

2006年 **GCT** (硕士专业学位)联考辅导教程

G r a d u a t e
C a n d i d a t e

2006年

全国硕士专业学位联考命题研究组 组编

GCT(硕士专业学位)联考辅导教程
数学分册

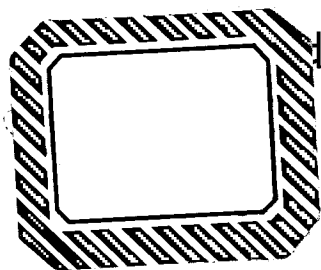
T e s t



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

2006 年 GCT（硕士专业学位） 联考辅导教程·数学分册

全国硕士专业学位联考命题研究组 组编



北京大学出版社

· 北 京 ·

内 容 简 介

GCT 数学基础能力的试题以数学基础知识为背景,重点考查考生逻辑思维能力、数学运算能力、空间想像能力和分析解决问题的能力。本书共分六大部分:前五部分分别对算术、初等数学、几何与三角、一元函数积分及线性代数进行了基础知识讲解、典型例题分析,并提供章节强化训练题供考生自学自测;第六部分是模拟试题与解析,考生可以用来进行考前模拟,检验复习效果,高效补差。

本书适用对象是参加 2006 年 GCT 考试的考生。

图书在版编目(CIP)数据

2006 年 GCT(硕士专业学位)联考辅导教程·数学分册/全国硕士专业学位联考命题研究组组编. —北京:北京大学出版社, 2006.2

ISBN 7-301-09177-X

I. 2… II. 全… III. 数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 050974 号

书 名: 2006 年 GCT(硕士专业学位)联考辅导教程·数学分册

著作责任者: 全国硕士专业学位联考命题研究组 组编

责任编辑: 魏红梅

标准书号: ISBN 7-301-09177-X/G·1518

出版者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn> <http://www.pup6.com>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667

电子信箱: pup_6@163.com

排版者: 北京东方人华北大彩印中心 电话: 62754190

印刷者: 世界知识印刷厂

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本, 24 印张, 573 千字

2006 年 1 月第 2 版 2006 年 5 月第 2 次印刷

定 价: 31.00 元

丛书总序

硕士专业学位研究生入学资格考试(GCT)开始于2003年,以前称为工程硕士专业学位研究生入学资格考试(简称GCT-ME)。国务院学位委员会办公室决定,从2004年起,工程、农业推广、兽医硕士专业学位研究生入学考试采取两段制:第一阶段,考生参加由国家统一组织的工程、农业推广、兽医硕士专业学位研究生入学资格考试(GCT),主要考查考生的综合素质。第二阶段,GCT成绩合格的考生持本人的GCT成绩单,到所报考的院校申请参加该校自行组织的专业考试。2004年,国务院学位委员会办公室对考试大纲进行了修订,发布了《硕士专业学位研究生入学资格考试指南》,适用对象除工程硕士外,还增加了农业推广和兽医硕士专业。GCT考试作为国务院学位委员会办公室新实行的一种考试,考试名称虽然在原来的基础上相应去掉了“工程”二字,但其考试对象主要还是参加硕士专业学位研究生入学资格考试的考生。

从2003年起,工程硕士专业学位研究生的入学资格考试开始了重要变革。试卷由四部分构成:语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试和外语运用能力测试。

GCT试卷满分400分,每部分各占100分。考试时间为3小时,每部分为45分钟。

GCT逻辑推理能力测试的内容主要包括三部分:逻辑推理、论证推理和分析推理。逻辑推理部分主要考查考生对基本的逻辑结构是否清楚,能否从形式结构方面来快速判断和分析推理论证的问题。论证推理部分主要考查考生对于基本论证结构的把握。分析推理部分主要考查考生的普通分析能力,即考生运用所掌握的日常知识和一般逻辑推理知识,处理和解决日常生活与工作中某些疑难问题的能力。

