

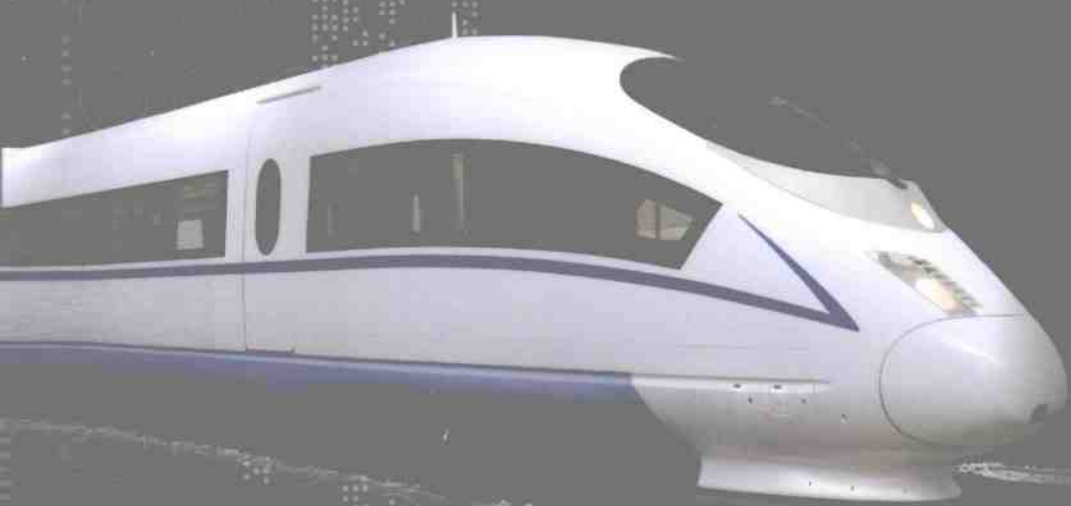
21世纪高校规划教材——机车车辆类

铁道机车车辆结构强度

Railway Vehicle Structure Strength

米彩盈 编著

李 芾 主审



西南交通大学出版社

21 世纪高校规划教材 —— 机车车辆类

铁道机车车辆结构强度

米彩盈 编著

李 芾 主审

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内 容 提 要

本书由绪论、有限元法基本理论和机车车辆承载结构分析三部分主要内容组成。

本书文字简明，便于自学，适合作为铁道机车车辆机械结构设计与分析专业本科高年级或研究生的教材，同时也是从事机械结构分析的工程技术人员的一本好的参考书。

图书在版编目 (C I P) 数据

铁道机车车辆结构强度 / 米彩盈编著. — 成都: 西南交通大学出版社, 2007.8
ISBN 978-7-81104-654-0

I. 铁… II. 米… III. 机车—结构强度—研究 IV. U260.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 125784 号

铁道机车车辆结构强度

米彩盈 编著

责任编辑	李晓辉
封面设计	跨克创意
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 87600533
邮 编	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	四川锦祝印务有限公司
成品尺寸	185 mm × 260 mm
印 张	15.375
字 数	386 千字
印 数	1—3 000 册
版 次	2007 年 8 月第 1 版
印 次	2007 年 8 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-81104-654-0
定 价	25.00 元

图书如有印装问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

随着机车车辆运行速度和载重量的不断提高,轻量化承载结构的疲劳可靠性问题成为影响列车安全运行和旅客生命财产安全的首要问题。为了准确分析机车车辆承载结构在列车运行中的应力分布状态和其刚度特性,在现代机车车辆产品设计过程中,其承载结构的强度和刚度分析采用有限元法进行分析与验证。

目前,介绍有限元方法和有限元理论的参考书很多,然而其中的绝大多数是基于变分原理等的有限元法,其起点较高,对于只学过材料力学的学生和工程技术人员有一定的难度。本书在材料力学的基础上,通过杆系结构的直接解法引入有限元法的基本概念、原理和方法,继而在弹性力学基础之上进一步介绍连续弹性体的有限元法,最后基于有限元法对机车车辆承载结构强度分析进行系统介绍。本书是为车辆工程专业高年级学生和研究生编写的一本通俗易懂、内容深广适中的教材,也适合于工程技术人员自学使用。

本书由绪论、有限元法基础和铁道机车车辆承载结构设计与分析三部分内容组成。

第一部分是绪论,即第1章。介绍机车车辆承载结构强度分析的意义、现状及有限元法的产生和发展概况。

第二部分是有限元法基础,包括第2章~第5章。第2章由杆系结构引入有限元法的基本概念、分析步骤和求解方法。第3章介绍弹性力学基础知识和基本能量原理。第4章介绍弹性力学问题的有限元法,分别讨论平面问题和空间问题的有限元网格划分、单元形函数构建和解的收敛性。第5章详细介绍常用等参元、等参变换、节点等效载荷计算、高斯数值积分、应力处理和应力计算。

