

# 大地电磁拟 地震解释法

王家映 著



石油工业出版社

# 大地电磁拟地震解释法

王家映 著

石油工业出版社

## (京)新登字 082 号

### 内 容 提 要

大地电磁拟地震解释法是著者80年代初提出的一种解释常规大地电磁测深资料的新理论、新方法。

基于电磁波在导电介质中和地震波在弹性介质中传播的相似性及其反射函数表达式之间的一致性,大地电磁拟地震解释法将地震反射法中的某些基本理论、概念和方法,甚至常用的术语(诸如平均速度、时间剖面、深度剖面、静校正和偏移等)引入到大地电磁测深法的资料解释中,实现了学科间的互相渗透和交叉,取得了初步成功,推动和促进了大地电磁测深法的发展。

本书从电磁波和地震波的对比出发,系统地介绍了频率域和时间域大地电磁拟地震解释法的基本原理、资料采集、数据处理和资料解释方法,并通过一些理论论述和实际资料说明该方法的应用效果。本书可作大专院校应用地球物理研究生和本科高年级学生的教材,也可供有关院校、研究单位和生产部门工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

大地电磁拟地震解释法 / 王家映  
—北京:石油工业出版社, 1995.3  
ISBN 7-5021-1347-9

- I. 大…
- II. 王…
- III. 模拟试验—解释—研究方法
- IV. P.315.8

石油工业出版社出版  
(100011 北京安定门外安华里 2 区 1 号楼)  
石油工业出版社印刷厂 排版印刷  
新华书店北京发行所发行

\*

787×1092 毫米 16 开 11.25 印张 275 千字 印 1—1000  
1995 年 3 月北京第 1 版 1995 年 3 月北京第 1 次印刷  
定价: 11.00 元

## 前 言

大地电磁测深法 (Magnetotelluric Sounding) 或大地电磁法 (Magnetotelluric method)<sup>(10, 21, 22)</sup>, 简称 MT, 是 40 年代末和 50 年代初由前苏联学者 А.Н.Тихонов 和法国学者 L.Cagniard 提出来的一种天然电磁法。它是从高空垂直入射地面的天然交变电磁场为场源, 以岩石的电性差异为基础, 研究沉积盖层乃至地壳和上地幔电性结构的一种地球物理方法。由于它具有成本低廉, 不受高阻层屏蔽, 对低阻层分辨率高等优点, 近十多年来在国内外的石油和天然气的普查与勘探、地壳和上地幔电性结构的研究、地热田的调查以及天然地震的预测、预报等方面都得到了成功的应用。受到地球物理学家的广泛瞩目。今天, MT 已成为深部地球物理探测中必不可少的重要手段。在石油和天然气的普查与勘探中, 特别是在地震工作难以涉足, 或者未能取得良好记录的那些地区, 大地电磁法已成为地震反射法的一种重要补充手段。

然而, 常规的大地电磁法是建立在位场理论基础上的—种地球物理勘探方法。其基本物理依据是电磁波在介质中的穿透深度随频率而变这一事实。频率高, 穿透深度小, 电磁波只能反映浅部的电性特征; 频率低, 穿透深度大, 电磁波可以带回深部的地电信息。因此, 研究从高频到低频的天然交变电磁场 (包括振幅和相位) 的特征, 可以了解测点电性随深度的变化, 达到测深的目的。然而, 在地面上观测的大地电磁场的振幅和相位特征不仅和岩层的纵向电性特征有关, 而且和测点附近电性的横向变化有关, 频率越低, 影响范围越大, 所以大地电磁法仍然是一种“体积勘探”方法。和任何一种“体积勘探”方法一样, MT 的分辨力也受到了限制。更为甚者, 解的非唯一性给大地电磁资料的反演和解释带来了巨大困难。为此, 国内外的许多专家进行了不懈的努力, 先后发表了一系列具有开拓性的文章<sup>(2, 3, 6, 7, 9, 14, 15)</sup>, 提出了一些提高 MT 分辨力和减小解的非唯一性的具体办法和措施, 给大地电磁的发展展示了新的前景。