语言表达能力测试部分主要是以语文为工具,测试考生在知识积累基础上的语言表达能力。应试语文的能力,包括三个方面:一是对必要的语文基础知识进行运用的能力,二是快速理解文章内容的阅读能力,三是熟练驾驭语言的写作表达能力。不管是哪一级语文考试,也不管是采取哪种试题样式,这三种能力都是要考查的。GCT语言表达能力测试,重在考查考生实际应用语文的综合能力,因此重点在实际运用上,不考有关语文方面的概念、术语和理论。这一点不仅表现在试题的内容上,也表现在试题的形式上。

数学基础能力测试的试题以数学基础知识为背景,重点考查考生所具有的基本数学素养、对基本数学概念的理解,考查考生逻辑思维能力、数学运算能力、空间想像能力以及分析解决问题的能力。

英语运用能力测试旨在考查考生目前所具备的英语语言基础、英语阅读水平和英语运用能力。英语运用能力测试共有四部分:词汇与结构、阅读理解、完型填空和会话技能。

考试大纲的重大改革,要求考生不仅要了解新的考试要求和形式,还要针对新的考试形式做好备考训练。GCT试题均采用客观选择题,含阅读理解、分析判断、正误辨识、情景分析、逻辑推理等。答题形式为选择、填空等。试题知识面覆盖哲学、经济学、法学、教育学、文学、历史学、理学、工学、农学、医学等。

工程硕士专业学位是与工程领域任职资格背景密切相关的硕士学位,该专业学位属非全日制研究生教育,面向在职的工程技术人员和工程管理人员招生。工程硕士研究生的学

制一般为 3 年。工程硕士专业学位与工学硕士学位处于同一层次,但类型不同,各有侧重。工程硕士专业学位在招收对象、培养方式和知识结构与能力等方面,与工学硕士学位相比有不同的特点。工程硕士专业学位侧重于工程应用,主要是为企业界培养应用型、复合型高层次工程技术和工程管理人才。为了适应我国经济建设和社会发展对高层次专门人才的需要,改变工科学位类型比较单一的状况,完善具有中国特色的学位制度,1997 年国务院学位委员会第十五次会议审议通过了《工程硕士专业学位设置方案》,特在我国设置工程硕士专业学位。设置工程硕士专业学位是为实施科教兴国和可持续发展战略服务,促进科技、教育、经济的紧密结合,为企业界培养和输送高层次工程技术和工程管理人才,增强我国企业实力和市场竞争能力。

由于工程硕士专业学位直接面向企业的实际需求,解决了企业高层次专门人才紧缺又长期得不到补充的问题,使企业、个人主动参与到办学中,使高校能够有的放矢地培养高级专门人才,同时又减轻了国家对教育直接投资的负担,因而受到社会各界的普遍欢迎。

自 1997 年国务院学位委员会正式通过设置工程硕士专业学位以来,在短短的几年时间里,该专业得以迅速发展和普及,到 2003 年,全国已有 168 个工程硕士培养单位,涉及 36 个工程领域,年招生总数 3 万多人,在校生已达 8 万多人,已有数万人被授予工程硕士学位。近年来,每年报考该专业的考生超过 5 万人,2003 年实际参加考试的人数已超过了 6 万人。目前招生规模仍以每年 50% 的速度递增,工程硕士研究生教育初具规模。

工程硕士研究生教育的规模发展,一方面在于满足了社会的迫切需求,带着明确的培养应用型、复合型高层次人才的目标而诞生;另一方面,充分调动了企业界以各种方式参与研究生教育的积极性。《全国教育事业第十个五年计划》中指出,到 2005 年,“各类高等教育在学人数增加到 1600 万人左右,其中在学研究生规模达到 60 万人左右”。要达到这个目标,我国研究生教育规模还要扩大。因此,工程硕士研究生教育发展还存在着广大的空间。

