

国家"十一五"重点图书



上海交通大学 学术文库

③

盲信号处理

—理论与实践

BLIND SIGNAL PROCESSING
—THEORY AND PRACTICE

史习智 等著



上海交通大学出版社

上海交通大学学术文库
国家“十一五”重点图书

盲信号处理——理论与实践

Blind Signal Processing
—Theory and Practice

史习智 等著



上海交通大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

盲信号处理:理论与实践 / 史习智等著. — 上海: 上海交通大学出版社, 2008

ISBN 978-7-313-04909-4

I. 盲... II. 史... III. 信号处理 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 113358 号

盲信号处理
—— 理论与实践

史习智 等著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话: 64071208 出版人: 韩建民

常熟市华通印刷有限公司 印刷 全国新华书店经销

开本: 787mm×960mm 1/16 印张: 20 插页: 4 字数: 377 千字

2008 年 3 月第 1 版 2008 年 3 月第 1 次印刷

印数: 1—2 050

ISBN 978-7-313-04909-4/TN · 127 定价: 50.00 元

版权所有 侵权必究

前 言

随着信息时代的到来,数字信号处理技术在科学和技术的各个领域中发挥了日益重要的作用,而盲信号处理(Blind Signal Processing, BSP)是当前信号处理研究的热点之一,引起了广大科技人员的浓厚兴趣。盲信号处理的“盲”一词意味着不需要对未知系统做任何先验假设,所以该处理方法有着更为广泛的适用环境,在雷达、声呐、语音、振动、通信、图像和生物医学等领域具有广阔的应用前景。

自 20 世纪 90 年代末至今的几年中,本着“借鉴—创新—实践”的指导思想,我们上海交大学子在该项课题的研究上辛勤耕耘,取得了一些积极的进展。现将已有成果汇总成书,既是为了建立攀登新高峰的新起点,也是为了进一步沟通国内外学术交流的渠道。

本书由我负责执笔,它反映了十二位博士的部分研究成果,是一项充满和谐氛围的集体创作,主要章节的内容多已在国内外相关的主流刊物上发表。直接参加撰写书稿的有:潘泓(后赴美国康奈尔大学医学院,第 9 章 9.2 节),王泽(后赴美国宾州大学医学院,第 10 章 10.5, 10.6 节),沈希忠(第 7 章 7.7 节,第 9 章 9.3 节),丛丰裕(第 2 章 2.6 节,第 4 章 4.1 节,第 9 章 9.6, 9.8 节,第 10 章 10.1 节),孔薇(第 5 章 5.6 节,第 7 章 7.5 节,第 9 章 9.5, 9.9 节),童善保(第 10 章 10.2 节),张应余(第 9 章 9.4 节,第 10 章 10.3 节),梁衍学(后赴日本东京工业大学,第 10 章 10.7 节),黄克和雷菊阳(第 3 章 3.7 节)和许海翔(第 8 章 8.7 节);提供素材的有:张洪渊(第 1 章 1.2, 1.4 节,第 7 章 7.2, 7.4 节),贾鹏(第 6 章 6.3 节,第 7 章 7.6 节),吴军彪(第 8 章 8.2, 8.3 节,第 9 章 9.7 节)和胡英(第 10 章 10.4 节)。

在本书立题与撰写的过程中,得到了多位专家的关心与支持,他们是:何振亚教授(东南大学)、陈季镐教授(美国麻省大学, Dartmouth, MA)、袁保宗教授(北方交通大学)、孟光教授、庄天戈教授、韩正之教授、杨杰教授、张丽清教授、王志中教授、朱贻盛教授和本实验室陈进教授等,在此深表谢意。本书中涉及的前期研究成果多取材于国家自然科学基金会信息学部支持的相关课题,体现了基金的前瞻性。感谢基金委的支持,否则很难完成这项多年持续的研究工作。在本书的写作过程中,本人因突发眼疾而丧失视力,衷心感谢著名眼科专家孙兴怀教授所给予的精心治疗,使本书的写作得以继续。最后,还要感谢上海交通大学学术专著出版基金的

财政支持以及上海交通大学出版社出色的编辑工作,使得本书得以顺利出版。我想,本书全体作者对以上各位最真切谢意的最好的表达是进一步拓展盲信号处理理论工作并付诸实现,这也是撰写本书的初衷。

