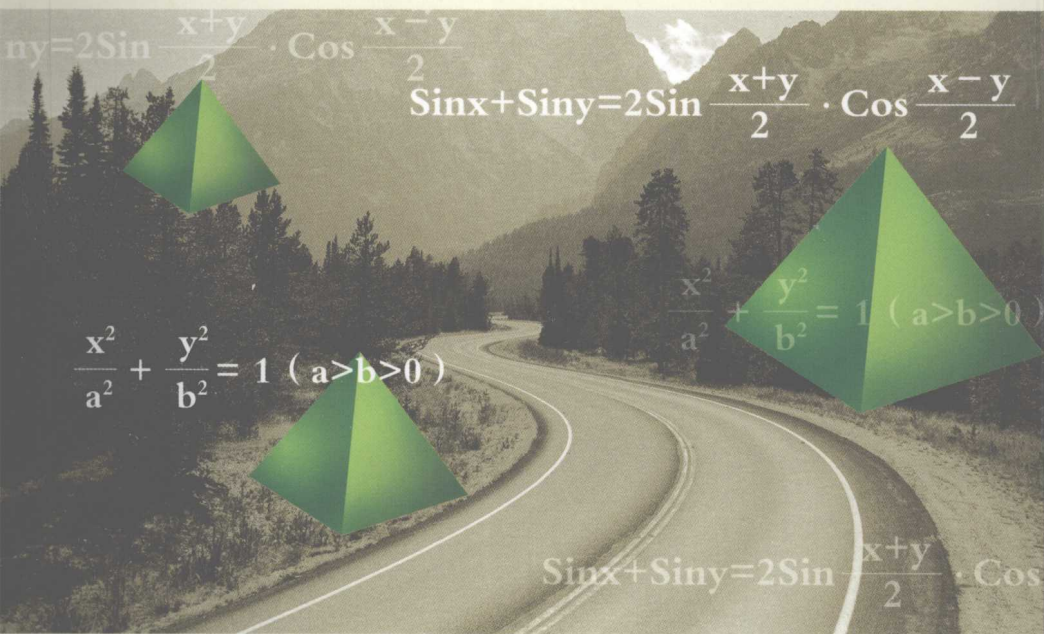


常州市第五中学校本课程教材系列丛书

为了学生的发展

# 数学史选讲

薛平 编著



上海社会科学院出版社

# 数学史选讲

薛平 编著

上海社会科学院出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

数学史选讲/薛平编著. —上海:上海社会科学院出版社,2007.10

(常州市第五中学校本课程教材系列丛书.为了学生的发展;5/史品南主编)

ISBN 978 - 7 - 80745 - 087 - 0

I. 数… II. 薛… III. 数学史 - 青少年读物  
IV. 011 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 141765 号

---

## 数学史选讲

---

编 者: 薛 平

责任编辑: 张晓栋

装帧设计: 柏良 汤婷

出版发行: 上海社会科学院出版社

上海淮海中路 622 弄 7 号 电话 63875741 邮编 200020

<http://www.sassp.com> E-mail: sassp@sass.org.cn

经 销: 新华书店

印 刷: 常州市武进第三印刷有限公司

开 本: 850 × 1168 毫米 1/32 开

印 张: 3.25

字 数: 80 千字

版 次: 2007 年 10 月第 1 版 2007 年 10 月第 1 次印刷

---

ISBN 978 - 7 - 80745 - 087 - 0/G · 013 定价: 150.00 元(含 15 册)

---

版权所有 翻印必究

# 前 言

校长 史品南

教育的根本目的就是促进了人的成长与发展,近年来,常州市第五中学坚持“为全体师生的终身发展、全面发展创造条件”的理念,一切以促进学生发展为本,着力在学校内部进行多方面多角度的探索,积累了许多有益的经验,并取得了积极的成效。

我认为,为了学生的发展就应当努力实现学生的和谐发展。党和国家的教育方针明确指出,要让学生在德、智、体、美等方面都得到发展;同时,随着经济的发展,社会对人才素质的要求也不断提高,社会更需要综合素养较高的人才。因此,学校教育就必须根据国家要求,尽力培养全面发展的人才。不仅要关注学生的文化成绩,更要注重培养学生的健全人格,提升学生的人文修养,锻炼学生强健的体魄和良好的心理,从而为他们顺利走向社会、适应环境创造条件。实现学生的和谐发展,需要学校内部德、智、体、美多育并举;需要教育、活动、环境诸环节共同渗透;需要学校、家庭、社区多渠道齐抓共育。

