \neq -1\}$

(2) 的定义域 $D = \{x \mid x \neq \pm 2\}$

(3) 的定义域 $D = \{x \mid x \neq -\frac{1}{3}, x \neq 2\}$

(4) 的定义域 $D = \{x \mid x \neq 2\}$.

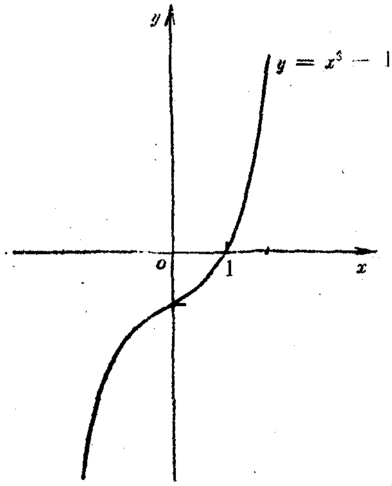
10. 画出下列各函数的图象:

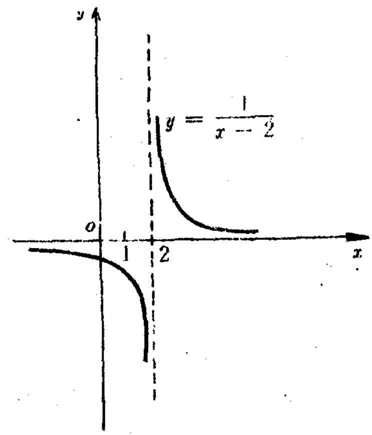
(1) $f(x) = x^3 - 1$; (2)$f(x) = \frac{1}{x-2}$; (3) $f(x) = x^3 - x$; (4) $f(x) = \frac{x}{x-1}$

解　(1) $f(x) = x^3 - 1$

可先画出 $y=x^3$，再将其往下平移一个单位，即得 $f(x)=x^3-1$ 的图象（如下左图）

(2) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$ 的图象可通过 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象向右平移 2 个单位来作出（如下右图）.





(3) $f(x)=x^3-x$ 的图象可通过由 $y=x^3$ 和 $y=-x$ 两个图象叠加来作出（如下左图）.

(4) $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ 可化为 $f(x)=\dfrac{x-1+1}{x-1}=1+\dfrac{1}{x-1}$，因此其图象可由 $y=\dfrac{1}{x-1}$ 的图象往上移一个单位作出（如下右图）.