第三部分是铁道机车车辆承载结构设计及强度分析,包括第6章~第9章。第6章介绍单轴和多轴应力状态的判定方法、机车车辆承载结构强度评定准则及疲劳强度分析的工程方法和修正 Goodman 疲劳曲线的绘制方法及其应用范围。第7章介绍车轴与车轮的设计原理和强度分析方法。第8章介绍焊接结构的疲劳设计方法、转向架构架与车体结构强度分析方法和疲劳强

度评定。第9章介绍弹簧悬挂系统设计原理、横向刚度计算、稳定性评定准则和应力计算。

在本书的编写过程中，李芾教授对本书的内容提供了大量有价值的建议，并认真审阅了本书的文稿；傅茂海研究员、卜继铃副研究员和黄运华副研究员对本书提出了宝贵建议；安琪等同志对本书的校对和插图绘制做了大量工作，在此对他们表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，本书难免有一些不妥和需要进一步修改之处，恳请广大读者批评指正。

作者

2007年6月

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 机车车辆结构强度分析的意义	1
1.2 国内外机车车辆承载结构强度分析发展现状	2
1.3 本书的主要内容	4
习 题	6
第 2 章 杆系结构的有限元法 —— 直接法	7
2.1 基本概念	7
2.2 平面桁架	9
2.3 空间桁架	26
2.4 平面刚架	30
2.5 空间刚架	45
习 题	51
第 3 章 弹性力学基础	52
3.1 基本概念	52
3.2 平面应力问题与平面应变问题	55
3.3 平面问题的平衡微分方程	57
3.4 平面问题的几何方程	58
3.5 物理方程	60
3.6 边界条件	63
3.7 平面问题的基本解法	64
3.8 空间问题	67
3.9 能量原理	72
习 题	75
第 4 章 平面和空间问题的有限元	77
4.1 离散化	77
4.2 位移函数的选取原则	82
4.3 平面线性 3 节点三角形单元	84
4.4 建立有限元方程	90
4.5 4 节点四面体单元	98
习 题	103
第 5 章 等参元	104
5.1 等参变换	104

5.2	几类常见的等参元	106
5.3	平面等参变换	114
5.4	空间等参变换	121
5.5	高斯 (Gauss) 数值积分	131
5.6	应力计算结果的处理	135
5.7	强度理论及等效应力计算	139
	习 题	142
第 6 章	结构强度分析与评定准则	144
6.1	机车车辆强度分析的目的和内容	144
6.2	机车车辆强度规范	144
6.3	结构强度评定方法	146
6.4	修正的 Goodman 曲线	149
	习 题	151
第 7 章	车轴和车轮结构设计与强度	152
7.1	车轴结构设计	152
7.2	车轴强度计算	155
7.3	车轮结构设计	163
7.4	车轮强度计算	164
	习 题	168
第 8 章	焊接结构设计与强度	169
8.1	选材准则	169
8.2	焊接接头设计	170
8.3	提高焊缝疲劳强度的工艺措施	176
8.4	焊接结构疲劳设计准则	182
8.5	焊接构架	183
8.6	车体	192
	习 题	211
第 9 章	弹簧悬挂系统结构分析	212
9.1	高圆簧结构设计	213
9.2	高圆簧横向刚度计算	215
9.3	橡胶垫特性参数计算	218
9.4	高圆簧一端加橡胶垫系统横向刚度计算	222
9.5	高圆簧两端加橡胶垫系统横向刚度计算	227
9.6	高圆簧一端或两端加橡胶垫系统稳定性评定准则	232
9.7	高圆簧应力计算	232
	习 题	236
	参考文献	238

第1章 绪论

1.1 机车车辆结构强度分析的意义

我国自从20世纪实行改革开放政策以来,国民经济发展迅速,人民生活水平不断提高,人们的时间观念发生了巨大改变,提升运输能力与效率的愿望也逐渐强烈。由于我国幅员辽阔,人口众多,多年来铁路运输以其运量大、能耗低、安全便利和运价低廉赢得了社会的广泛青睐,铁道机车车辆也就成为交通运输的主要工具。但是,铁路运输技术的发展速度远远低于国民经济增长速度,致使铁路运输的运输能力成为限制国民经济发展的主要因素。为了缓解我国铁路运能的紧张情况,国家从20世纪90年代开始,对铁路运输进行了全面提速,相继在全国主要铁路干线开通了准高速列车和重载列车。从2005年开始,我国陆续引进了日本川崎公司、法国阿尔斯通公司、加拿大邦巴迪公司和德国西门子公司运行速度为200 km/h和300 km/h高速列车的关键技术。