我认为,为了学生的发展也应当努力实现学生的主动发展。新的课程理念告诉我们,学生不是接受知识的容器,而是学习的主人,教育过程在本质上是学生的自我建构过程,被动学习常常是低效或者无效的学习,唯有主动学习才是有效的学习,因此,学校应当鼓励学生主动发展。主动发展的重要内涵包括让学生自主选择,积极参与,自我反思,也就是让学生主动积极地参与学习的各个环节,从而使他们学得快乐。实现学生主动发展,需要教育者真心尊重学生,适时指导学生,不断鼓励学生。

我认为,为了学生的发展,应当努力实现学生的个性发展。每位学生都是一个鲜活的生命体,他们个性不同,差异明显,真正的教育总是把这种个性、差异看成是一种资源加以开发,通过有差异的教育实现有差异的发展。人的发展说到底就是个性的发展,让学生个性化地发展,就意味着尊重学生的差异,尊重学生的选择,也意味着宽容学生的不足,鼓励学生的异想天开。学生丰富的个性人格的形成,正是教育成功的重要标志之一。实现学生的个性发展,需要提供多样的课程,给予学生更多的展示机会,形成多元的评价。

正是基于以上的认识,根据国家课程改革的要求和学校实际,我们扎实有效地开始了课程改革工作。在课程开发和建设过程中,我们始终做到:

第一,坚持统一性和多样性的有机结合。统一性课程即是:人人都应当参与学习的基础课程属于必修课程,大多反映着国家对公民的基本素质要求,此类课程通常就是内容统一,基本要求统一。多样性课程则包括了选修课、活动课,通常是根据学校实际、学生需要而开设、各具特色的课程,此类课程通常具有多样的选择性,从而为学生的发展提供“广阔的空间”。

第二,坚持知识性和人文性的有机结合。知识性课程主要包括那些文化学科课程,重点帮助学生掌握基本知识、基本技能,通常以测试为基本评价手段。人文性课程主要包括各种有助于提升学生人文素养、提高学生综合能力的选修课程,其评价方法多样化,不过分计较最后的结果,而是更注重学习的过程。

第三,坚持现实性和发展性的有机结合。就是在课程建设特别是校本课程建设过程中,坚持立足现实,努力为学生当前的学习提供帮助,开设有助于提高学生目前学习的各种学科类选修课程。同时,始终关注学生未来的发展,尽力为学生今后走向社会、适应社会提供条件,开设面向生活、面向社会、面向实践的各种选修课

程。这样,学校的课程不仅对学生的今天负责,也为他们的将来负责。

在校本课程建设过程中,学校的许多教师积极参与,他们花费大量时间,精心收集整理相关资料,经过长期积累,形成了许多有效成果,这次汇编出版的系列丛书,就是其中的精华。在这些丛书中,人们会发现,它们内容丰富,见解独特,符合学生需要,展示学校特色,我从内心感谢为此付出艰苦劳动的各位老师作者。当然,从学术角度看,丛书中可能存在或多或少的问题,欢迎大家批评指正,希望通过我们的努力,使这套丛书在今后的工作实践中不断完善成熟,从而为学生的发展发挥更大作用。

常州市地方志办公室王援同志为本套丛书的出版做了大量的指导工作,在此,我代表本丛书全体编者致以衷心感谢!

2007年8月

## 学校简介

常州市第五中学是一所有 60 余年历史(1942 年 - 2007 年)的老校,由留日博士、著名实业家吴葵秋先生创办,是市区最负盛名的 7 所中学之一。在悠久的办学历史上,学校曾经为祖国培养了数以万计的各类人才。经过 60 余年的发展建设,学校得到了长足的发展,学校的艺术特色教育在江苏省乃至全国产生了一定影响和示范作用。2000 年,学校被原江苏省教委确认为国家级示范性高级中学。近几年来,学校先后被评为全国艺术教育先进单位、全国群众体育工作先进单位、江苏省德育先进单位、江苏省现代教育技术示范单位、江苏省传统体育项目学校、常州市文明单位标兵,学校还被确定为南京师范大学、苏州大学等高校的实习基地,并成为常州市艺术教研活动中心。目前,学校正在向“在全国有广泛影响,在江苏省有重要地位,在常州不可或缺,质量上乘,具有鲜明艺术特色的品牌学校”目标迈进。