G.Kunetz<sup>(3)</sup> 在 1972 年就指出了 MT 场和地震波场之间的内在联系; D.Loewenthal<sup>(7)</sup> (1983) 和 E.Szaraniec<sup>(9)</sup> (1976) 先后导出了层状介质中 MT 场和地震波场的共同表达式; D.Kramer<sup>(2)</sup> (1984) 和 В.Михацев<sup>(14)</sup> (1984) 也分别指出了时间域电磁法和反射地震法之间的相关性, 提出了在野外资料采集时利用多次覆盖的具体方法和实现途径; F.X.Bostick<sup>(1)</sup> (1986) 于 80 年代末提出了电磁阵列剖面法 (Electro-Magnetic Array Profiling, 缩写为 EMAP), 把 MT 向拟地震方向又推进了一步。他建议在 MT 野外资料采集时, 沿测线布置首尾相接的电偶极子, 以测量该方向电场的连续变化, 这预示了大地电磁法也可以和地震反射法一样沿剖面连续对比追踪。K.H.Lee<sup>(4)</sup> (1993) 提出通过积分变换的办法将电磁场在有损介质中的传播变换为无损介质中的传播, 造成一种和地震波场完全雷同的形式化的波场。这给电磁法向地震法过渡展示了广阔的前景。不同学者提出的方法虽然不同, 但他们的思路是相似的, 即利用波场理论, 象地震反射法那样, 建立适合大地电磁场特征的 MT 的新理论、新方法。大地电磁拟地震解释法 (Pseudo-Seismic Interpretation of MT, 下称 PSI) 就是在这种情况下, 著者于 80 年代初在加拿大 U.B.C 进修时提出来的一种解释 MT 资料的新理论、新方法。

众所周知，电磁波在导电介质中与地震波在弹性介质中的传播特征及其遵循的规律，既有相似性，又有特殊性。相似性向人们揭示了用常规地震解释方法解释 MT 资料的可能性和必须遵循的途径；特殊性又清楚地表明，在 MT 解释拟地震化过程中绝不能生搬硬套地震的解释方法，必须充分考虑 MT 的特征和具体情况。大地电磁拟地震解释法是既考虑了电磁波在导电介质和地震波在弹性介质中传播的相似性及其反射函数表达式之间的一致性，又考虑了两种波场之间的特殊性而建立起来的一种利用地震反射法中某些基本概念、基本方法解释 MT 资料的一种新方法。

PSI 从提出到现在还不到 10 年，可是对它的研究已取得了长足的进展。到目前为止，既实现了频率域，也进行了时间域研究；既进行了大量的理论资料的反演，也试算了一定数量的实际资料。随着时间的推移和研究的进一步深入，我们相信，除了本书所涉及的，由著者及其同事们完成的时间剖面、平均速度、深度剖面、静校正和波动方程偏移等以外，一定会有更多的地震资料解释方法和概念引入到 MT 中来，从而使 PSI 更加充实和完善。

和许多新生事物一样，PSI 也不是十全十美的，它还有许多问题等待我们去研究。就是本书将要介绍的内容也还需要进一步完善甚至更新。

必须指出，大地电磁拟地震解释法并不是对常规大地电磁法的否定。恰恰相反，是对它的更新和提高。它从波场的观点补充和更新了常规 MT 的内容，将地震勘探中的某些基本理论、基本概念和基本方法引入到大地电磁法中，使 MT 的面貌为之一新，从而提高了分辨力，增强了它的地质效果。

书中的内容是著者和他的同事们近 10 年来部分研究成果的简单总结。曾多次给研究生进行过讲授。为了便于更多的读者理解，撰写时将着重物理概念的分析，尽量避免繁杂的数学推导。但由于大地电磁拟地震法涉及的知识广泛，其中不但包括两种波（电磁波和地震波），还包括两种方法（大地电磁法和地震反射法）的一些基本理论、基本概念和基本方法，甚至也涉及其它一些有关学科（如泛函，时间序列分析、反演理论等）的许多内容。为使广大读者更为清楚，我们将在专门章节中介绍一些必要的补充知识。