自1964年10月1日,世界上第一列最高运行速度为210 km/h的商业运营高速列车——日本东海道新干线诞生以来,欧洲的铁路技术发达国家相继研制出商业运营高速列车,如1965年前联邦德国研制出最高运行速度为200 km/h、Co-Co轴式E103电力机车和1990年开始投入商业运营的历代ICE高速列车等;法国1972年开始投入商业运营的历代TGV高速列车;英国、西班牙、意大利和瑞典等国也相继投入商业运营高速列车。我国从国家“七五”计划开始研制最高运行速度为160 km/h的准高速机车车辆,国家“八五”计划开始进行高速列车相关关键技术研究,国家“九五”计划对万向轴式动力转向架和雅可比客车转向架进行预研究,于2000年年初试制出第一台具有自主知识产权的“蓝箭”200 km/h高速动力车和高速客车,在国家“九五”计划期间开始修建“秦沈”高速客运专线和研制“中华之星”270 km/h商业运营高速列车。

随着列车运行速度和载重量不断提高,为了改善机车车辆动力学性能、提高旅客乘坐舒适性、降低铁路线路维修成本、减小列车运行阻力、降低承载结构的工作载荷和振动冲击能量,机车车辆承载结构相继采用轻量化技术设计。众所周知,在轴重一定的条件下,随着列车载重量和配备设备质量不断增加,承载结构自重和动态刚度即固有频率随之降低;随着列车运行速度不断提高,轮轨系统激扰频率显著加剧,轻量化承载结构的服役环境急剧恶化,其结构的疲劳可靠性问题将变得越来越突出。

在现有商业运营的世界各国高速列车中,1998年6月4日德国第一代ICE高速列车客车转向架弹性车轮的轮箍在Eschede铁路桥上发生疲劳断裂,给德国铁路运输业造成巨大损失,也在世界各国引起巨大震动。在我国,由于对准高速和高速机车车辆的研究起步较晚,与高速列车技术水平先进国家相比,我国对高速列车技术的认识和研究水平尚有一定的差距。在近年来投入运营的重载列车、准高速和高速列车中,时有影响列车安全运行的关键承载部件

发生疲劳破坏,如 160 km/h 准高速内燃机车 DF11 的车轮、快运货车转 K4 转向架的弹簧托板和准高速客车 CW-2 转向架焊接构架的箱型侧梁等的疲劳破坏,给我国机车车辆制造产业及铁路运输带来巨大的经济损失。

随着国内外重载列车和提速、准高速和高速列车承载结构疲劳破坏事件的屡屡发生,加强铁道机车车辆承载结构动力学性能和疲劳强度可靠性的研究就显得越来越重要了。近年来,以重载列车和提速、准高速和高速列车承载结构的轻量化设计、疲劳强度可靠性和列车系统动力学的研究为主题的科技文献也比比皆是。

人类对机车的结构疲劳强度或寿命研究已经有一百多年的历史。早在 19 世纪初期产业革命以后,随着蒸汽机车和机动载运工具的发展以及机械设备的广泛使用,工程技术人员就开始对承载结构的疲劳问题进行研究。1829 年,德国采矿工程师阿尔伯特(W. J. Albert)做了铁链的重复载荷试验,提出第一份关于疲劳问题的研究报告。在 19 世纪 30 年代,铁路在欧洲各国迅速发展,铁道机车车辆车轴的轴肩经常发生疲劳破坏。到了 1850 年,德国铁路工程师韦勒(Wöhler)在由他本人发明的试验机上对车轴进行了大量重复交变应力下的疲劳试验,首次对车轴的疲劳问题进行了系统研究,他在 1870 发表的论文中,系统地阐述了疲劳寿命与应力的关系,首次提出了 S-N 曲线和疲劳极限的概念,并指出应力幅值比最大应力对材料疲劳寿命的影响要大得多,奠定了金属疲劳的基础。1870—1900 年,一些学者发展了韦勒的经典研究工作,如古德曼(J. Goodman)提出了一个有关平均应力的简化理论。20 世纪 40 年代,苏联学者谢联先推导出常规疲劳设计的计算公式,根据 S-N 曲线的水平段(疲劳极限)进行无限寿命设计;根据 S-N 曲线的斜线段进行有限寿命设计。为了解决变幅应力下的有限寿命设计问题,1954 年美国学者迈纳(M. A. Miner)在对疲劳累积损伤问题进行大量试验研究的基础上,将帕姆格伦(J. V. Palmgren)在 1924 年提出的线性累积损伤理论公式化,形成了至今仍被广泛使用的 Palmgren-Miner 疲劳线性累积损伤法则,简称 Miner 法则。这些疲劳强度或寿命分析的基本原理自今仍被机车车辆技术水平发达国家的工程技术人员采用,分析或预测承载结构的疲劳强度或寿命。