学校规模较大,师资力量雄厚。学校现有 36 个高中班级,学生 1600 余名,高中专任教师 118 名。一大批教师在省市评优课和市青年教师基本功大赛中屡获佳绩,具有新课程理念和创新意识的中青年教师成为了学校教师队伍的主体力量。

校园环境优美,充满人文精神。学校建筑错落有致,以逸夫教学楼为主体,通过玲珑精致的走廊将体育馆、艺术楼、综合楼、行政办公楼联为一体,其间穿插艺术广场、音乐广场和大片各有特色的绿化景点,处处浸润着以人为本,一切为了学生的发展的育人理念。现代化、信息化、艺术化的建筑风格为学校教育教学创造了一个良好的育人环境。

教学设施精良,办学条件一流。学校的理、化、生科学实验室

装备精良,电视转播中心功能齐全。与艺术特色教育发展轨迹相适应的逸夫艺术楼配设了画室、形体房、文娱活动中心。现代化的体育馆,装备了一流的体育设施,30多间琴房被巧妙地安排于体育馆中。集图书、电教、会议中心、食堂、外籍公寓、教工宿舍于一体的信息大楼更是以人性化、信息化、休闲化的设备为师生服务。

教育质量优异,办学特色显著。作为一所在本地区有较强影响力和吸引力的特色高中,学校风纪整肃,学生诚信有礼,自强自信,乐在其中。学校积极协调社区和家长的的教育力量,全面地关心下一代健康和发展,取得了优异的办学业绩。学校以德育为重,基础文明教育成果显著。近年来,学校教学质量大面积提高,特色教育更是向做优做强方面迈进了一大步:连续多年保持艺术类本科近100%的录取率,并已先后有上百位同学被中央音乐学院、上海音乐学院、中国美院、上海同济大学及南京艺术学院、南京师范大学等一流艺术院校录取。此外,学生的作品还频频在中国美术展览馆等艺术殿堂参展亮相,广获好评。学校“阳光合唱团”在各级各类全国、省市艺术大赛中屡获殊荣。2004年2月,学校女生合唱《闲聊波尔卡》代表江苏省参加“全国首届中小学生艺术展演活动”获得艺术表演类一等奖(这是此类节目江苏省唯一的一个一等奖)。2007年2月,常州市第五中学在全国中小学生第二届艺术展演中参演的《杰里科之役》荣获声乐类比赛一等奖。我校成为江苏省唯一一所连续两次获得全国艺术展演一等奖的学校。浓厚的艺术氛围,出色的办学业绩,在省内外产生了广泛而深远的影响。





New  
No.5 Middle School  
Changzhou

Since 1942

## 常州市第五中学校本课程教材系列丛书

### 编委名单

- ◎ 主编：史品南
- ◎ 副主编：汪经平
- ◎ 各分册编者（按姓氏笔划排列）：王蓓 王红军  
韦理 史江南 冯京通 朱逸明 沈宁 沈默然  
杨早元 杨风梅 殷群 顾勤元 薛平

# 目 录

第一章 数的由来和发展 .....	( 1 )
第二章 希腊数学的兴起与发展 .....	( 5 )
第一节 泰勒斯 .....	( 5 )
第二节 毕达哥拉斯 .....	( 12 )
第三节 柏拉图 .....	( 26 )
第四节 欧几里德 .....	( 35 )
第五节 阿基米德 .....	( 39 )
第六节 丢番图 .....	( 50 )
第三章 中国数学 .....	( 53 )
第一节 中国数学的起源与早期发展 .....	( 53 )
第二节 刘徽 .....	( 63 )
第三节 杨辉 .....	( 71 )
第四节 华罗庚 .....	( 75 )
第四章 欧洲数学家选讲 .....	( 80 )
第一节 欧拉 .....	( 80 )
第二节 高斯 .....	( 86 )
第三节 康托尔 .....	( 92 )

## 第一章 数的由来和发展

人类是动物进化的产物,最初完全没有数量的概念,但是在漫长的生活实践中,由于记事和分配生活用品等方面的需要,逐渐产生了数的概念,比如捕获了一头野兽,就用1块石子代表,捕获了3头,就放3块石子。“结绳记事”是地球上许多相隔很近的古代人类共同做过的事情。我国古书《易经》中有“结绳而治”的记载。传说古代波斯王打仗时也常用绳子打结来计算天数。用利器在树皮上或兽皮上刻痕,或用小棍摆在地上计数也都是古人常用的办法。这些办法用得多了,就逐渐形成数的概念和记数的符号。