上海交通大学

振动冲击噪声国家重点实验室

史习智

2006年6月1日

目 录

第 1 章 导论	1
1.1 导言	1
1.2 盲源分离	1
1.3 独立分量分析(ICA)	8
1.4 盲信号处理的发展历史和研究前景	9
第 2 章 盲信号处理的数学描述	19
2.1 随机过程和概率分布	19
2.2 估计理论	24
2.3 信息理论	31
2.4 高阶统计量	34
2.5 信号的预处理	38
2.6 复数非线性函数	42
2.7 评价指标	46
第 3 章 独立分量分析	47
3.1 问题说明和假设	47
3.2 对照函数	48
3.3 ICA 的信息最大化方法	52
3.4 极大似然方法与通用学习规则	55
3.5 FastICA 算法	56
3.6 自然梯度法	59
3.7 隐马尔可夫独立分量分析	61
第 4 章 非线性 PCA	66
4.1 主元分析和微元分析	66
4.2 非线性 PCA 和盲源分离	68

4.3 核 PCA	70
4.4 非线性 PCA 和复非线性 PCA 的神经网络方法	72
第 5 章 非线性 ICA	76
5.1 非线性模型和盲源分离	76
5.2 学习算法	77
5.3 后非线性混合盲分离的扩展高斯化方法	79
5.4 非线性 ICA 的神经网络方法	81
5.5 非线性 ICA 解的遗传算法	82
5.6 非线性 ICA 应用实例	83
第 6 章 卷积混合和盲解卷积	87
6.1 问题的定义	87
6.2 卷积混合的时域算法	88
6.3 卷积混合的频域算法	88
6.4 语音信号卷积混合频域盲分离	95
6.5 Bussgang 方法	100
6.6 多通道盲解卷积	101
第 7 章 基于概率密度估计的盲处理算法	103
7.1 问题的提出	103
7.2 概率密度函数的非参数估计	104
7.3 评价函数的估计	110
7.4 基于概率密度估计的盲分离算法	111
7.5 高斯混合模型的概率密度估计	119
7.6 基于概率密度函数估计的盲解卷积算法	123
7.7 非参数密度估计的在线算法	131
第 8 章 联合近似对角化方法-频域特征和时频特征	139
8.1 引言	139
8.2 频域特征的联合近似对角化算法	139
8.3 时频特征的联合近似对角化算法	144
8.4 卷积混合的联合近似分块对角化算法	146
8.5 基于 Cayley 变换的联合近似对角化方法	149

8.6 联合对角化和非对角化方法	151
8.7 基于时频分析的非参数密度估计分离方法	153
第9章 盲信号处理的扩展	161
9.1 盲抽取	161
9.2 从投射追寻技术到基于非参数概率密度估计的 ICA	164
9.3 基于二阶统计量的卷积混合分离算法	170
9.4 接收器数目少于源数目的盲分离——欠定模型	179
9.5 卷积混合的复数 FastICA 分离算法	202
9.6 基于复向量不相关特性的在线复 ICA 算法	208
9.7 基于 ICA 的 Wigner-Ville 分布	211
9.8 盲解卷积频域算法中的次序不确定问题	215
9.9 ICA 特征提取	224
第10章 数据分析和应用研究	233
10.1 主动声呐信号的盲分离和混响消除	233
10.2 利用 ICA 去除脑电信号中的心电伪迹	241
10.3 语音信号的欠定算法分离实验	246
10.4 人脸图像的特征提取	248
10.5 独立分量分析在数据压缩中的应用	254
10.6 独立分量分析在功能磁共振成像中的应用	261
10.7 面向自动语音识别系统的语音分离	269
总结与展望	277
符号表	279
索引	281
参考文献	285

第1章 导论

1.1 导言

随着人们进入数字信息年代,信号处理在科学和技术的各个领域中了起了日益重要的作用,而盲信号处理(Blind Signal Processing, BSP)是当前信号处理研究的热点之一,具有诸多潜在的应用。盲信号处理的“盲”一词意味着不使用训练数据,对系统参数没有任何先验知识的假设,所以该处理方法能适用于更广泛的环境。

盲信号处理包括三项内容,即:盲信号分离与抽取、盲解卷积和盲均衡。独立分量分析(ICA)作为一种平行的方法也适用于以上内容,在本书的随后章节中反映了这一看法。就理论基础来讲,BSP 主要涉及统计信号处理和自适应信号处理,应该说,理论基础是严实而完备的。尽管如此,模型和算法的有效性仍然与特定的应用密切相关,因为特定应用的背景和实验数据为盲处理提供了附加的信息。我们的研究就是循着这一指导思想而展开的。