随着重载和准高速、高速列车逐渐投入运营,结构的疲劳强度问题更加显得重要了。世界各国在开展材料疲劳理论研究的基础上,广泛发展适合本国实际情况的结构疲劳强度分析的工程评定方法,开展动态多柔体轻量化结构优化设计方法和研究随机载荷作用下结构疲劳强度预测方法。在新产品开发阶段,对指导产品轻量化设计、优化承载结构动态性能、评定结构疲劳强度或疲劳寿命和预测机车车辆-轨道耦合系统动力学性能具有重要的理论和现实意义。

1.2 国内外机车车辆承载结构强度分析发展现状

从 20 世纪 80 年代开始,日本学者对高速列车轻量化承载结构疲劳强度和可靠性问题进行了广泛的理论、实验室试验和线路试验研究,提出承载结构疲劳设计的工程方法和延长其使用寿命的理论方法。在工程上,对于设计阶段的机车车辆承载结构,主要依据 JIS

标准规定的载荷工况及载荷组合,利用 Haigh 形式的 Goodman 曲线对整体结构进行静强度和疲劳强度分析;对焊接结构细节根据日本钢结构协会疲劳设计指南给出的疲劳设计曲线(即 S-N 曲线)进一步考核。同时进行概率设计或按疲劳损伤理论计算当量应力实施评估。

在欧洲,通过大量的机车车辆线路运行试验,国际铁路联盟(UIC)和欧洲标准(EN)试验中心专家委员会发布了大量机车车辆承载结构设计载荷、载荷工况组合和强度试验的研究报告(其研究报告的代号/缩写为 ORE 和 ERRI),制定出了相关的设计和试验标准,如:UIC510-3、UIC510-5、UIC515-3、UIC515-4、UIC615-1、UIC615-4、UIC566、EN13103、EN13104、EN12633 和 EN13749 等。在机车车辆承载结构设计阶段,在上述相关标准的基础上,各国结合自身实际情况对承载结构进行强度考核。

Bartosch 和 Exner 首先根据 UIC566、GM/RT 2100 和/或 EN12866 等标准制定了 Voith Turbo 公司液力传动机车动力包焊接承载框架结构设计的基本载荷工况;其次根据用户的特殊要求,即在静力学方面、特别是在动力学方面(由于列车运行线路、线路断面和各地区技术规范的不同),有各种特殊的载荷类型组合,补充标准载荷工况文件。在上述标准和要求确定的载荷循环下,利用载荷组合,可以给出相应的载荷工况数目在 12~20 种之间。在静态载荷工况下,结构的安全系数应达到材料屈服极限的 1.1 倍或 1.15 倍;在动态载荷工况下,焊接区域的安全系数应达到疲劳强度的 1.65 倍,非焊接区域应达到 1.5 倍,或分别代之以抗拉强度的 2.2 倍。在结构分析阶段,采用 3D 实体单元对该焊接结构进行网格划分。对由有限元方法获得的应力计算结果采用 Hobbacher 教授提出的 IIW 方法,按坡口应力设计原理评定其疲劳强度。

Schabert 和 Moser 采用 3D 实体单元对焊接构架进行有限元网格划分,获得构架母材和焊缝区域的结构应力(包含结构应力集中系数的应力),借助于 Siemens SGP Graz 公司开发的应力转化程序,将焊缝区域的结构应力转化为名义应力,按照德国工业标准 DIN15018 给出的焊接接头设计和强度级别准则评定构架的疲劳强度。

Raison 根据 UIC515-3 和 ORE B136RP1 制定了货车车轮强度计算载荷工况,用轴对称实体单元对车轮进行网格划分,用 ANSYS 有限元软件分析货车车轮在轮轨作用力、制动载荷、制动热载荷和离心力作用下的应力分布,按照 UIC510-3 和 UIC515-4 给出的结构疲劳强度评定准则,在 SNCF(法国国营铁路)开发出按车轮最大拉应力评定车轮疲劳强度分析程序,指导车轮结构设计和疲劳强度评定。