为便于该方法的进一步推广，书中还附有 3 个重要的子程序供读者参考。

# 目 录

<b>第一章 电磁波和地震波</b> .....	( 1 )
§ 1 均匀导电介质中的电磁波和完全弹性介质中的地震波 .....	( 1 )
1. 波动方程 .....	( 1 )
2. 波阻抗 .....	( 3 )
3. 波的传播特征 .....	( 5 )
§ 2 水平均匀层状介质中的电磁波和弹性波 .....	( 7 )
1. 水平均匀层状介质中的波动方程 .....	( 7 )
2. 水平均匀层状介质中的波阻抗 .....	( 8 )
3. 水平均匀层状介质中的反射函数 .....	( 13 )
4. 水平均匀层状介质中电磁波和弹性波的比较 .....	( 20 )
§ 3 二维介质中的电磁波和弹性波 .....	( 21 )
1. 二维介质中的电磁波 .....	( 21 )
2. 二维介质中的弹性波 .....	( 23 )
§ 4 大地电磁法和地震反射法的对比 .....	( 24 )
§ 5 反射系数 $q_m$ 的物理意义 .....	( 26 )
<b>第二章 频率域大地电磁拟地震解释法</b> .....	( 28 )
§ 1 频率域大地电磁测深法 .....	( 28 )
§ 2 频率域大地电磁拟地震解释法的基本原理 .....	( 30 )
1. 反射系数 $q_m$ 的求取 .....	( 30 )
2. 时间剖面的解释 .....	( 40 )
§ 3 线性规划简介 .....	( 41 )
§ 4 奇异值分解 (SVD) 和广义反演法 .....	( 43 )
§ 5 大地电磁波的平均相速度及其计算方法 .....	( 47 )
1. 一维介质中大地电磁波的相速度 .....	( 47 )
2. 解析函数 $C(\omega)$ 及其近似表达式 .....	( 48 )
3. 解析函数 $C(\omega)$ 的性质及其连分式表达式 .....	( 51 )
4. 解析函数 $C(\omega)$ 的极点和留数的计算 .....	( 56 )
5. 大地电磁波平均相速度的计算方法 .....	( 57 )
§ 6 深度剖面的求取和偏移 .....	( 59 )
1. 深度剖面的求取和多次反射的识别 .....	( 59 )
2. 几何偏移 .....	( 60 )
3. 波动方程偏移 .....	( 62 )
§ 7 大地电磁静位移对拟地震解释法的影响及其校正 .....	( 79 )
1. 静位移的基本原理 .....	( 79 )
2. 静位移对常规大地电磁测深曲线解释和拟地震解释的影响 .....	( 84 )

§ 8 大地电磁拟地震法野外工作方法和资料处理的初步设想 .....	(87)
1. 野外工作方法 .....	(87)
2. 资料处理 .....	(89)
§ 9 大地电磁拟地震解释法的应用实例 .....	(98)
<b>第三章 时间域大地电磁拟地震解释法</b> .....	(110)
§ 1 时间域大地电磁测深法的基本理论 .....	(111)
§ 2 时间响应函数 $c(t)$ 的计算 .....	(116)
1. 级数求和法 .....	(116)
2. 时间域反褶积法 .....	(117)
3. 连分式展开法 .....	(120)
4. Bode 公式法 .....	(121)
§ 3 一维时间域大地电磁测深曲线及其性质 .....	(123)
1. 时间域大地电磁测深曲线的图示法 .....	(123)
2. 三层介质时间域大地电磁测深曲线的性质 .....	(126)
§ 4 时间域中 $q_m$ 的计算 .....	(128)
1. 线性规划法 .....	(130)
2. 正交函数法 .....	(131)
§ 5 时间域大地电磁拟地震解释法 .....	(134)
§ 6 关于时间域大地电磁拟地震法工作方法的若干问题 .....	(138)
1. 两种域拟地震法的比较 .....	(138)
2. 时间域大地电磁拟地震法的野外工作方法问题 .....	(138)
3. 时间域大地电磁拟地震法的数据处理 .....	(138)
4. 时间域大地电磁拟地震法的资料解释 .....	(139)
<b>结束语</b> .....	(141)
<b>附录 1 线性规划子程序: LPSUB</b> .....	(144)
<b>附录 2 非负最小二乘子程序: NNLS</b> .....	(158)
<b>附录 3 奇异值分解子程序: SVD</b> .....	(165)
<b>参考文献</b> .....	(171)

# 第一章 电磁波和地震波

顾名思义，大地电磁拟地震解释法是一种与地震勘探资料解释方法类似的常规大地电磁资料解释的新方法。它的基础是电磁波在导电介质中和地震波在弹性介质中传播的相似性，以及它们的反射函数表达式之间的一致性。因此，要了解这种方法就必须首先弄清在各种介质（均匀介质、层状介质、二维介质和三维介质）中的大地电磁波和地震波的特点及所遵循的规律。同时，还必须深入地了解大地电磁法与地震反射法的异同。

## § 1 均匀导电介质中的电磁波和完全弹性介质中的地震波

虽然电磁波和地震波所涉及的物理对象不同，但在数学表达形式上它们却有许多共同之处。它们在介质中传播都遵从波动方程。

### 1. 波动方程

实用单位制中，频率域的电磁波波动方程，即 Maxwell 方程为

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{D} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= q \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