本书的整个内容由四部分组成。第一部分包含问题的提出、基本概念与定义以及若干通用算法;第二部分叙述几个重要的有代表性的相关主题及其进展;第三部分介绍我们对基本模型的扩展与提出的算法;第四部分则是应用实例,其中也反映了我们的一些研究成果。

1.2 盲源分离

现考虑由多个物理源发射多个信号而由多个传感器加以接收的情形。典型的例子是在一个房间内有几个人在同时说话,在不同的位置上安放一组传声器,各传声器所测得的信号是具有不同权重的原语音信号的混合信号。我们的要求是从接收的混合信号分离出原语音信号以达到识别的目的,这就是所谓的鸡尾酒会问题(cocktail party problem)。由于语音信号是通过空气介质传至传声器,问题可模型化为线性系统的冲激响应。再考虑到混响效应,鸡尾酒会问题实质上是一个多通道盲解卷积问题。对于水下声信号,存在同样的多途畸变问题。另一个例子是脑电信号(EEG)的分离,头部的电极记录脑内多个源的混合信号,如果不考虑延时的话,可看作为瞬时混合问题,这也是盲信号处理成功地应用于 EEG 信号的原因

之一。

为了便于说明盲源分离的模型及性质,首先讨论线性瞬时混合问题。

1.2.1 线性瞬时混合问题

如上所述,盲源分离是指从若干观测到的多个信号的混合信号中恢复出无法直接观测到的原始信号的方法。通常,观测信号来自一组传感器的输出,其中每一个传感器接收到多个原始信号的一组混合。如图 1.1 所示。

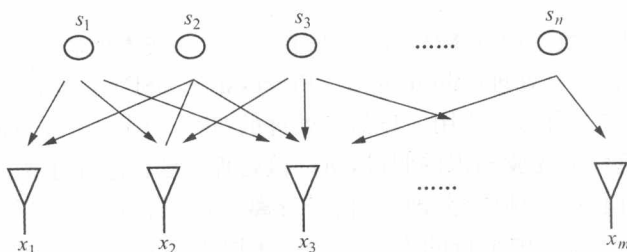


图 1.1 信号混合过程示意图

在图 1.1 中, n 个信号源 $s_1, s_2, \dots, s_n$ 所发出的信号被 m 个传感器接收到后产生输出 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 。这里假设传输是瞬时的,即不同信号到达各个传感器的时间差可以忽略不计,并且传感器接收到的是各个信号源信号的线性混合,即认为第 i 个传感器的输出为:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}s_j(t) + n_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.2.1)$$

式中: a_{ij} 为混合系数; $n_i(t)$ 为第 i 个传感器的观测噪声。上式可以用向量和矩阵表示为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1.2.2)$$

式中: $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$ 是 $n \times 1$ 的源信号列向量。类似的, $\mathbf{x}(t)$ 为 $m \times 1$ 的混合信号向量, $\mathbf{n}(t)$ 为 $m \times 1$ 的噪声向量, 而矩阵 $\mathbf{A}$ 为 $m \times n$ 的混合矩阵, 其 i 行 j 列的元素为混合系数 a_{ij} 。

现暂不考虑观测噪声,即认为不存在噪声或噪声在进行盲分离之前已经通过其他方法降低到了可以忽略的程度,此时式(1.2.2)可以写为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (1.2.3)$$

信号源盲分离就是指在源信号波形未知,并且混合系数 a_{ij} 也未知的情况下仅仅根据传感器所接收到的混合信号 $\mathbf{x}(t)$ 对源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 或混合矩阵 $\mathbf{A}$ 进行估计。信号源盲分离问题也可以表述为:在混合矩阵 $\mathbf{A}$ 和源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 均未知的条件下,求一个 $n \times m$ 的矩阵 $\mathbf{W}$,使得 $\mathbf{W}$ 对混合信号向量 $\mathbf{x}(t)$ 的线性变换:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \quad (1.2.4)$$

为对源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 或其某些分量作一个可靠的估计。通常将矩阵 $\mathbf{W}$ 称为分离矩阵。

将式(1.2.3)和式(1.2.4)合并可以得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \\ &= \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{s}(t) \\ &= \mathbf{C}\mathbf{s}(t) \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