数的概念最初不论在哪个地区都是1、2、3、4……这样的自然数开始的,但是记数的符号却很不相同。

古罗马的数字相当进步,现在许多老式挂钟上还常常使用。

实际上,罗马数字的符号一共只有7个:I(代表1)、V(代表5)、X(代表10)、L(代表50)、C(代表100)、D(代表500)、M(代表1,000)。无论这7个符号的位置怎样变化,它所代表的数字都是不变的。按照以下规律组合起来,它们就能表示任何数:

1. 重复次数:一个罗马数字符号重复几次,就表示这个数的几倍。如:“III”表示“3”,“XXX”表示“30”。

2. 右加左减:一个代表大数字的符号右边附一个代表小数字的符号,就表示大数字加小数字,如“VI”表示“6”,“DC”表示“600”。一个代表大数字的符号左边附一个代表小数字的符号,就表示大数字减去小数字的数目,如“IV”表示“4”,“XL”表示“40”,“VD”表示“495”。

3. 上加横线:在罗马数字上加一横线,表示这个数字的一千倍。如:“XV”表示“15,000”,“CLXV”表示“165,000”。我国古代

也很重视记数符号,最古老的甲骨文和钟鼎中都有记数的符号,不过难写难认,后人没有沿用。到春秋战国时期,生产迅速发展,适应这一需要,我们的祖先创造了一种十分重要的计算方法——筹算。筹算用的算筹是竹制的小棍,也有骨制的。按规定的横竖长短顺序摆好,就可用来记数和进行运算。随着筹算的普及,算筹的摆法也就成为记数的符号了。算筹摆法有横纵两式,都能表示同样的数字。

从算筹数码中没有“10”这个数可以清楚地看出,筹算从一开始就严格遵循十进制,9位以上的数就要进一位。同一个数字放在百位上就是几百,放在万位上就是几万。这样的算法在当时是很先进的。因为在世界的其他地方真正使用十进制时已到了公元6世纪末。但筹算数码中开始没有“零”,遇到“零”就空位。比如“6008”,就可以表示为“上 下”。数字中没有“零”,是很容易发生错误的。所以后来有人把铜钱摆在空位上,以免弄错,这或许与“零”的出现有关。不过多数人认为,“0”这一数学符号的发明应归功于公元6世纪的印度人,他们最早用黑点(·)表示零,后来逐渐变成了“0”。

说起“0”的出现,应该指出,我国古代文字中,“零”字出现很早。不过那时它不表示“空无所有”,而只表示“零碎”、“不多”的意思。如“零头”、“零星”、“零丁”。“一百零五”的意思是:在一百之外,还有一个零头五。随着阿拉数字的引进,“105”恰恰读作“一百零五”,“零”字与“0”恰好对应,“零”也就具有了“0”的含义。

如果你细心观察的话,会发现罗马数字中没有“0”。其实在公元5世纪时,“0”已经传入罗马。但罗马教皇凶残而且守旧。他不允许任何人使用“0”。有一位罗马学者在笔记中记载了关于使用“0”的一些好处和说明,就被教皇召去,施行了拶(zǎn)刑,使他再也不能握笔写字。但“0”的出现,谁也阻挡不住。现在,“0”

已经成为含义最丰富的数字符号。“0”可以表示没有,也可以表示有。如:气温,并不是说没有气温;“0”是正负数之间惟一的中性数;任何数(0除外)的0次幂等于1; $0! = 1$ (零的阶乘等于1)。

除了十进制以外,在数学萌芽的早期,还出现过五进制、二进制、三进制、七进制、八进制、十六进制、二十进制、六十进制等多种数字进制法。在长期实际生活的应用中,十进制最终占了上风。现在世界通用的数码1、2、3、4、5、6、7、8、9、0,人们称之为阿拉伯数字。实际上它们是古代印度人最早使用的。后来阿拉伯人把古希腊的数学融进了自己的数学中去,又把这一简便易写的十进制位值记数法传遍了欧洲,逐渐演变成今天的阿拉伯数字。