式中， $\mathbf{H}$  为磁场强度 (A/m)； $\mathbf{D}$  为电感应强度 ( $\text{F} \cdot \text{V}/\text{m}^2$ )； $\mathbf{B}$  为磁感应强度 (T)； $\mathbf{j}$  为传导电流密度 ( $\text{A}/\text{m}^2$ )； $q$  为自由电荷密度 ( $\text{C}/\text{m}^3$ )。由于

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{j} &= \sigma \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} \\ \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E} \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

式中， $\sigma$  为电导率 (S/m)； $\mu$  为磁导率 (H/m)； $\epsilon$  为介电常数 (F/m)。

在均匀导电介质中，不存在电荷积累，故

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1.3)$$

考虑 (1.1) 和 (1.2)，并设导电介质为无磁性物质， $\mu = \mu_0$ ，则 (1.1) 式变为



$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

这里  $\mu_0$  为真空中之磁导率, 其值为  $4\pi \times 10^{-7}$  (H/m)。将 (1.4) 式中第一式两端取旋度, 并利用

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{H} - \nabla^2 \mathbf{H} = -\nabla^2 \mathbf{H}$$

则得

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \sigma \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \varepsilon \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.5)$$

同样可得

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \sigma \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.6)$$

在  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t}$ ,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}$  的谐变场情况下, (1.5) (1.6) 式可化为

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1.7)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1.8)$$

式中

$$k = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_0 - i \varepsilon \mu_0 \sigma} \quad (1.9)$$

称为复波数或传播系数。(1.7) 和 (1.8) 称为赫姆霍茨方程。在大地电磁法使用的频率, 即甚低频范围内, 位移电流可以忽略, 此时

$$k = \sqrt{-i \omega \mu_0 \sigma} \quad (1.10)$$

这里,  $i = \sqrt{-1}$  是虚数单位;  $\omega$  是电磁波的圆频率, 单位是 rad/s;  $t$  为时间, 单位是 s。

由电磁场理论可知, 在介质电性分界面上, 电磁波应满足相应的边界条件

$$E_{1t} = E_{2t}, \quad H_{1t} = H_{2t}, \quad D_{1n} = D_{2n}, \quad B_{1n} = B_{2n} \quad (1.11)$$

这里，脚码“1”，“2”分别表示第一和第二种介质，而“ $t$ ”和“ $n$ ”则分别表示沿电性分界面的切线和法线方向。

就弹性波而言，在无源场中，弹性波的位移、速度和应力  $\mathbf{P}$  均满足

$$\nabla^2 \mathbf{P} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (1.12)$$

式中， $v$  为弹性波在完全弹性介质中的传播速度 (m/s)。设  $\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 e^{i\omega t}$ ，则上式可化为

$$\nabla^2 \mathbf{P} + k^2 \mathbf{P} = 0 \quad (1.13)$$

这里， $k = \frac{\omega}{v}$ ，称为波数。显然 (1.13) 式就是弹性波在频率域的波动方程。对纵波或膨胀波来说，

$$v_p = \left[ \frac{(\lambda + 2\mu)}{\alpha} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.14)$$

而对横波或剪切波

$$v_s = \left[ \frac{\mu}{d} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.15)$$

这里， $d$  为介质的密度，而  $\lambda$  和  $\mu$  为拉梅常数。

在波阻抗、 $vd$  不连续的地方，位移和应力的切线分量和法线分量都是连续的。

## 2. 波阻抗

由波动理论可知，波阻抗是描述波动在介质中传播的重要参数。在均匀导电介质中，电场  $\mathbf{E}$  和磁场  $\mathbf{H}$  互相垂直 (图 1.1)，且与波的传播方向  $z$  正交。设电场沿  $x$  轴方向极化， $\mathbf{E} = E_x$ ，则磁场仅有  $H_y$  分量。此时  $E_x/H_y$  称为波阻抗，若用  $Z$  表之，则

$$Z = \frac{E_x}{H_y} = \frac{i\omega\mu_0}{k} \quad (\Omega) \quad (1.16)$$

式中， $E_x$  的单位为 V/m， $H_y$  的单位为 A/m，故波阻抗的单位为  $\Omega$ 。如将上式进一步简化，则

$$Z = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{\sigma}} e^{\frac{\pi}{4}} \quad (1.17)$$

