飞思 精品科学馆

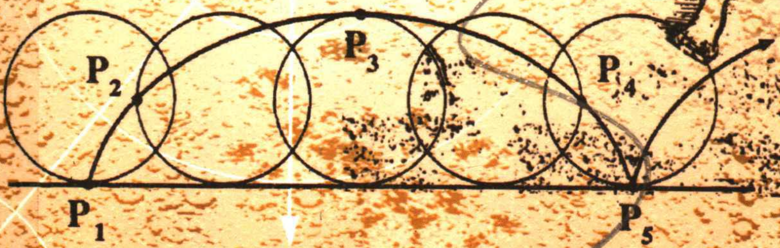
科普教育·伴随成长

The Joy of Mathematics

发现数学

原来数学这么有趣

[美国] 西奥妮·帕帕斯　著
何竖芬　译
飞思科普产品研发中心　监制



智者的游戏　体验神奇数学

超越人类极限，做宇宙主人。

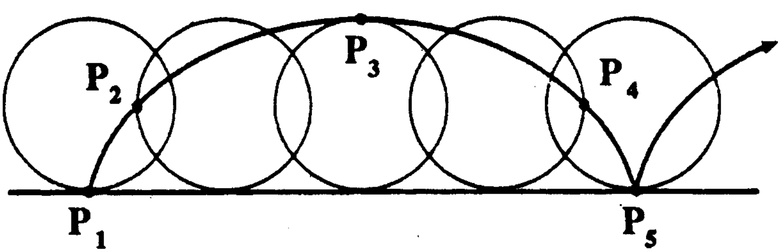
——国际最高数学奖菲尔兹奖章铭文

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

The Joy of Mat

发现数学
原来数学这么有趣

[美国] 西奥妮·帕帕斯 著
何坚芬 译
飞思科普产品研发中心 监制



電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

版权贸易合同登记号 图字：01-2008-0278

图书在版编目（CIP）数据

原来数学这么有趣／（美）帕帕斯（Pappas,T.）著；
何竖芬译.—北京：电子工业出版社，2008.4
（发现数学）
书名原文:The Joy of Mathematics
ISBN 978-7-121-05958-2

I.数… II.①帕…②何… III.数学－普及读物 IV.O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第015636号

责任编辑：宋兆武　胡乔佳
印　　刷：北京智力达印刷有限公司
装　　订：北京中新伟业印刷有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路173信箱　邮编：100036
开　　本：850×1168　1/32　　印张：7.625　　字数：257千字
印　　次：2008年4月第1次印刷
定　　价：22.00元

前 言

《原来数学这么有趣》(The Joy Of Mathematics) 和《数学还是这么有趣》(More Joy Of Mathematics)，向读者介绍了数学的概念、原理、问题、历史、难题和趣味，所有章节的编排都反映出数学的本质和影响力。

想要体验数学的乐趣，你需要认识到数学不是孤立的学科，它就存在于我们周围的事物中，因此，不要让自己埋头于烦琐的运算，劳心费神，没完没了。而且，很少有人抓住数学的真谛——它与我们的生活和周围环境是那样紧密地联系在一起，数学概念甚至与生俱来就存在于生命细胞的结构里。

本书通过描述数学在生活中的具体体现，旨在帮助你认识到数学与世界是密不可分的。

数学的乐趣与你第一次发现其他新鲜事物是相似的，它几乎是小孩子才有的一种好奇，而一旦体验到了，你就再也忘记不了——就如同你第一次透过显微镜观察到你以前所看不到的周围的事物一样，是那么地兴奋和快乐。

在刚开始构思《原来数学这么有趣》时，首先涌向脑海的是某些知识点，比如数学和自然、数学和科学、数学和艺术等。但是，数学与我们周围世界的关联是不可能简单地归纳成那么几个大类的。相反，数学及其现象是自发产生的，伴随着各种新奇。因此，书中的主题编排也是随意的，以数学新发现为主旨和精髓。《原来数学这么有趣》和《数学还是这么有趣》在体例设计上，允许读者选取其中的任何一页来读。每个章节，或大或小，都是独立而完整的。

在体验完数学的真正乐趣后，你能够更进一步地掌握数学知识，产生更强的求知欲。

作者

译者序

我很荣幸能成为本书的译者。我要说的是，整个翻译过程非常愉快，完全被书中的内容所陶醉，我甚至在想，为什么我以前没能读到这本数学书呢。如果那样，我就不会觉得只有文学是在描述故事， 也不会觉得数学就是算术，就是公式和证明。