式中: $\mathbf{C} = \mathbf{W}\mathbf{A}$ 为 $n \times n$ 的矩阵, 称为混合-分离复合矩阵。

盲分离问题实际上是一个多解问题, 即对于一组观测信号 $\mathbf{x}(t)$, 可能存在无穷多组不同的混合矩阵 $\mathbf{A}$ 和源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 都满足式(1.2.2)或式(1.2.3), 为了使盲分离问题有意义, 必须作出一些基本的假设。

由于源信号来自不同的信号源, 所以一个合理的假设是认为各个源信号 $s_1, s_2, \dots, s_n$ 之间是统计独立的。用 $p(\mathbf{s})$ 表示源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 的联合概率密度函数, 而用 $p_1(s_1), p_2(s_2), \dots, p_n(s_n)$ 分别表示各源信号的边缘密度函数, 则源信号向量各个分量之间的统计独立性假设可以描述为:

$$p(\mathbf{s}) = p_1(s_1)p_2(s_2)\cdots p_n(s_n) = \prod_{i=1}^n p_i(s_i) \quad (1.2.6)$$

即源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 的联合概率密度函数为其各分量的边缘密度函数的乘积。这一源信号的统计独立性假设, 是当前大多数信号源盲分离算法的基本出发点。

除了对源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 各个分量之间的统计独立性假设之外, 还需要对混合矩阵 $\mathbf{A}$ 作出合理的假设。显然, 如果能求出矩阵 $\mathbf{A}$ 的广义逆矩阵 $\mathbf{A}^\#$, 则由式(1.2.2)有*:

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{A}^\# \mathbf{x}(t) - \mathbf{A}^\# \mathbf{n}(t) \quad (1.2.7)$$

或者在噪声可以忽略的情况下, 即 $\mathbf{n}(t) = 0$ 时有:

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{A}^\# \mathbf{x}(t) \quad (1.2.8)$$

为了使盲分离问题可解, 必须保证混合矩阵 $\mathbf{A}$ 的广义逆存在, 因此盲分离问题总假设混合矩阵 $\mathbf{A}$ 是列满秩的。在先前的信号源盲分离研究中, 一般都不考虑噪声的影响。在考虑噪声的时候则总假设 $\mathbf{n}(t)$ 的各个分量是与信号源独立的白噪声随机过程。

综上所述, 对信号源盲分离问题一般有如下假设条件:

【假设1】混合矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为列满秩的矩阵, 即 $\text{rank}(\mathbf{A}) = n$ 。

【假设2】源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 是零均值的平稳随机向量过程, 各个分量之间相互

* 严格地说, 这是最小二乘解。

统计独立,并且 $s(t)$ 的分量中,服从高斯分布的分量不超过一个。

[假设 3] 噪声向量 $\mathbf{n}(t)$ 为零均值的随机向量,并且与源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 相互统计独立;或者假设噪声向量可以忽略不计,即 $\mathbf{n}(t)=0$ 。

在无噪声的情况下,混合模型 $\mathbf{x}(t)=\mathbf{A}\mathbf{s}(t)$ 实际上是对源信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 的线性变换,假设 1 保证了变换 $\mathbf{A}$ 是可逆的。当随机变量的均值不为零时,总可以预先将均值减去而得到均值为零的随机变量,因此假设 2 并不影响在此基础上得到的盲分离算法的适用范围。由于高斯随机变量的线性混合仍然是高斯分布的,而高斯分布是完全对称的,不包含混合矩阵 $\mathbf{A}$ 的列方向的任何信息,当源信号中服从高斯分布的分量多于一个时,盲分离算法不可能求解,因此需要假设 2 对此作出限制。而假设 3 中对噪声的前一个假设是大多数统计信号处理方法所采用的,也是符合实际情况的。

为了实现盲源分离,需要确定混合—分离复合矩阵 $\mathbf{C}$ 的可分解性。

现定义分划矩阵如下:

设 $N=\{1,2,\dots,n\}$ 为 n 个自然数的集合。 $N_i, i=1,2,\dots,r$ 为 N 的子集,并且满足 $N_i \cap N_j = \emptyset, i \neq j$, 以及 $N_1 \cup N_2 \cup \dots \cup N_r = N$ 。即 N_i 把集合 N 划分成不相交的 r 个子集,其中 $r \leq n$ 。将满足下式的 $r \times n$ 的矩阵 $\mathbf{C}=(c_{ij})$ 称为分划矩阵:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & j \in N_i \\ 0, & j \notin N_i \end{cases} \quad (1.2.9)$$