显然，在均匀介质中，电场  $E_x$  和磁场  $H_y$  之间的相位差为  $\frac{\pi}{4}$ ，而介质的电阻率可按下式计算

$$\rho = \frac{1}{\omega\mu_0} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 \quad (\Omega\text{m}) \quad (1.18)$$

这就表明，利用均匀各向同性介质表面所测量的电磁场分量，可以计算导电介质之波阻抗和电阻率。

在平面弹性波垂直于地面向下传播的情况下，如图 1.1 所示，若  $P$  为应力， $S$  为应力的作用面积， $L$  为质点沿  $z$  方向的移动距离， $d$  为密度， $v$  为质点的运动速度。根据牛顿第二定律

$$F = ma$$

式中， $F = SP$  为力， $m = SLd$  为质量， $a$  为加速度， $a = \frac{dv}{dt}$ 。将  $F$ ， $m$ ， $a$  代入牛顿第二定律，在简谐振动的情况下，利用  $\frac{dv}{dt} = i\omega v$ ，不难证明

$$\nabla P = \frac{\partial P}{\partial z} = i\omega d v$$

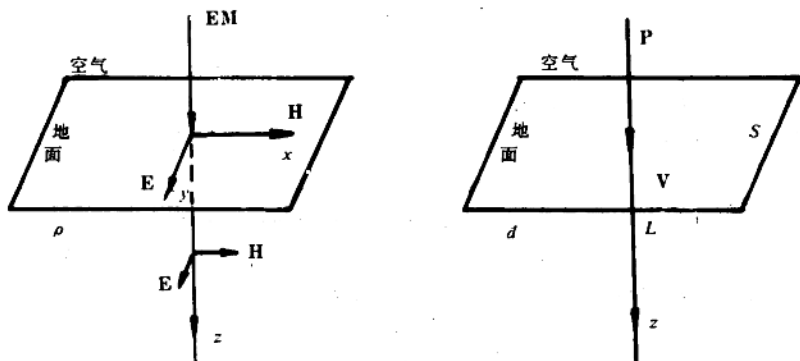


图 1.1 平面电磁波和弹性波在介质中的传播

因此

$$v = \frac{1}{i\omega d} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (1.19)$$

由于  $P$  满足波动方程 (1.12)，且其解为：

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 e^{i\omega\left(\frac{z}{v} - t\right)}$$

代入 (1.19) 得

$$\mathbf{v} = \frac{1}{i\omega d} \cdot (i\omega / v) \mathbf{P}_0 e^{i\omega\left(\frac{z}{v} - t\right)}$$

故

$$\frac{\mathbf{P}}{\mathbf{v}} = d\mathbf{v} \quad (1.20)$$

称为波阻抗。和电磁波的波阻抗 (1.16) 一样，弹性波的波阻抗也是场的两种分量  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{v}$  之比，它是描述弹性介质的重要参数。

### 3. 波的传播特征

下面我们来讨论波（电磁波和地震波）在介质中的传播特性。为简便起见，我们仅讨论波的传播方向与地面垂直的这种特殊情况。如图 1.1 所示，设  $x, y$  轴位于地面， $z$  轴垂直向下，此时，(1.7)，(1.8) 和 (1.13) 式的解为

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 e^{-ikz + i\omega t} \quad (1.21)$$

对低频电磁波而言， $\mathbf{A} = \mathbf{E}$  或  $\mathbf{H}$ ， $K = \sqrt{-i\omega\mu_0\sigma}$ ，因而

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 e^{-\gamma z - i(\gamma z - \omega t)} \quad (1.22)$$

上式表明，大地电磁波沿  $z$  轴传播时，其振幅  $\mathbf{A}_0 e^{-\gamma z}$  按指数规律衰减， $\gamma z$  的值越大衰减越快。对同一频率的谐变电磁波而言，进入介质的深度越大，振幅越小。设  $z = \delta$  时，电磁波的振幅衰减为地面上振幅的  $1/e$ 。物理上定义：距离  $\delta = 1/\gamma$  为电磁波之趋肤深度。 $\gamma$  称为电磁波之衰减系数，且

$$\gamma = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\sigma}{2}} \quad (1.23)$$

代  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m 入上式，得

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} \approx 503 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \quad (1.24)$$

式中， $\rho$  是介质的电阻率，单位为  $\Omega\text{m}$ ； $\delta$  的量纲是 m； $f$  是电磁波之频率。

由此可见，电磁波之趋肤深度  $\delta$  随电阻率的增加和频率的降低而增大。所以，为了寻找深部矿体和探测地球深部电性结构，必须采用较低的工作频率。表 1.1 中列出了不同介质中，不同频率电磁波之趋肤深度。