今天，我要把这本数学的故事书翻译和介绍给更多的读者，让大家都来认识伟大的数学家和他们的卓越贡献。这是一本很了不起的著作，一本让你读着不累的数学书。同作者的其他科普读物一样，本著作被世界上很多地区的人们翻译和使用。希望我所完成的这版简体中文译著能得到大家的认可和喜爱，同时，书中若有疏忽和遗漏，请读者朋友指正。

译者

2008 年 1 月

北京

目 录

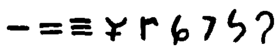
数学是一门科学、一种语言、一门艺术、一种思考方式。体现于自然、科学、艺术、音乐、建筑、历史、文学诸领域中——影响着世间万物的各个方面……

无论有多抽象，数学中没有哪个知识点是不能运用到现实世界的事物中的。

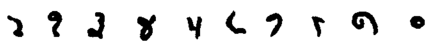
——洛玻柴夫斯基（Lobachevsky）

十进制的演变

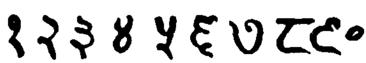
早期的各种计算形式都没有使用进位制[①]。但是，大约在公元前 1700 年，六十进制产生了。美索不达米亚人（Mesoptamians）发展了六十进制，并将其与 360 天的日历一起使用。发现六十进制对计算非常有帮助。我们所知道的进位制最早是由巴比伦人（Babylonians）演算和展示出来的，借鉴了苏美尔（Sumerian）以六十为单位的计数法。但从 0 到 59 的数字，人们并没有借助 60 个象征符号将它们表示出来，而只用两个符号来表示——用 Y 表示 1，用 ❮ 表示 10。当时，复杂的数学运算已经能够用这种方法实现，但是还没有出现“0”这个象征符号。



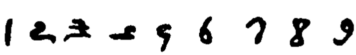
印度（Brahmi）——约公元前300年



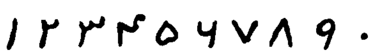
印度（Gwalior）——公元876年



印度（Devanagari）——11世纪



西阿拉伯（Ghobar）——11世纪



东阿拉伯——1575年

---

①进位计数法是一种数字体系，其中，每个数字的位置影响着它的数值大小。比如用十进制表示的 375，数字 3 并不仅仅代表 3，而是由于它在百位上，所以它就是数值 300。

——作者

欧洲——15世纪

欧洲——16世纪

1234567890

计算机数字——20世纪

为了表示出“0”，人们就在相应的位置留出空白。大约在公元前300年，出现了“0”的符号，或，六十进制也被广泛推广使用。公元后的早些年里，希腊人（Greeks）和印度人（Hindus）开始使用10个数字来计数，但是还没有进位规则。他们用自己文字中的头十个字母来计数。然后，在500年左右，一位印度人发明了十进制的位置计数规律。那些用来表示9以后数值的字母，全部被他抛弃不用了，相反，他把头9个符号标准和规范化了。大约在825年，阿拉伯数学家阿尔·花拉子密（Al-Khowavizmi）写了一本关于印度数字的伟大著作。约11世纪，十进制传到了西班牙，形成了西阿拉伯Ghobar计数。欧洲的变革显得比较迟疑和缓慢，学者和科学家对使用十进制持谨慎态度，因为它没有一种简单的方法来表示出分数。不过，当商人们纷纷采用它时，它立即就变得很受欢迎了，因为实践证明，它在商人们的工作和记录中非常有利用价值。后来，在16世纪小数出现了，1617年约翰·纳比尔（John Napier）首先使用了小数点。

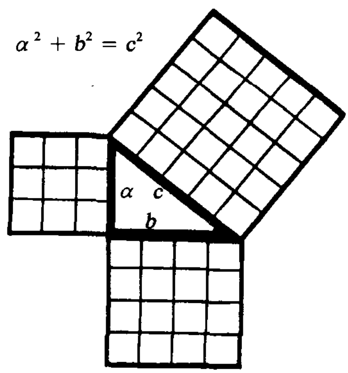
将来的某一天，当我们的计算方式和需求发生变化时，是否会演变出一种新的计数法，并取代十进制呢？