我国在高速列车关键技术预研究阶段,由于结构强度设计和试验标准滞后于机车车辆技术发展,在承载结构设计阶段,主要根据服役环境和现有相关设计标准对设计产品进行静强度和疲劳强度分析。传统的设计方法以静强度理论为基础,根据实践经验将制造材料的屈服极限或强度极限与安全系数之比作为结构设计的许用应力,校核结构强度是否满足设计和线路运行要求。例如:中华人民共和国铁道部标准(以下简称“铁标”)TB/T 1335-1996《铁道车辆强度设计及试验鉴定规范》给出铁道车辆转向架主要承载部件(轮对除外)和车体结构强度的评定方法、铁标 TB/T 2368-1993《内燃、电力机车转向架构架静强度试验方法》给出根据静强度试验结果评定机车转向架构架疲劳强度的方法、TB/T 2395-1993《机车车轴设计与强度计算方法》和 TB/T 2705-1996《车辆车轴设计与强度计算方法》给出的车轴强度评定方法等。

TB/T 2368-1993 对构架疲劳强度的评定方法源于日本早期的构架设计和试验方法。在

该标准中,对构架在运行过程中承受的横向载荷和扭曲载荷数值没有给出具体的确定方法,使用者很难确定准确的载荷数值;在以静强度试验结果评定构架疲劳强度的方法中,由垂向静载荷和横向载荷之半产生的应力人为地规定为构架应力循环的平均应力,既没有理论依据,也不符合实际情况。

在产品的设计阶段, TB/T 1335 仅对车辆转向架承载结构的静强度进行考核,对客车和货车车体强度仅从第一和第二载荷工况及其组合载荷工况进行考核。该标准的制定主要依据源于 1982 年国际铁路联盟试验中心专家委员会提出的研究报告 ORE B12RP17。众所周知,在该报告中,纵向压缩载荷工况主要考虑列车编组、车辆通过机械化驼峰、产生的冲击载荷和列车紧急制动时由于车钩纵向间隙引起的纵向冲击载荷;纵向拉伸载荷主要考虑列车启动和加速阶段由于车钩纵向间隙或操纵不当引起的纵向冲击载荷。在 TB/T 1335 标准规定的计算载荷工况中,结构静强度评定的许用应力取值偏于保守。

1.3 本书的主要内容

本书的主要内容包括:有限元法基础和机车车辆承载结构设计与强度分析。

1.3.1 有限元法概述

有限元法在 20 世纪 50 年代起源于航空工程结构的矩阵分析方法。这一方法主要用来解决复杂杆系结构中力与位移的关系。为此,它先把整个杆系结构分解开来,对每一杆件,在桁架结构中,不计连接各个杆件的铰的摩擦力,则单个杆件是二力杆;在刚架结构中,则单个杆件是梁。上述结构可以利用材料力学或结构力学方法进行分析以得出其力学特性。然后再把这些杆件的内力特性借助于刚度矩阵方法综合起来,以得出整个结构的力学特性。这一方法在 20 世纪 50 年代后期开始被用来处理弹性力学中的连续体问题。1960 年,Clough 在进一步处理平面弹性问题时,并第一次提出了“有限单元法”(后来简称为“有限元法”)这个名称,使人们开始认识了有限单元法的功效。从此,有限元法在工程领域得到了广泛应用。

有限元法的基本思想是将具有无限个自由度的连续的求解区域离散为具有有限个自由度的、且按一定方式(节点)相互联结在一起的离散体(单元),即将连续体假想划分为数目有限的离散单元,而单元之间只在数目有限的指定点处相互联结,用离散单元的集合体代替原来的连续体。由于单元可以按不同的联结方式进行组合,且单元本身又具有不同的几何形状,因此可以对几何形状复杂的连续体模型简化并对其进行求解。对每个单元,由于其离散形状较为规则且具有的几何形状较小,因而可选择—个较简单的函数来近似地表示其位移的分布规律,并用弹性力学中的基本方程建立起单元上节点力与位移的关系。最后,将所有单元的这种力学特性借助于矩阵方法集合起来,就得到整个连续体上的力学特性的近似解。显然,随着单元数量的增加和单元几何形状的减小,解的近似程度将不断改进,如果单元满足收敛要求,近似解最后将收敛于精确解。一般情况下,有限元方程是一

组以节点位移为未知量的线性方程组，解此方程组可得到连续体上有限个节点上的位移，进而可求得各单元上的应力分布规律。

1. 有限元法的主要优点

- (1) 概念浅显，容易掌握，可以在不同水平上建立对该法的理解。
- (2) 有很强的适用性，应用范围广。
- (3) 该方法用矩阵形式表达，便于充分发挥计算机运算优势。
- (4) 精度高，速度快，可以建立更符合实际结构的计算模型。