为了配合入学考试办法的改革,我们根据国务院学位委员会办公室组织制定的《硕士专业学位研究生入学考试指南》的要求和精神,组织编写了这套《2006 年 GCT(硕士专业学位)联考辅导教程》,共分四册,包括《2006 年 GCT(硕士专业学位)联考辅导教程 逻辑分册》、《2006 年 GCT(硕士专业学位)联考辅导教程 数学分册》、《2006 年 GCT(硕士专业学位)联考辅导教程 英语分册》和《2006 年 GCT(硕士专业学位)联考辅导教程 语文分册》,以帮助考生在短时间内了解考试内容,提高应试水平。本套丛书考虑了考生的不同专业背景,侧重应试人员逻辑思维能力、语言表达能力、阅读理解能力与数学基础知识运用能力等方面的提高。

清华大学经管学院和北京大学光华管理学院的许多专家、教授为本套丛书的出版做了大量的工作,给予了大力的支持,在此表示衷心的感谢。

由于时间仓促,组织者的经验和水平有限,定然存在纰漏,还望专家和读者批评指正。

·全国硕士专业学位联考命题研究组

2006 年 1 月

前 言

2003 年 5 月, 国务院学位委员会办公室颁布了《2003 年工程硕士专业学位研究生资格考试指南》, 并从 2003 年起, 工程硕士专业学位研究生的入学资格考试开始了重要变革。试卷由四部分构成: 语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试和外语运用能力测试。数学基础能力测试旨在考查考生对数学基础知识的掌握以及分析问题和解决问题的能力。数学基础能力测试共有五部分: 算术、代数、几何和三角学、一元微分学以及线性代数。考试题目共 50 个, 考试时间 45 分钟。

GCT 入学考试数学部分有如下特点:

第一, 内容繁杂, 综合性强。考试内容囊括算术、初等数学、几何与三角、一元微积分以及线性代数的基础知识, 考试战线很长, 包括小学、初中、高中以及大学的数学知识。

第二, 考试时间很紧张, 45 分钟, 解决 25 道题, 平均每道试题的分配时间不到 2 分钟。

为了帮助考生顺利通过考试, 赢得高分, 我们编写了这本辅导教程, 其特点如下。

(1) 汇集考试大纲中所涉及到的重要知识点, 包括基本概念、基本理论以及基本方法, 系统、全面、深入地讲解和分析考试大纲所规定的内容。

(2) 通过例题的讲解加强对重要知识点的理解和掌握, 帮助考生突破难点、提高分析问题和解决问题的能力。

(3) 为了提高考生的临场应试能力, 我们为考生配备了两套模拟试题, 供考生进行模拟实战演练。

对于数学部分的复习, 这里给考生提几点建议。

第一, 考生首先应该掌握基本概念, 熟悉考点知识, 紧扣大纲, 抓住重点。考生应该以“三基”和“一纲”为主线, “三基”即基本概念、基本原理和基本方法; “一纲”即最新 GCT 联考数学考试大纲。考生首先应该系统地掌握大纲规定的基础知识, 对大纲规定的内容进行梳理, 形成知识网络; 其次在接触一定量的题型之后, 头脑中留下的不是纷繁的题目, 而是清晰、鲜明、深刻的基础知识和基本技能, 以及基本的数学思想和方法。不论是数学理论的建立, 还是进行数学运算和逻辑推理, 无一不是以明确而又清晰的概念为基础。数学基础知识是进一步提高解题速度的基础。

第二, 考生要重视概念的复习, 从不同的角度准确地把握住概念的内涵, 注意相关概念的联系与区别。否则, 解题时思维上就会出现疑惑与混乱, 方法上也就会出现种种谬误。

第三, 复习时演练一定量的习题是非常必要的, 它是提高考试成绩的重要手段, 但也不要搞题海战术, 更重要的是吃透大纲规定的基本考点, 学会应用, 提高分析问题和解决问题的能力。解题时既要考虑解题的通性通法, 又要分析它的特殊性, 寻求最佳解决方法, 提高解题能力和对新题型的适应能力。

第四, 归纳总结再思考是至关重要的学习方法, 在解题的基础上认真总结, 及时归纳。

这样既能梳理所学的知识、掌握解题的方法和规律,又能培养探索和创新的能力。如果只是一味的做题,把做题的多少作为复习效果与努力程度的一个标准,而不注重及时的总结,那么考生所收到的实际复习成效是值得怀疑的。如果不注重及时的总结和分析,对疑难问题不进行认真的分析和清理,那么下次碰到类似或者相同的问题还是束手无策。