勾股定理

任何学过代数或几何的人都听说过勾股定理，也叫毕氏定理（Pythagorean Theorem）。这个著名的定理被运用到数学的各个分支中，也被运用于工程、建筑和测量中。在古代，埃及人利用他们对该定理知识的掌握，构造出直角。他们把绳子按照单位长度分别打出 3 个、4 个和 5 个结，然后将 3 根绳子首尾相连，再把它们拉直后就制作成了三角形。他们知道，这样制作出来的三角形，其长边所对应的那个角肯定是直角（$3^2+4^2=5^2$）。

勾股定理
给出任意的一个直角三角形，
把直角所对应的斜边平方后，
等于两条直角边的平方之和。

其逆运算也是正确的。
如果三角形两边的平方之和
等于第三边的平方，那么这个
三角形是直角三角形。



虽然该定理是以希腊数学家毕达哥拉斯（Pythagoras, 约 540 年）的名字命名的，但是定理存在的证据可以上溯到巴比伦时代，比毕达哥拉斯早一千多年。命名归于毕达哥拉斯的原因也许是勾股定理的首个文字记录出自他的学院。勾股定理的存在和记载贯穿了几大洲、各种文化和多个世纪。事实上，关于该定理，各种记载众说纷纭，比其他任何定理都丰富。

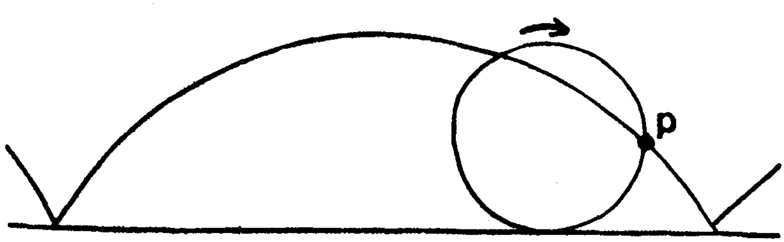
光幻觉与计算机绘图

计算机绘图是人们探究计算机运用的另外一个领域。以下图形是计算机处理后的结果，揭示了施罗德（Schroder）梯子原理。它正好属于周期性变化的图形。我们的头脑往往被各种建议和旧有经历所左右着，开始时可能会以某一角度看问题，当一段时间过去了，观点往往会发生变化。时间因素考验和影响着我们的注意力，或者说，我们是多么快就对之前关注的事情厌倦了呢。在施罗德图形中，梯子呈现由高到低的下降趋势。

摆线——几何学的“海伦”

摆线，几何学的“海伦”(The Helen of Geometry)①，是数学中比较独特而有趣的曲线之一，它被定义为：

“在一个直线运动的圆上，某一固定点所经过的轨迹连成的曲线”，又叫做摆线。



最早介绍摆线的参考书，是1501年由查尔斯·鲍威尔（Charles Bouvelles）出版发行的。但是，17世纪，许多著名的数学家（伽利略、帕司科、托里切利、笛卡儿、符麦特、壬、沃利斯、惠更斯、乔恩·贝诺利、莱布尼兹、牛顿）②都致力于发现它的性质和特征。17世纪，人们热衷于用数学来研究机械学和运动学，这也许可以解释为什么人们对摆线

---

①原文标题为 The Cycloid-The Helen of Geometry，意思是“摆线是几何学的‘海伦’，也就是祸根所在”。在希腊神话中，宙斯抢了斯巴达王后莉达，并让她生下一位美丽的女儿，叫海伦。可是，他们的女儿海伦却被特洛伊王子帕里司诱拐，因此，希腊军队乘帆船到特洛伊救海伦，所以可以说是她导致了特洛伊战争。——译者

②伽利略的英语为 Galileo，帕司科的英语为 Pascal，托里切利的英语为 Torricelli，笛卡儿的英语为 Descartes，符麦特的英语为 Fermat，壬的英语为 Wren，沃利斯的英语为 Wallis，惠更斯的英语为 Huygens，乔恩·贝诺利的英语为 Johann Bernoulli，莱布尼兹的英语为 Leibniz，牛顿的英语为 Newton。——译者