2. 有限元法按待求解未知参数的不同分类

- (1) 位移法：以节点位移为基本未知数。
- (2) 力法：以节点力为基本未知数。
- (3) 混合法：以节点位移和节点力为基本未知数。

3. 有限元法的基本内容

- (1) 结构的离散化，将连续体离散成为单元组合体的过程。
- (2) 选择位移模式，即假定单元中位移分布是坐标的某种函数，位移模式一般选为多项式函数。
- (3) 分析单元的力学特性，利用弹性力学的平衡方程、几何方程、物理方程和虚功原理建立单元刚度矩阵。
- (4) 计算等效节点力，根据虚功相等原则，用等效节点力来替代所有作用于单元边界上或单元内部的荷载。
- (5) 建立整体结构平衡方程，集合所有单元的刚度矩阵。
- (6) 求解未知节点位移和计算单元应力。

随着现代力学、计算数学和计算机技术等学科的不断发 展，有限元法已被广泛应用于固体力学、流体力学、热传导、电磁学、声学 and 生物力学等多个领域及各个领域之间的相互耦合问题，允许在同一个有限元模型上进行各式各样的耦合计算。例如：热—结构耦合、磁—结构耦合和电—磁—流体—热—结构耦合等。涌现出大量商业有限元分析软件，例如：ANSYS、MSC/NASTRAN、ABAQUS、ADINA 和 Super SAP 等，其具有较强的前后处理功能，显著提高了有限元分析效率。

1.3.2 机车车辆承载结构强度分析

随着提速、准高速、高速和重载机车车辆在我国铁路交通运输领域的推广应用，现代机车车辆承载结构的设计越来越多地采用轻量化设计，传统的设计方法已不能满足现有铁路运输要求。为此在本书的第 6 章~第 9 章将会对机车车辆承载结构设计和强度分析进行系统地论述。

【习 题】

- 1-1** 有限元法的基本思想是什么？
- 1-2** 有限元法的主要优点是什么？
- 1-3** 按求解未知数的不同，有限元法可分为几种方法？
- 1-4** 有限元法包含的主要内容是什么？

第2章 杆系结构的有限元法——直接法

2.1 基本概念

有限元法源于航空工程结构的矩阵分析方法，这一方法主要用来解决复杂的杆系结构中力与位移的关系。它先把整个杆系结构分解开来，对每一杆件用材料力学或结构力学方法进行分析，得出其力学特性，然后再把这些杆件的内力特性借助于刚度矩阵方法综合起来，最终得到整个结构的力学特性，这是早期有限元法的直接求解方法。

2.1.1 结构离散化

结构离散化是用有限元法分析问题的基础。离散化是指将分析对象划分成有限个单元体，使相邻单元体之间在节点处连接，用这样的单元集合体来替代原有的结构。离散化主要包括确定单元类型、单元划分以及节点和单元编号三个过程。

2.1.2 单元划分原则

两个节点之间的杆件构成一个单元，节点可按以下原则选取。

- (1) 杆件的交点一定要选为节点；
- (2) 阶梯形杆截面变化处一定要取为节点；
- (3) 支承点与自由端要取为节点；
- (4) 集中荷载作用处最好取为节点；
- (5) 欲求位移的点要取为节点；
- (6) 单元长度最好基本相同。

2.1.3 节点和单元

在以节点位移为基本未知数的位移法中，节点自由度是指单元上每个节点的位移（线位移和角位移）。

杆系结构的单元类型分为杆单元和梁单元，二者均为线单元。杆单元的节点仅传递

力而不传递力矩，其节点位移只有沿坐标系各个轴向的线位移；梁单元的节点不仅传递力，而且还传递力矩，其节点位移有沿坐标系各个轴向的线位移和绕坐标系各轴旋转的角位移。

节点和单元编号是对离散模型的每一个节点和单元都给予的一个确定号码，节点顺序对计算结果无影响，但对求解计算时间有较大的影响。

1. 节点编号原则

编号不能重复且不能遗漏，相邻节点编号号码差尽量小，如图 2.1 所示。

2. 单元编号原则

编号不能重复且不能遗漏，同类单元尽可能编号相近。

目前，随着商业有限元应用软件的发展，节点和单元编号基本由有限元分析程序的前处理部分自动完成。

边界条件是在计算模型部分节点上的约束和荷载的总称。约束是对结构位移的限制，即结构的支撑条件，在指定节点处给定刚性位移和强迫位移等；荷载即为结构所受外力等效转化到节点上的力。