由 (1.22) 式，设电磁波的相位为零，即  $\gamma z - \omega t = 0$  不难求得电磁波的相速度

$$v = \frac{z}{t} = \frac{\omega}{\gamma} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu_0 \sigma}} = 1000\sqrt{10\rho f} \quad (1.25)$$

十分清楚， $v$  不仅与岩石电阻率  $\rho$  (或电导率  $\sigma$ ) 有关，而且与电磁波的频率  $\omega$  有关。电阻率越小或频率越低，电磁波的相速度越小。如表 1.2 所示。电磁波的速度随频率而变化的这种特性称为色散。

表 1.1 电磁波之趋肤深度

$\rho$ ( $\Omega\text{m}$ ) $\delta$ (m) $f$ (Hz)	0.1	1	10	100	1000	10000
1000	5.03	15.9	50.3	159	503	1591
100	15.9	50.3	159	503	1591	5,030
10	50.3	159	503	1,591	5,030	15,910
1	159	503	1,591	5,030	15,910	50,300
0.1	503	1,591	5,030	15,910	50,300	159,100
0.01	1,591	5,030	15,910	50,300	159,100	503,300
0.001	5,030	15,910	50,300	159,100	503,300	1,591,000

对弹性波而言，设 (1.22) 式中  $\mathbf{A} = \mathbf{P}$ ， $k = \frac{\omega}{v}$  则

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 e^{-ikz + i\omega t} = \mathbf{A}_0 e^{i\omega\left(\frac{z}{v} - t\right)} \quad (1.26)$$

可见，在完全弹性介质中，平面波的振幅在传播的过程中，理论上并不存在衰减，而且其相速度  $v = \frac{z}{t}$  也与波的频率无关。

然而，实际介质绝大部分都是粘滞性体，当弹性波在其中传播时，由于内摩擦的存在，能量会部分地被吸收，振幅也会衰减。因此，也存在着一种十分复杂的色散和衰减特性。可以设想，如果地球是一个完全弹性介质，那么，地球上任何一次振动，都将无限制地延续下去，这是不可思议的。

表 1.2 电磁波的相速度

$\rho$ ( $\Omega\text{m}$ ) $v$ (m/t) $f$ (Hz)	0.1	1	10	100	1000	1000
1000	31,623	100,000	316,227	$10^6$	$3.16 \times 10^6$	$10^7$
100	10,000	31,623	100,000	$3.16 \times 10^5$	$10^6$	$3.16 \times 10^6$
10	3,162	10,000	31,623	$10^5$	$3.16 \times 10^5$	$10^6$
1	1,000	3,162	10,000	$3.16 \times 10^4$	$10^5$	$3.16 \times 10^5$
0.1	316	1,000	3,162	$10^4$	$3.16 \times 10^4$	$10^5$
0.01	100	316	1,000	$3.16 \times 10^3$	$10^4$	$3.16 \times 10^4$
0.001	31.6	100	316	$10^3$	$3.16 \times 10^3$	$10^4$

## § 2 水平均匀层状介质中的电磁波和弹性波

图 1.2 为水平均匀层状介质模型，其中  $\rho_i$ 、 $v_i$ 、 $d_i$ 、 $h_i$  分别为第  $i$  层介质的电阻率、弹性波的传播速度、密度和厚度。

与均匀介质不同，在水平均匀层状介质中，从高空垂直入射的平面电磁波和地震波，不仅会在介质中传播，而且会在介质分界面上发生反射和透射。但由于两种波场的物理本质不同，它们的传播、反射和透射的特性也不完全一致。为清楚起见，让我们分别加以讨论。

### 1. 水平均匀层状介质中的波动方程

在水平均匀层状介质中，电磁波和弹性波和在均匀介质中一样，仍然满足 (1.7)、(1.8) 和 (1.13) 式所示的波动方程。所不同的是，在介质分界面上还必须遵循各自的边界条件。那就是电场和磁场的切线分量，电感强度和磁感应强度的法线分量在界面上连续，即

$$E_{1t} = E_{2t}, \quad H_{1t} = H_{2t}, \quad D_{1n} = D_{2n}, \quad B_{1n} = B_{2n}$$