· 由于编者的经验和水平有限,纰漏之处在所难免,望广大读者、辅导老师和各方面专家批评指正。

编 者
2006 年 1 月

目 录

第一部分 算术	1
第一章 算术	1
第一节 数的概念、性质和运算	1
第二节 比和比例	2
第二部分 初等代数	9
第二章 数和代数式	9
第一节 实数	9
第二节 复数	10
第三节 代数式及其运算	12
第三章 代数方程和方程组	23
第四章 集合、映射和函数	30
第五章 不等式	38
第六章 数列与数学归纳法	49
第七章 排列、组合、二项式定理和古典概率	62
第一节 排列与组合	62
第二节 二项式定理	63
第三节 古典概率	64
第三部分 几何与三角	77
第八章 常见几何图形	77
第一节 常见平面几何图形	77
第二节 空间几何体	81
第九章 三角学的基本知识	98
第一节 三角函数	98
第二节 两角和与差的三角函数	102
第三节 反三角函数	103

第四节 解简单的三角方程	104
第十章 平面解析几何	123
第一节 平面向量	123
第二节 直线	125
第三节 曲线和方程	127
第四部分 一元函数微积分	149
第十一章 极限与连续	149
第一节 函数	149
第二节 极限	151
第三节 函数的连续性	154
第十二章 一元函数微分学	169
第一节 导数的概念	169
第二节 求导公式及运算法则	171
第三节 微分	178
第四节 中值定理与泰勒公式、洛必达法则	180
第五节 函数的单调性与极值	195
第十三章 一元函数积分学	215
第一节 不定积分的概念和简单的计算	215
第二节 定积分的概念及性质	224
第三节 定积分的公式与计算法	227
第四节 定积分的应用	231
第五部分 线性代数	248
第十四章 行列式	248
第一节 行列式的概念和性质	248
第二节 行列式的计算	252
第十五章 矩阵	263
第一节 矩阵的概念与运算	263
第二节 可逆矩阵的逆矩阵	267
第三节 矩阵的初等变换和初等矩阵	270
第四节 矩阵的秩	274
第五节 分块矩阵	275

第十六章 向量.....	293
第一节 向量的概念与运算.....	293
第二节 向量的线性相关性.....	294
第三节 向量组的秩.....	298
第十七章 线性方程组.....	312
第一节 线性方程组的基本概念.....	312
第二节 线性方程组解的性质和结构.....	314
第十八章 矩阵的特征值和特征向量.....	336
第一节 特征值和特征向量的基本概念.....	336
第二节 矩阵的相似对角化的问题.....	337
第三节 重要公式与结论.....	338
第六部分 模拟试题与解析.....	355
模拟试题(一).....	355
模拟试题(一)答案与解析.....	359
模拟试题(二).....	366
模拟试题(二)答案与解析.....	369

第一部分 算 术

第一章 算 术

【基本考点精析】

第一节 数的概念、性质和运算

1. 自然数

我们在数物体的时候,用来表示物体个数的 $1, 2, 3, \dots$ 叫做自然数.一个物体也没有,用 0 表示. 0 也是自然数.

2. 分数

将单位“ 1 ”平均分成若干份,表示这样的一份或者几份的数,称为分数.在分数中,表示把“ 1 ”平均分成多少份的数,称为分数的分母;表示取了多少份的数,称为分数的分子;其中的一份,称为分数的单位.

分数可分为真分数、假分数和带分数.

3. 小数

把整数“ 1 ”平均分成 10 份, 100 份, 1000 份……这样的一份或几份是十分之几,百分之几,千分之几……它们可以用小数表示,小数分为有限小数、无限小数、循环小数等.小数的末尾添上“ 0 ”或者去掉“ 0 ”,小数的大小不变.

循环小数是指一个小数的小数部分从某一位起,一个数字或者几个数字依次不断地重复出现的小数.这样的依次不断重复出现的数字,称为这个循环小数的循环节.