对于给定的 r 和 n ,共有如下数目的不同分划矩阵:

$$\sum_{n_1+n_2+\dots+n_r=n} \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_r!} \quad (1.2.10)$$

当且仅当所有 N 的子集 $N_i, i=1,2,\dots,r$ 都不为空集时分划矩阵 $\mathbf{C}$ 是行满秩的。不难看出,行满秩的分划矩阵就是一个由等于 0 或等于 1 的元素组成的矩阵,并且矩阵的每一列只有一个非零元素,而每一行至少有一个非零元素。当 N 的某个子集 N_k 为空集时,分划矩阵 $\mathbf{C}$ 的第 k 行将全为零元素。为使讨论有意义,下面假设分划矩阵 $\mathbf{C}$ 是行满秩的。

设 $\mathbf{D}=\text{diag}\{d_{11}, d_{22}, \dots, d_{mm}\}$ 为一个 $n \times n$ 的满秩对角矩阵,即 $\mathbf{D}$ 的对角元素 $d_{ii} \neq 0, i=1,2,\dots,n$, 则把 $r \times n$ 的矩阵 $\mathbf{G}=\mathbf{C}\mathbf{D}$ 称为广义分划矩阵。广义分划矩阵 $\mathbf{G}$ 的零元素与对应分划矩阵 $\mathbf{C}$ 的零元素相同,而非零元素则可以为任何非零值(取决于对角矩阵 $\mathbf{D}$)。

当式(1.2.5)中的混合—分离复合矩阵 $\mathbf{C}$ 为分划矩阵时,式(1.2.5)可以写为:

$$y_i = \sum_{j \in N_i} s_j \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1.2.11)$$

这样,源信号就被分成了 r 组,每一组中的源信号的和就是分离矩阵 $\mathbf{W}$ 的一个

输出。

若 $r=n$, 则集合 N 的每一个子集 N_i 将仅包含一个元素, 并且这些元素各不相同, 此时的分划矩阵就是线性代数中的初等矩阵, 或称为排列矩阵, 其每一行和每一列有且仅有一个等于 1 的非零元素, 而其余元素均为零。此时式 (1.2.11) 就成为:

$$y_i = s_j \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.12)$$

因此, 除了在源信号向量中的原始排列顺序以外, 当混合-分离复合矩阵为一个排列矩阵的时候, 分离矩阵 W 就分离出了所有的源信号。

当式 (1.2.5) 中的混合-分离复合矩阵 C 为一个广义分划矩阵时, 式 (1.2.11) 将变为:

$$y_i = \sum_{j \in N_i} d_{ij} s_j \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1.2.13)$$

即源信号被分成了 r 组, 每一组中的源信号的线性组合就是分离矩阵 W 的一个输出。

若 $r=n$, 则此时的广义分划矩阵就等于一个排列矩阵和一个满秩对角矩阵的乘积, 其每一行和每一列有且仅有一个非零元素, 而式 (1.2.12) 或式 (1.2.13) 将变为:

$$y_i = d_{ij} s_j \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.14)$$

即除了在源信号向量中的原始排列顺序以及源信号的真实幅度以外, 当混合-分离复合矩阵为一个广义排列矩阵的时候, 分离矩阵 W 就分离出了所有的源信号。

由于信号的信息主要包含在其波形中, 在信号源盲分离问题中, 真正关心的是如何从混合信号中恢复出各个未知源信号的波形, 而各个源信号的原始排列顺序及真实幅值则是次要的。事实上, 在仅仅知道混合信号而混合矩阵及源信号均未知的情况下, 源信号的原始排列顺序及真实幅值是无法求解的。因此, 在以下的讨论中, 将考虑广义分划矩阵。

从上面的讨论可知, 信号源盲分离的任务就是寻找一个分离矩阵 W , 使得混合-分离矩阵 $C=WA$ 为一个广义分划矩阵或者更理想地, 为一个广义排列矩阵。

显然, 并不总存在分离矩阵 W 使得混合-分离复合矩阵 C 为广义分划矩阵。理论分析表明, W 的存在性完全取决于混合矩阵 A 。下面将对此进行讨论。

[定义 1.1] 设 $m \times n$ 的矩阵 A 是行满秩的即 $\text{rank}(A)=m$, 若存在 $r \times m$ 的矩阵 W 使得 $C=WA$ 是一个 $r \times n$ 的广义分划矩阵, 则称矩阵 A 是 r 行可分解的。