整体坐标系是指标出计算模型空间位置关系的坐标系，常用的整体坐标系有笛卡尔坐标系、柱坐标系和球坐标系。

节点坐标是表示节点在整体坐标系下的空间位置。

单元节点信息是指每个单元所包含的节点数量。例如在图 2.1 (a) 中，单元①包含节点 1 与 2，单元②包含节点 1 与 3，依次类推。在图 2.1 中，单元节点编号有两种方法：图 2.1 (a) 中的最大节点号差为 2，图 2.1 (b) 中的最大节点号差为 4，显然前者的节点编号较好。

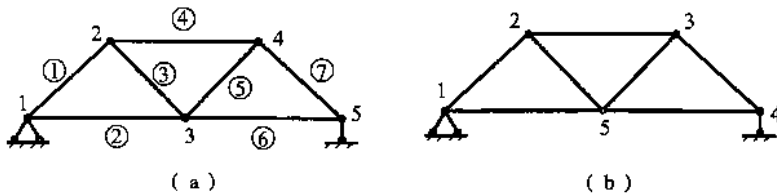


图 2.1 单元和节点编号方法

单元局部坐标系：选取一个节点为坐标轴原点 \bar{o} （例如节点 i ），通常以出现在单元信息中的第一个节点号作为 i 点，第二个节点号为 j 点。规定单元局部坐标系的 \bar{x} 轴由节点 i 指向节点 j ，并按由 \bar{x} 轴到 \bar{y} 轴逆时针转 90° 确定局部坐标系的 \bar{y} 轴。（实际上是按右手定则确定坐标系的 \bar{y} 轴和 \bar{z} 轴，则 \bar{z} 轴由纸面向外。）

单元材料特性是指每个单元的材料特性参数。对于线性弹性结构有限元分析，单元材料特性参数主要包括弹性模量 E 、泊松比 μ 和密度 ρ 。如果一个结构模型由多种不同类型的材料组成，可以事先规定相应的材料类型，然后在相应的单元信息中指出该单元属于哪种材料类型。

杆单元的截面参数包含截面面积和截面形心位置。

梁单元的截面形状参数包含截面面积、截面形心位置、剪切中心位置、截面剪切面积

(考虑剪切对变形的影响时输入)、抗弯惯性矩和极惯性矩等。

2.2 平面桁架

图 2.2 所示为一的平面桁架。在桁架结构中，每个杆件与其他杆件在杆件的两端铰接，只承受轴向力。因此，桁架用杆单元进行离散化，即划分单元、确定节点坐标、并对节点和单元编号。

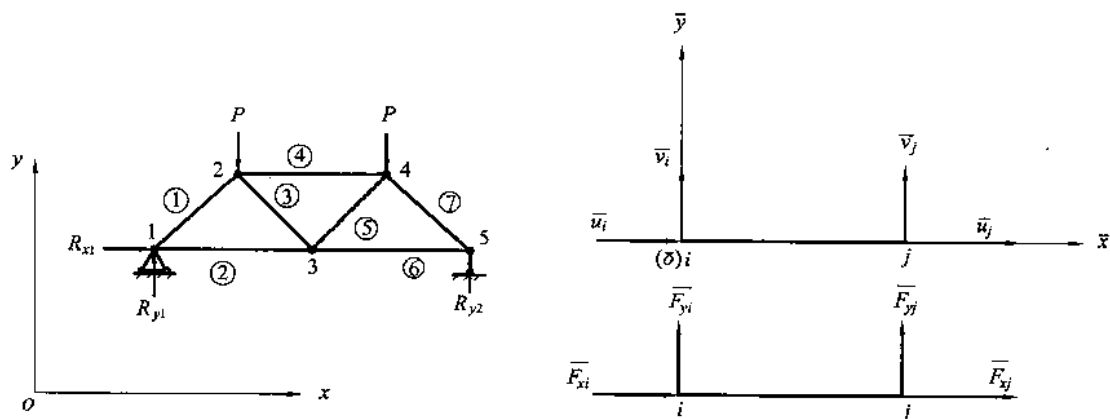


图 2.2 平面桁架有限元模型

对平面桁架用平面杆单元进行离散时，可按其自然组成将每个杆件当做一个单元，因其节点是铰结点，每个节点有两个方向的线位移，即每个节点有两个自由度。在整体坐标系 $oxyz$ 下，沿 x 轴方向的位移用 u 表示，沿 y 轴方向的位移用 v 表示。则节点 i 沿 x 轴方向的位移用 u_i 表示，沿 y 轴方向的位移用 v_i 表示。如图 2.2 所示的桁架共由 7 个平面杆单元组成，编号为①，②，③，④，⑤，⑥和⑦。同时将各杆件的铰结点作单元的节点，共有 5 个节点，编号为 1, 2, 3, 4, 5。