4. 数的整除

在整数除法中,当整数 a 除以整数 $b(b \neq 0)$,除得的商正好是整数而无余数时,则称 a 能被 b 整除或称 b 能整除 a .当 a 能被 b 整除时,也称 a 是 b 的倍数. b 是 a 的约数(也称因数).能被 2 整除的数称为偶数,通常也称为双数.不能被 2 整除的数称为奇数,通常也称为单数.

一个大于 1 的整数,如果它的正约数只有 1 及它本身,称为质数(也称素数).一个数,如果除了 1 和它本身,还有其他约数,叫做合数. 1 既不是质数也不是合数.

几个数公有的约数叫做这几个数的公约数,所有公约数中最大的一个叫做这几个数的最大公约数,几个数公有的倍数叫做这几个数的公倍数,所有公倍数中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数.

分数的分子和分母都乘以或者都除以相同的数(零除外),分数的大小不变.

5. 数的四则运算

(1) 加法

把两个数合并成一个数的运算称做加法. 数的加法运算满足交换律和结合律, 即

$$a+b=b+a$$

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

(2) 减法

已知两个数的和与其中的一个加数, 求另一个加数的运算, 叫做减法, 减法是加法的逆运算.

(3) 乘法

求几个相同加数的和的简便运算, 叫做乘法. 相乘的两个数叫做因数, 乘得的数叫做积, 数的乘法满足交换律、结合律和分配律, 即有

$$a \times b = b \times a, (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

$$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$$

(4) 除法

已知两个因数的积与其中一个非零因数, 求另一个因数的运算, 叫做除法. 已知的积叫做被除数, 已知的一个非零因数叫做除数, 求出的未知因数叫做商.

(5) 运算性质

① 交换性质

$$a+b=c \Rightarrow a+c=b, a-b=c \Rightarrow a-c=b$$

$$a \times b \div c = a \div c \times b, a \div b \div c = a \div c \div b (b \neq 0, c \neq 0)$$

② 结合性质

$$a+b-c=a+(b-c)=a-(c-b)$$

$$a-b-c=a-(b+c)$$

$$a \times b \div c = a \times (b \div c) (c \neq 0)$$

$$a \div b \times c = a \div (b \div c) (b \neq 0, c \neq 0)$$

$$a \div b \div c = a \div (b \times c) (b \neq 0, c \neq 0)$$

(6) 四则混合运算

在四则运算中, 加法和减法叫做第一级运算, 乘法和除法叫做第二级运算, 在一个没有括号的算式中, 如果只含有同一级运算, 要从左往右依次计算; 如果含有两级运算, 要先做第二级运算, 后做第一级运算, 在一个有括号的算式中, 要先算小括号里面的, 再算中括号里面的.

第二节 比 和 比例

1. 比

两个数 a 与 b 相除称为 a 与 b 的比, 记为 $a:b$ 即 $a:b = \frac{a}{b}$, a 为比的前项, b 为比的后项,

$\frac{a}{b}$ 为比值.

2. 比的性质

- (1) $a:b=k \Leftrightarrow a=kb$
 (2) $a:b=ma:mb(m \neq 0)$

3. 比例

两个相等的比称为比例, 记为 $a:b=c:d$, a, d 称为比例的外项, b, c 称为比例的内项, 也记为 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

4. 比例的基本性质

- (1) $a:b=c:d \Leftrightarrow ad=bc$
 (2) $a:b=c:d \Leftrightarrow d:b=c:a \Leftrightarrow a:c=b:d$
 (3) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$
 (4) 若 $\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}$, 即 $a:b:c=a_1:b_1:c_1$, 则

$$\frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1}=\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}$$

5. 正比例与反比例

若 $y=kx(k \neq 0, k$ 为常数), 则称 y 与 x 成正比, k 为比例系数.

若 $y=\frac{k}{x}(k \neq 0, k$ 为常数), 则称 y 与 x 成反比, k 为比例系数.

【典型例题分析】

【例 1】(2003 年试题)某工厂月产值 3 月份比 2 月份增加 10%, 4 月份比 3 月份减少 10%, 那么().