对弹性波场而言，在分界面上位移和应力的切线分量和法线分量都必须连续，即

$$e_{1t} = e_{2t}, \quad P_{1t} = P_{2t}, \quad e_{1n} = e_{2n}, \quad P_{1n} = P_{2n}$$

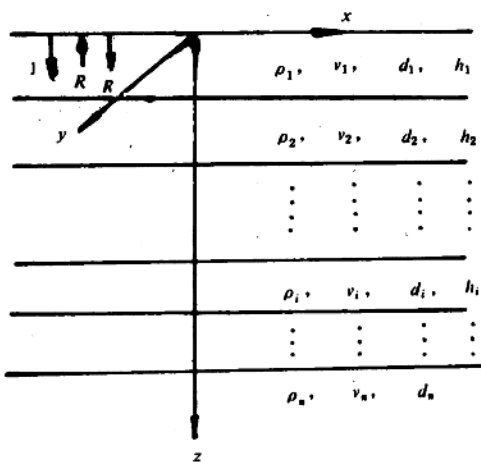


图 1.2 水平均匀层状介质模型

脚标  $t$  和  $n$  分别表示切线和法线分量；1, 2 分别表示两种介质； $e$  代表质点位移； $P$  为应力。

## 2. 水平均匀层状介质中的波阻抗<sup>(2)</sup>

前面已给出了在均匀介质中波阻抗的定义，现在再来分析一下在水平均匀层状介质情况下波阻抗的具体表达式。

### 1) 电磁波的波阻抗

在多层介质情况下，第  $m$  层中电磁场的通解为：

$$E_x^m(z, \omega) = D_m e^{-k_m z} + U_m e^{k_m z} \quad (1.27)$$

$$H_y^m(z, \omega) = \frac{k_m}{i\omega\mu_0} (D_m e^{-k_m z} - U_m e^{k_m z}) \quad (1.28)$$

这里，含  $D_m$  的项为下行波，含  $U_m$  的项为上行波。上式说明，在多层介质情况下，任何一层中的电场或磁场均由两项所组成。一项是上行波，一项是下行波。

根据波阻抗的定义，在第  $m$  层中深度  $z$  处：

$$Z^m(z, \omega) = \frac{E_x^m(z, \omega)}{H_y^m(z, \omega)} \quad (1.29)$$

而在第一层的顶面，即地面，电磁波的波阻抗为：

$$Z(\omega) = Z^1(0, \omega) = \frac{E_x^1(0, \omega)}{H_y^1(0, \omega)} = \frac{i\omega\mu_0}{k_1} \frac{D + U_1}{D_1 - U_1} = Z_0(\omega) \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{U_1}{D_1} \right)^n \right] \quad (1.30)$$

在大地电磁测深法理论中，又习惯将  $Z(\omega)$  写为：

$$Z(\omega) = Z_0(\omega) \operatorname{coth} \left[ k_1 h_1 + \operatorname{coth}^{-1} \left[ \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \operatorname{coth} \left[ k_2 h_2 + \dots + \operatorname{coth}^{-1} \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_{n-1}}} \right] \right] \right]$$

式中

$$Z_0(\omega) = \frac{i\omega\mu_0}{k_1} \quad (1.31)$$

称为电阻率为  $\rho_1$  的均匀介质之波阻抗。

有时为了应用方便，定义归一化表面阻抗为：

$$\begin{aligned} \tilde{Z}(\omega) &= \frac{Z(\omega)}{Z_0(\omega)} = \frac{D_1 + U_1}{D_1 - U_1} = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{U_1}{D_1} \right)^m \\ &= \coth_{\text{th}} \left[ k_1 h_1 + \coth_{\text{th}}^{-1} \left[ \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \coth_{\text{th}} \left[ k_2 h_2 + \dots + \coth_{\text{th}}^{-1} \left[ \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_{n-1}}} \right] \right] \right] \right] \end{aligned} \quad (1.32)$$

这里的  $\coth$  和  $\text{th}$  分别是双曲余切和双曲正切。当  $\rho_i > \rho_{i-1}$  时在上式第  $i$  节循环中取  $\coth$ ，否则取  $\text{th}$ 。