数的概念、数码的写法和十进制的形成都是人类长期实践活动的结果。随着生产、生活的需要,人们发现,仅仅能表示自然数是远远不够的。如果分配猎物时,5个人分4件东西,每个人该得多少呢?于是分数就产生了。中国对分数的研究比欧洲早1400多年!自然数、分数和零,通称为算术数。自然数也称为非负整数。

随着社会的发展,人们又发现很多数量具有相反的意义,比如增加和减少、前进和后退、上升和下降、向东和向西……。为了表示这样的量,又产生了负数。正整数、负整数和零,统称为整数。如果再加上正分数和负分数,就统称为有理数。有了这些数字表示法,人们计算起来感到方便多了。

2500年前的希腊,毕达哥拉斯学派发现了无理数 $\sqrt{2}$ ,有理数和无理数一起统称为实数。在实数范围内对各种数的研究使数学理论达到了相当高深和丰富的程度。这时人类的历史已进入19世纪。许多人认为数学成就已经登峰造极,数字的形式也不会有什么新的发现了。但在解方程的时候常常需要开平方,如果被开方数负数,这道题还有解吗?如果没有解,那数学运算就像走在死胡同中那样处处碰壁。于是数学家们就规定用符号“i”表示“-

1”的平方根,即 $i = \sqrt{-1}$ ,虚数就这样诞生了。“i”成了虚数的单位。后人将实数和虚数结合起来,写成 $a + bi$ 的形式( $a, b$ 均为实数),这就是复数。在很长一段时间里,人们在实际生活中找不到用虚数和复数表示的量,所以虚数总让人感到虚无缥缈。随着科学的发展,虚数现在在水力学、地图学和航空学上已经有了广泛的应用,在掌握和会使用虚数的科学家眼中,虚数一点也不“虚”了。

数的概念发展到虚数和复数以后,在很长一段时间内,连某些数学家也认为数的概念已经十分完善了,数学家族的成员已经都到齐了。可是1843年10月16日,英国数学家哈密尔顿又提出了“四元数”的概念。所谓四元数,就是一种形如 $q = a + xi + yj + zk$ 的数。它是由一个标量 $a$ (实数)和一个向量 $xi + yj + zk$ (其中 $x, y, z$ 为实数)组成的。四元数在数论、群论、量子理论以及相对论等方面有广泛的应用。与此同时,人们还开展了对“多元数”理论的研究。多元数已超出了复数的范畴,人们称其为超复数。

由于科学技术发展的需要,向量、张量、矩阵、群、环、域等概念不断产生,把数学研究推向新的高峰。这些概念也都应列入数字计算的范畴,但若归入超复数中不太合适,所以,人们将复数和超复数称为狭义数,把向量、张量、矩阵等概念称为广义数。尽管人们对数的归类法还有某些分歧,但在承认数的概念还会不断发展这一点上意见是一致的。到目前为止,数的家庭已发展得十分庞大。

## 第二章 希腊数学的兴起与发展

在公元前 11 世纪,发生了许多经济上和政治上的变化。有一些民族文化销声匿迹了,埃及和巴比伦的势力衰落了,而新的民族,尤其是希伯来人、亚述人、腓尼基人和希腊人,进入了社会的前列。铁器时代的到来,使武器和所有需要用工具的工作发生了根本的变化;创造了字母,引进了货币,贸易的发展与日俱增;地理的发现层出不穷。世界为一种新型的文化做好了准备。

新文化,先出现于小亚细亚海岸的新兴商业城市,然后,出现于希腊本土、西西里岛和意大利海滨。古代东方的静止观点行不通了。由于唯理论的气氛浓厚起来,人们不但问“如何”(how),而且开始问“为什么”(why),即不但要知其然,而且要知其所以然。

在数学中,就像在其他领域中一样,人们第一次提出这样的基本问题:“为什么等腰三角形的两底角相等?为什么圆的直径将圆二等分?”古代东方的以经验为根据的方法,对于解答“如何”这个问题,是十分充分的;然而,要答复更为科学的提问“为什么”,就不那么充分了。为了答复这个问题,就得在证明方法上作一定的努力。于是演绎性(现在学者认为它是数学的基本特征)显得突出了。也许,现代意义上的数学,就诞生于这小亚细亚西岸的新兴商业城市之一,就诞生于这种唯理论的气氛之中。据传说,证明几何学是米利都的泰勒斯开创的,他是古代七贤之一,是公元前 6 世纪前半期的人。