- (A) 4 月份与 2 月份产值相等 (B) 4 月份比 2 月份产值增加 $\frac{1}{99}$
 (C) 4 月份比 2 月份产值减少 $\frac{1}{99}$ (D) 4 月份比 2 月份产值减少 $\frac{1}{100}$

答案: (D)

分析: 设 2 月份产量为 1, 则 3 月份产量为 1.1, 4 月份产量为 0.99, 故 4 月份比 2 月份产量减少 $\frac{1}{100}$.

【例 2】(2004 年试题)在一条长 3600 m 的公路一边, 从一端开始等距竖立电线杆. 原已每隔 40 m 挖好一个坑, 现改为每隔 60 m 立一根电线杆, 则须要重新挖坑和填坑的个数分别是().

- (A) 50 和 40 (B) 40 和 50 (C) 60 和 30 (D) 30 和 60

答案: (D)

分析: 每隔 40 m 挖坑的数为 $3600 \div 40 = 90$, 每隔 60 m 挖坑的数量为 $3600 \div 60 = 60$. 由

答案: (A)

分析: 因为相似三角形的面积之比为相似边比的平方, 所以有

$$\frac{a-2}{a+2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

解得 $a=4.25$, 故选(A).

【例 8】一项工作, 甲单独做 12h 可以完成, 现在甲、乙合做 2h 后, 甲因事外出, 剩下的工作乙又用了 5.5h 做完, 如果这项工作全部由乙做, 需要()h.

- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8

答案: (C)

分析: 因为甲用 12h 可以将全部工作做完, 所以甲 2h 做完了全部工作的 $\frac{1}{6}$, 由此可知,

乙用 7.5h 做完了全部工作的 $\frac{5}{6}$, 故乙做完全部工作需要 $7.5 \div \frac{5}{6} = 9$ (h).

【例 9】一个长方形的长和宽的长度都变为原来的 1.1 倍, 则其面积增加多少.

- (A) 1% (B) 20% (C) 21% (D) 100%

答案: (C)

分析: 由于长方形的长和宽的长度都变成了原来的 110%, 所以其面积变成了原来的 121%, 即增加了 21%.

【例 10】某商场从 A、B、C 三种渠道进了一批同规格的电视机, 从 A 渠道进了 100 台, 单价 2450 元; 从 B 渠道进了 50 台, 单价 2480 元; 从 C 渠道进了 150 台, 单价 2420 元; 为了使这批电视机的毛利率不低于 10%, 每台的平均售价不低于()元.

- (A) 2728 (B) 2680 (C) 2684 (D) 2846

答案: (C)

分析: 这批电视机的平均进价为

$$\frac{2450 \times 100 + 2480 \times 50 + 2420 \times 150}{300} = 2440 \text{ (元)}$$

为了使毛利率不低于 10%, 每台的平均利润应不少于 $2440 \times \frac{1}{10} = 244$ (元), 所以每台的平均售价应不低于 2684 元.

【例 11】(2004 年试题)甲、乙两种茶叶以 $x:y$ (重量比)混合配制成一种成品茶, 甲种茶每斤 50 元, 乙种每斤 40 元, 现甲种茶价格上涨 10%, 乙种茶价格下降 10% 后, 成品茶的价格恰好仍保持不变, 则 $x:y$ 等于().

- (A) 1:1 (B) 5:4 (C) 4:5 (D) 5:6

答案: (C)

分析: 价格变化前成品价格为

$$\frac{50x + 40y}{x + y} \text{ 元}$$

价格变化时成品价格可表示为

$$\frac{50(1+10\%)x + 40(1-10\%)y}{x+y} \text{ 元}$$

浮动前后成品价格保持不变则

$$\frac{50x + 40y}{x+y} = \frac{55x + 36y}{x+y}$$

解得 $5x=4y$, 得 $x:y=4:5$.

【例 12】(2004 年试题)在一条公路上, 汽车 A、B、C 分别以每小时 80、70、50 km 的速度匀速行驶, 汽车 A 从甲站开向乙站, 同时车 B、车 C 从乙站出发与车 A 相向而行开往甲站, 途中车 A 与车 B 相遇两小时后再与车 C 相遇, 那么甲乙两站相距().