显然, 若矩阵 A 是 r 行可分解的, 则它也是 $r-1$ 行可分解的。例如, 设分块对角矩阵 $B = \text{diag}\{B_1, I\}$, 其中 $B_1 = [1 \ 1]$, 而 I 为 $(r-2) \times (r-2)$ 的单位矩阵, 则有 $W' = BW$ 使得 $C' = W'A$ 为一个 $(r-1) \times n$ 的广义分划矩阵。

如果混合矩阵 $\mathbf{A}$ 是 r 行可分解的,则从理论上说,就存在一个分离矩阵 $\mathbf{W}$ 把 n 个源信号分成 r 组,当 $r=n$ 时源信号就得到了完全的分离。

设 $\mathbf{a}_i = [a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{mi}]^T, i=1, 2, \dots, n$, 为矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 i 列。具有 n_i 个元素的集合 $N_i, i=1, 2, \dots, r$, 为 $\{1, 2, \dots, n\}$ 的一个分划, $\sum_{i=1}^r n_i = n$ 。记 $G_i = \{\mathbf{a}_j | j \in N_i\}, i=1, 2, \dots, r$, 并设 S_i 为由 G_i 张成的线性空间, $i=1, 2, \dots, r$, 而 S_{-k} 为所有 S_i 中除了 S_k 以外的空间的直和, 即:

$$S_{-k} = S_1 \oplus \dots \oplus S_{k-1} \oplus S_{k+1} \oplus \dots \oplus S_r \quad (1.2.15)$$

则有如下定理:

[定理 1.1] $m \times n$ 的矩阵 $\mathbf{A}$ 为 r 行可分解的矩阵的充分必要条件是: $\mathbf{A}$ 的 n 个列向量 $\mathbf{a}_j, j=1, 2, \dots, n$ 可以分成 r 个不相交的组 $G_i, i=1, 2, \dots, r$, 若 $j \in N_k$ 则 $\mathbf{a}_j \notin S_{-k}$ 。

上面的定理说明, 当且仅当矩阵 $\mathbf{A}$ 的列向量可以分为若干不相交的组, 并且每一组中的列向量都与其他所有组中的列向量线性不相关时, 矩阵 $\mathbf{A}$ 为 r 行可分解的。

从定理 1.1 容易得到如下的推论:

[推论 1.1] 若 $m \times n$ 的矩阵 $\mathbf{A}$ 是列满秩的, 则对于任何 $r \leq n$, 矩阵 $\mathbf{A}$ 都是 r 行可分解的。

推论 1.1 成立的条件要求 $m \geq n$, 否则矩阵 $\mathbf{A}$ 不可能是列满秩的。对于 $m < n$ 的情况, 有如下的推论:

[推论 1.2] 当 $m < n$ 时, $m \times n$ 的矩阵 $\mathbf{A}$ 为 r 行可分解矩阵的充分必要条件是, $\mathbf{A}$ 有 r 个线性独立的列向量, 并且每一个其余的列向量都与这 r 个独立列向量中的某一个向量成比例。

推论 1.1 对应于混合信号数不少于源信号数的情况, 而推论 1.2 则对应于混合信号数少于源信号数的情况。当只考虑混合信号数不少于源信号数的情况, 对利用分离矩阵进行信号源盲分离的有关方法来说, 推论 1.1 是一个重要的结论。

接下来要讨论卷积混合的分离问题。

1.2.2 卷积混合的分离问题

在卷积混合中, m 个接收信号组成了一个 m 维的接收信号向量 $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), \dots, x_m(k)]^T$, 同样, n 个源信号组成了 n 维的源信号向量 $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), \dots, s_n(k)]^T, n \leq m$, $\mathbf{x}(k)$ 是由 $\mathbf{s}(k)$ 经过一个线性卷积混合模型后得到的, 用数学表达式写为

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{p=0}^{\infty} \mathbf{H}_p \mathbf{s}(k-p) \quad (1.2.16)$$

式中:

$$\mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} h_{11,p} & \cdots & h_{1n,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{m1,p} & \cdots & h_{mn,p} \end{bmatrix} \quad (1.2.17)$$

$\mathbf{H}_p$ 是指延迟为 p 时的混合滤波器矩阵; h_{ij} 代表从第 j 个源信号到第 i 个传感器之间的冲激响应。由于 $s_i(k)$ 和 $s_j(k)$ ($i \neq j$) 是由两个不同的信号源发出的, 因此, 通常假设它们是相互独立的。