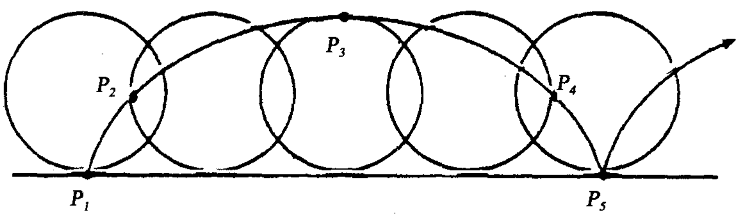
也产生了浓厚的兴趣。同当时的许多数学发现一样，摆线也有着许多争论，争论谁最先发现了什么原理，相互指责对方剽窃，以及贬低对方的成果。结果，摆线被贴上了“祸根”这样的标签，叫做几何学的“海伦”，或者引起纷争的“金苹果”[①]。17 世纪期间，人们发现了摆线的很多特征：

1）长度为旋转圆直径的 4 倍[②]。尤其有趣的是，人们发现，它的长度是一个独立于 π 的有理数。

2）拱形弧线下方区域的面积等于旋转圆面积的 3 倍。

3）圆上一点的轨迹形成摆线，该点有着不同的速度——事实上，在其中一个位置，如点 P_5 上，它甚至是静止不动的。

4）一个摆线形状的容器中，如果将大理石块从摆线上的不同点松开，使其降落，它们会同时到达底部。



①祸根金苹果，英语为 THE APPLE OF DISCORD。古希腊神话中说，厄里斯（不和女神，未被邀请赴宴）把一只金苹果抛给了参加宴会的众神，苹果上写着“给最美丽者”，宙斯之妻赫拉、智慧女神雅典娜和爱神阿弗罗狄特都想占有它。当帕里司（特洛伊王子）把它赏赐给阿弗罗狄特后，引发的一连串纷争，直接导致了特洛伊战争。

——译者

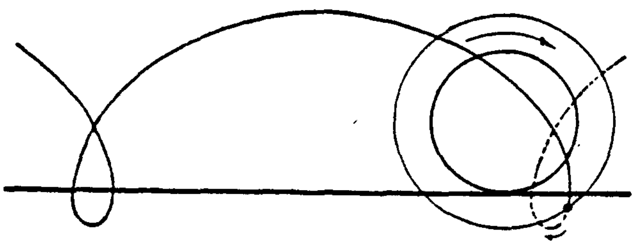
②每个圆圈代表着旋转轮完成了 1/4 周的转动。注意，1/4 周转动中，从 $P_1 \sim P_2$ 的长度小于从 $P_2 \sim P_3$。结果，这个点在完成从 $P_2 \sim P_3$ 的过程中，必须是加速的，因为它要在相同时间里走完更长的距离。一旦改变方向，该点就处于静止状态。

——作者

有许多引人入胜的隽语都与摆线有关，下面这句关于火车的隽语就特别有趣：

> **在任何时候，行进中的火车都不会完全朝着发动机牵引的方向前进，其本身总有一部分朝着相反的方向做运动。**

这个似是而非的隽语就能够用摆线来解释。这里是一条曲线，叫做长辐圆滚线——旋转轮外的某一固定点形成的轨迹。这个图形表明，当火车朝前移动时，火车轮上有些部分在做着向后的运动。

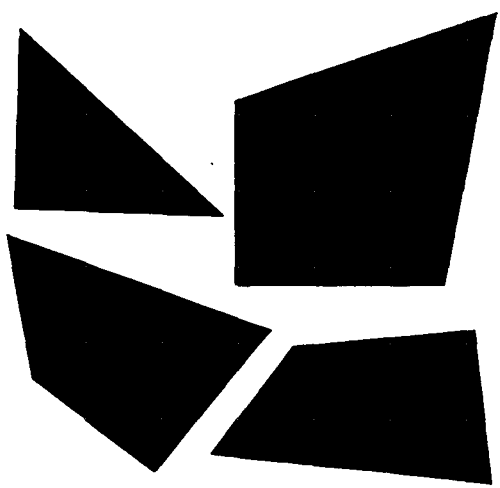


从三角形到正方形

德国数学家大卫·希尔伯特（David Hilbert，1862—1943），最先证明了任意多边形在剪切成一定数量的小块后，仍能转变成另一个面积相同的多边形。

该定理的诠释，可参考著名的英文拼图大师亨利·欧内斯特·杜德尼（Henry Ernst Dudeney，1847—1930）的一个拼图题。杜德尼把一个等边三角形剪成四个小块，进而转变成一个正方形。

这是他所剪切出来的四个小块，把它们拼接起来，首先得出一个等边三角形，然后是正方形。



参见附录 A 解答《从三角形到正方形》