2.2.1 局部坐标系下的单元刚度矩阵

1. 单元局部坐标系下的节点位移和节点力

在局部坐标系 \bar{oxy} 下，平面杆单元节点位移如图 2.2 所示。节点位移 \bar{u} 和 \bar{v} 分别表示沿 \bar{x} 轴和 \bar{y} 轴方向的位移，节点位移规定以沿局部坐标系的坐标轴方向为正，反之为负。节点 i 在局部坐标系下的位移分量分别为 \bar{u}_i 和 \bar{v}_i ，节点 j 在局部坐标系下的位移分量分别为 \bar{u}_j 和 \bar{v}_j ，其向量形式分别为

$$\bar{\delta}_i = \begin{bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \end{bmatrix}, \quad \bar{\delta}_j = \begin{bmatrix} \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

式中, $\bar{\delta}_i$ 和 $\bar{\delta}_j$ 分别表示节点 i 和 j 在局部坐标系下的位移向量。

在单元局部坐标系下, 由单元节点位移引起的单元节点力沿 \bar{x} 轴和 \bar{y} 轴方向分别为 \bar{F}_x 和 \bar{F}_y , 其方向的规定与相应节点位移方向一致。

在单元 e 中, 节点 i 和 j 在单元局部坐标系下的节点力向量分别表示为

$$\bar{F}_i^e = \begin{bmatrix} \bar{F}_{x_i} \\ \bar{F}_{y_i} \end{bmatrix}, \quad F_j^e = \begin{bmatrix} \bar{F}_{x_j} \\ \bar{F}_{y_j} \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

对于单元 e , 将节点 i 和 j 的位移向量合写在一起, 构成单元节点位移向量, 表示为

$$\bar{\delta}^e = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_i \\ \bar{\delta}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

即每个平面杆单元有 4 个节点线位移自由度。为了书写方便, 将式 (2-3) 用转置矩阵表示为

$$\bar{\delta}^e = [\bar{\delta}_i \ \bar{\delta}_j]^T = [\bar{u}_i \ \bar{v}_i \ \bar{u}_j \ \bar{v}_j]^T \quad (2-4)$$

同理, 单元节点力向量的转置矩阵形式为

$$\bar{F}^e = [\bar{F}_i^e \ \bar{F}_j^e]^T = [\bar{F}_{x_i} \ \bar{F}_{y_i} \ \bar{F}_{x_j} \ \bar{F}_{y_j}]^T \quad (2-5)$$

2. 单元节点位移与节点力的关系

从桁架中任意取出一个杆单元 (即一根杆) 为研究对象, 如图 2.3 所示。计算两端铰接的杆单元在节点位移作用下的单元节点力, 单元在轴向拉压荷载下的受力如图 2.3 所示。

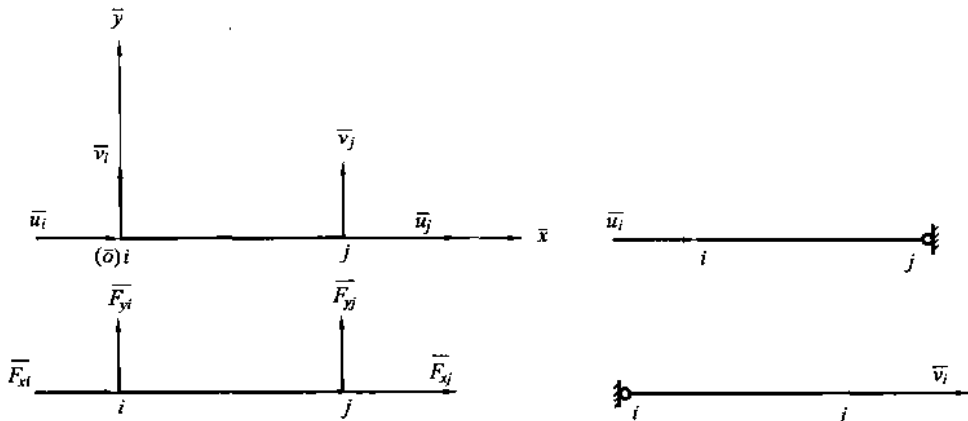


图 2.3 平面杆单元受力分析

假设节点 j 铰接固定, 在单元节点位移 \bar{u}_i 和 $\bar{u}_j = 0$ 的作用下, 根据材料力学中学过的虎