### 第一节 泰勒斯

泰勒斯(公元前 625 年? ~ 公元前 547 年?)是古希腊第一个

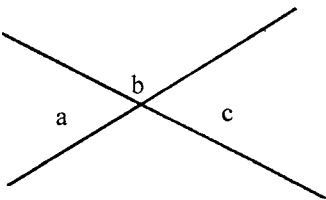
自然科学家和哲学家，希腊最早的哲学学派——爱奥尼亚学派的创始人。泰勒斯生于米利都，他的家庭属于奴隶主贵族阶级，所以他从小就受到了良好的教育。泰勒斯是古希腊的著名哲学家、天文学家、数学家和科学家。他招收学生，建立了学园，创立了米利都学派。他不仅是当时自发唯物主义的代表，同时也是较早的科学启蒙者。泰勒斯早年是一个的商人，曾到过不少东方国家，学习了古巴比伦观测日食月食和测算海上船只距离等知识，了解到腓尼基人英赫·希敦斯基探讨万物组成的原始思想，知道了埃及土地丈量的方法和规则等。他还到美索不达米亚平原，在那里学习了数学和天文学知识。以后，他从事政治和工程活动，并研究数学和天文学，晚年转向哲学。他享有政治家、律师、工程师、实业家、哲学家、数学家和天文学家的声誉，他几乎涉猎了当时人类的全部思想和活动领域，获得崇高的声誉，被尊为“希腊七贤之首”。

泰勒斯是以数学上的发现而出名的第一个人。在几何学中，下列基本成果归功于他：

1. 圆被任一直径二等分；
2. 等腰三角形的两底角相等；
3. 两条直线相交，对顶角相等；
4. 两个三角形，有两个角和一条边对应相等，则全等；
5. 内接于半圆的角必为直角（巴比伦人在这以前大约 1400 年就知道这条结论了）。

这些成果的意义不在这些定理本身，而在于泰勒斯对它们提供了某种逻辑推理（不是凭直观和实验）。

例如，“两条直线相交，对顶角相等”这件事。在下图中，我们希望证明  $\angle a = \angle c$ 。在古希腊之前，这两个角相等也许曾当作十分明显的事被考虑过；并且，如果谁对这件事表示怀疑，





我们就可以把一个角裁下来，叠置于另一个上，让他信服。泰勒斯，不那么办，而是用逻辑推理的方法证明 $\angle a$ 与 $\angle c$ 相等；他用的方法也许和我们今天在初等几何课本中用的方法是一样的。在图中， $\angle a$ 加 $\angle b$ 等于平角， $\angle b$ 加 $\angle c$ 也等于平角。因为所有的平角是相等的，所以， $\angle a$ 等于 $\angle c$ （等量减等量，余量相等）。证明 $\angle a$ 和 $\angle c$ 相等，靠的是：从更基本的原理开始的，一个演绎推理的短链。

### 观测日食

在天文学方面，泰勒斯作了很多研究，他对太阳的直径进行了测量和计算，结果他宣布太阳的直径约为日道的七百二十分之一。这个数字与现在所测得的太阳直径相差很小。他在计算后得知，按照小熊星航行比按大熊星航行要准确得多，他把这一发现告诉了那些航海的人。通过对日月星辰的观察和研究，他确定了三百六十五天为一年，在当时没有任何天文观察设备的情况下，作出这样的发现是很了不起的。

在天文学领域，他更为人们所津津乐道的就是正确地解释了日食的原因，并曾预测了一次日食，制止了一场战争。

当时，米底王国与两河流域下游的迦勒底人联合攻占了亚述的首都尼尼微，亚述的领土被两国瓜分了。米底占有了今伊朗的大部分，准备继续向西扩张，但受到吕底亚王国的顽强抵抗。两国在哈吕斯河一带展开激烈的战斗，接连5年也没有决出胜负。

战争给平民百姓带来了灾难，平民百姓们流离失所。泰勒斯预先推测出某天有日食，便扬言上天反对人世的战争，某日必以日食作警告。当时，没有人相信他。后来果然不出所料，在公元前585年5月28日，当两国的将士们短兵相接时，天突然黑了下來，白昼顿时变成黑夜，交战的双方惊恐万分，于是马上停战和好，后来两国还互通婚姻。

这次战争的结束，当然还有政治、经济等方面的原因，日食只