当混合信号向量 $\mathbf{x}(k)$ 通过一组线性分离滤波器 $\mathbf{W}$ 后, 则可以得到对源信号向量 $\mathbf{s}(k)$ 的估计向量 $\mathbf{y}(k)$, 其数学表达式可写为

$$\mathbf{y}^{(l)}(k) = \sum_{p=0}^{\infty} \mathbf{W}_p(l) \mathbf{x}(k-p) \quad (1.2.18)$$

式中: $\mathbf{y}^{(l)}(k) = [y_1^{(l)}(k), \dots, y_n^{(l)}(k)]^T$ 是指在第 l 次迭代时计算出的 n 个估计信号组成的向量, $\{\mathbf{W}_p(l), 0 \leq p \leq \infty\}$ 是指在第 l 次迭代时计算出的延迟为 p 的分离滤波器矩阵。当在 z 域表示混合信号和估计信号时, 可以得到

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{H}(z) [\mathbf{s}(k)] \quad (1.2.19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{(l)}(k) &= \mathbf{W}(z, l) [\mathbf{x}(k)] = \mathbf{W}(z, l) \mathbf{H}(z) [\mathbf{s}(k)] \\ &= \mathbf{C}(z, l) [\mathbf{s}(k)] \end{aligned} \quad (1.2.20)$$

式中

$$\mathbf{H}(z) = \sum_{p=0}^{\infty} \mathbf{H}_p z^{-p}$$

$$\mathbf{W}(z, l) = \sum_{p=0}^{\infty} \mathbf{W}_p(l) z^{-p}$$

$$\mathbf{C}(z, l) = \mathbf{W}(z, l) \mathbf{H}(z)$$

分别是混合滤波器、分离滤波器和整个系统通道的冲激响应的 z 变换, z^{-1} 是延迟算子, 即, $z^{-p} [s_i(k)] = s_i(k-p)$ 。以两输入两输出为例, 整个系统如图 1.2 所示。

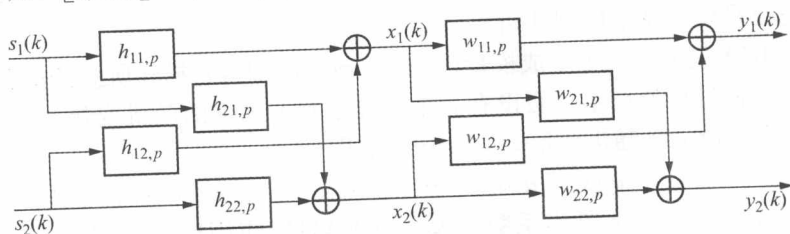


图 1.2 两输入两输出盲解卷积系统

卷积混合分离中的解卷积的目的就是迭代地调整 $\mathbf{W}(z, l)$, 从而使得

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \mathbf{C}(z, l) = \mathbf{P}\mathbf{D}(z) \quad (1.2.21)$$

式中: $\mathbf{P}$ 是一个 $n \times n$ 维的置换矩阵, 即它的每一行和每一列都只有唯一一个不为零的单位值 1, $\mathbf{D}(z)$ 则是一个对角矩阵, 它的第 (i, i) 项为 $d_{ij}z^{-\Delta_i}$, d_{ij} 是一个非零的标量, Δ_i 是一个整数。当式(1.2.21)成立时, 第 i 个估计信号 $y_i(k)$ 就是对第 j 个源信号 $s_j(k)$ 的估计, 即, $y_i(k) = ds_j(k - \Delta)$ 。从中可以看出, 同盲源分离一样, 盲解卷积也有其内在的不确定性。

- (1) 输出信号在幅值上是不确定的;
- (2) 输出信号在延迟上是不确定的;
- (3) 输出信号在次序上是不确定的。

同瞬时混合源分离一样, 卷积混合分离也有其前提的假设:

- (1) 输入信号相互间是统计独立的, 且每一个信号都是独立同分布的;
- (2) 输入信号的数目小于输出信号的数目;
- (3) 混合通道的传递函数没有零点在单位圆上。

1.3 独立分量分析(ICA)