实际上，不管是 (1.30) 还是 (1.32) 式，都还不便于拟地震解释法的应用。为了找寻适合于大地电磁拟地震解释法的表达式，我们首先考虑断面中任意分界面之处上行波和下行波之间的关系。假定第  $i$  层顶界面处上行波和下行波分别为  $U_i$  和  $D_i$ ，则在其底界面，即第  $i$  个分界面处，它们将分别发生“超前”和“延迟”现象。超前和延迟的大小与  $k_i h_i$  有关。分别为  $U_i e^{k_i h_i}$  和  $D_i e^{-k_i h_i}$ ，如图 1.3 所示。对第  $i+1$  层顶界面而言，上行波和下行波分别为  $U_{i+1}$ ， $D_{i+1}$ 。在分界面  $i$  处，方向各不相同的四个波： $U_i e^{k_i h_i}$ 、 $D_i e^{-k_i h_i}$ 、 $U_{i+1}$ 、 $D_{i+1}$  将由连续性的边界条件互相联系起来。设电磁波从上方入射的反射系数为

$$\gamma_{i, i+1} = \frac{\sqrt{\rho_{i+1}} - \sqrt{\rho_i}}{\sqrt{\rho_{i+1}} + \sqrt{\rho_i}} \quad (1.33)$$

则从第  $i$  个分界面下方入射的反射系数为

$$\gamma_{i+1, i} = -\gamma_{i, i+1} \quad (1.34)$$

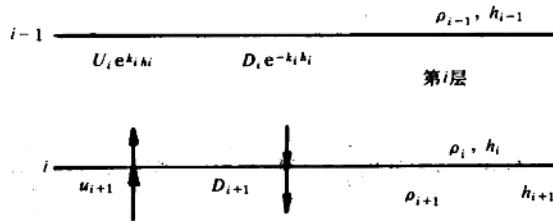


图 1.3 在水平均匀层状介质中第  $i$  个分界面上的上行波和下行波

从上方入射的透过系数为

$$\gamma_{i, i+1} = 1 + \gamma_{i, i+1} \quad (1.35)$$

从下方入射的透过系数为



$$\gamma_{i+1, i} = 1 - \gamma_{i, i+1} \quad (1.36)$$

显然，离开第  $i$  个分界面的上行波  $U_i e^{k_i h_i}$  与下行波  $D_{i+1}$ ，分别由下行反射波  $\gamma_{i, i+1} D_i e^{-k_i h_i}$  与上行透过波  $(1 - \gamma_{i, i+1}) U_{i+1}$  和上行反射波  $-\gamma_{i, i+1} U_{i+1}$  与下行透过波  $(1 + \gamma_{i, i+1}) D_i e^{-k_i h_i}$  所组成。即

$$U_i e^{k_i h_i} = \gamma_{i, i+1} D_i e^{-k_i h_i} + (1 - \gamma_{i, i+1}) U_{i+1}$$

$$D_{i+1} = -\gamma_{i, i+1} U_{i+1} + (1 + \gamma_{i, i+1}) D_i e^{-k_i h_i}$$

解之得

$$\frac{U_i}{D_i} = \frac{\gamma_{i, i+1} + \frac{U_{i+1}}{D_{i+1}}}{1 + \gamma_{i, i+1} \frac{U_{i+1}}{D_{i+1}}} e^{-2k_i h_i} = Q_i P_i \quad (1.37)$$

其中

$$Q_i = \frac{\gamma_{i, i+1} + \frac{U_{i+1}}{D_{i+1}}}{1 + \gamma_{i, i+1} \frac{U_{i+1}}{D_{i+1}}} \quad (1.38)$$

$$P_i = e^{-2k_i h_i} \quad (1.39)$$

显然，(1.37) 是一个循环公式， $\frac{U_i}{D_i}$  可用  $\frac{U_{i+1}}{D_{i+1}}$  来表示， $\frac{U_{i+1}}{D_{i+1}}$  又可用  $\frac{U_{i+2}}{D_{i+2}}$  来表示。如此类推，循环往复，可以连续应用 (1.37) 式，直到求出计算  $\bar{Z}(\omega)$  的 (1.32) 中所需的  $\frac{U_1}{D_1}$  为

止。注意，由于最末一层是一个均匀半空间，无上行波存在，故  $\frac{U_n}{D_n} = 0$ 。

为使公式简化而又不失问题的一般性，我们采用 Goupillaud 模型<sup>(3)</sup>，即把地层划分为“等时微层”。其中每一微层的  $t_0 = \mu_0 \sigma_i h_i^2$  均相等。显而易见，由于各微层的电导率  $\sigma_i$  不同，因而厚度  $h_i$  并不相等。然而，各微层的  $P_i = e^{-2k_i h_i} = e^{-2\sqrt{j\omega t_0}}$  却都是一样的。若令  $P_i = P$ ，并代入 (1.37)，则得