对 ICA 研究的最初促动因素是上节中所提到的鸡尾酒会问题。作为对真实混合过程的非常粗略的近似, ICA 模型是可以接受的, 也是盲处理的起点。实际上, 在不同情况下的信号分离问题上, ICA 模型有着不同的形式。以鸡尾酒会中声信号分离为例, 由于声波传播速度较慢, 到达传声器的时间不同, 在室内又存在回波, 所建立的应该是卷积型 ICA 模型; 在用两个传声器记录信号时, 不同形式的噪声会使信号源的数目大于 2, 因此成为欠定(underdetermined bases)问题; 说话人的走动甚至头部的摇动都会改变混合矩阵, 使混合具有非平稳性, 这就要求以尽可能短的数据序列来估计混合矩阵, 但是对于卷积混合来讲, 滤波器系数序列又必须具有一定的长度; 在基本模型中, 假设噪声为零或者是高斯的, 实际环境中的噪声会很强而且又不一定是高斯的, 从而要求建立一个含噪 ICA 模型。尽管如此, 我们的讨论还是要从基本模型开始。

基本 ICA 模型是一个生成模型(generative model), 它描述所观测的数据是如何由一个混合过程所产生。假设有 n 个统计上相互独立的随机变量 $s_1, s_2, \dots, s_n$, 其线性组合生成 n 个随机变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 即

$$x_i = a_{i1}s_1 + a_{i2}s_2 + \dots + a_{in}s_n \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.3.1)$$

式中 a_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, n$ 是实系数。为了方便起见, 使用向量-矩阵记号。令 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T$ 和 $\mathbf{A}$ 是元素为 a_{ij} 的矩阵。对瞬时混合模型,

为了简化写法略去时间变量 t , 则混合模型可写为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (1.3.2)$$

为了保证 ICA 模型是可解的, 必须做出一些假定和限制。

第一项假设是统计独立性。对于可估计的模型来讲, 这项假设是最为重要的, 也是 ICA 方法可用于许多不同应用领域的主要原因。如上节所述, 独立性可由概率密度来定义, 即联合概率密度应可分解为边缘密度的乘积

$$p(y_1, y_2, \dots, y_n) = p_1(y_1)p_2(y_2)\cdots p_n(y_n) \quad (1.3.3)$$

第二项假设是非高斯分布。如果所观测变量具有高斯分布, 其高阶累积量为零, 因此, 就无法根据高阶信息估计 ICA 模型。或者说, 由于混合矩阵 $\mathbf{A}$ 是正交的, $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$, 它不改变概率密度函数, 原来的分布和混合的分布相同, 无法从混合信号推得混合矩阵。从图形上来看, 高斯变量的密度是旋转对称的, 不包含 $\mathbf{A}$ 的列方向上的任何信息, 因此无法估计 $\mathbf{A}$ 。

第三项假设了未知混合矩阵是方的, 即独立分量数等于观测混合信号数, 以简化估计。需要说明的是, 当独立分量数小于观测混合信号数时, 可利用主分量分析 (PCA) 降低数据维数, 使混合矩阵为方的。

在满足以上三项假设的情况下, 通过计算矩阵 $\mathbf{A}$ 的逆 $\mathbf{B}$, 就可解出独立分量

$$\mathbf{s} = \mathbf{B}\mathbf{x} \quad (1.3.4)$$

由以上讨论可见, 就假设而言, ICA 与盲信号分离是等效的, 所以, ICA 成为一种广泛使用的盲信号分离方法。有关 ICA 的算法与实现将在第 3 章中做进一步的讨论。

1.4 盲信号处理的发展历史和研究前景

一般认为, 信号源盲分离问题的最早研究是由法国的 J. Herault 和 C. Jutten 在 1985 年左右开始的, 他们的方法现在常称为 H-J 算法^[1]。H-J 算法是在生物体运动时中枢神经系统能够分离不同运动信息的启发下提出的。Herault 和 Jutten 在他们的算法中提出了一种针对两个源信号和两个混合信号的递归连接的人工神经网络, 通过利用梯度下降算法调整网络权值来对网络输出信号的残差进行最小化并实现信号源的盲分离。在 H-J 算法的基础上, Herault 和 Jutten 类比于常规的主分量分析方法提出了独立分量分析的新概念, 并一直沿用下来。有意思的是, 在 Herault 和 Jutten 提出 H-J 算法的时候, 对信号源盲分离问题的理解还非常的肤浅, 一些最基本的问题包括信号源盲分离问题的可解性以及可解条件等还没有得到解决。另外, Herault 和 Jutten 也没能给出 H-J 算法的收敛性和稳定性分析。在 Herault 和 Jutten 之后, 不少学者对 H-J 算法的收敛特性进行了系统的研究, 并