- (A) 2010 km (B) 2005 km (C) 1690 km (D) 1950 km

答案: (D)

分析: 设 A、B 相遇时所用时间为 t 小时, 则 A、C 相遇所用时间 $t+2$ 小时, 有 $(70+80)t=(80+50)(t+2) \Rightarrow t=13$ 小时, 因此甲、乙两站距离为 $(70+80) \times 13=1950$ km.

【题型训练】

1. a, b 都是质数, 且 $c=a \times b$, 则 c 一定是().

- (A) 质数 (B) 奇数 (C) 偶数 (D) 合数

2. 一个合数最少有()个约数.

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

3. 设 $a>0, c>b>0$, 则

(A) $\frac{a+b}{2a+b} > \frac{a+c}{2a+c}$

(B) $\frac{a+b}{2a+b} = \frac{a+c}{2a+c}$

(C) $\frac{a+b}{2a+b} < \frac{a+c}{2a+c}$

(D) $\frac{a+b}{2a+b}$ 与 $\frac{a+c}{2a+c}$ 的大小无法确定

4. 计算 $2\frac{2}{15} + 2.5 + 1\frac{3}{8} - 1\frac{5}{12}$

5. 计算 $2 \div 2.4 + 2\frac{1}{2} \times 0.3 - 1\frac{1}{5}$

6. 计算 $[1 - (4\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4} \times 2)] \div 2\frac{1}{2}$

7. 某商店将成本为 2000 元/套的服装按原价提高 50%后再做 7 折“优惠”的广告宣传, 这样每售出一套服装可以获利 625 元, 则每套服装比按原价销售().

- (A) 多赚 100 元 (B) 少赚 100 元 (C) 多赚 125 元 (D) 少赚 125 元

8. 一种货币贬值 15%, 一年后又增值多少才能保持原币值().

- (A) 15.25% (B) 16.78% (C) 17.17% (D) 17.65%

9. 一批货物要进仓库, 由甲、乙两队合运 9h, 可运进全部货物的 50%, 乙队单独运则要 30h 才能运完, 又知甲队每小时可运进 3t, 则这批货物共有().

- (A) 135t (B) 140t (C) 145t (D) 150t

10. 购买商品 A、B、C, 第一次各买 2 件, 共 11.4 元; 第二次购买 A 商品 4 件, B

商品 3 件, C 商品 2 件, 共 14.8 元; 第三次购买 A 商品 5 件, B 商品 4 件, C 商品 2 件, 共 17.5 元, 则一件 A 商品的价格是().

- (A) 0.7 元 (B) 0.75 元 (C) 0.8 元 (D) 0.85 元

11. 设 $x-y$ 与 $\frac{1}{x+y}$ 成反比, 比例系数为 k , y 与 x 成正比, 比例系数为 $1+k$, 则 k 的值为().

- (A) -3 (B) 3 (C) 1 (D) -1

【题型训练答案】

1. 答案: (D)

解析: a, b 都是质数, 所以 a, b 都不会是 1, 又因为 $c=a \times b$, 因此 c 至少有 3 个约数 1, a, c , 故 c 必为合数.

2. 答案: (B)

解析: 合数除了 1 和它本身以外还有其他的约数, 故若 m 是合数, 则必有 $m=a \times b$ 成立, 其中 $a \neq 1$ 且 $b \neq 1$, 因此 a, b 是 m 的异于 1 和 m 的约数. 所以, 当 $a \neq b$ 时, m 最少有 4 个约数; 当 $a=b$ 时, m 最少有 3 个约数. 综上所述, 合数最少有 3 个约数.

3. 答案: (C)

解析: $\frac{a+b}{2a+b} - \frac{a+c}{2a+c} = \frac{a(b-c)}{(2a+b)(2a+c)}$, 由题意可知 $a > 0, c > b > 0$, 因此 $\frac{a(b-c)}{(2a+b)(2a+c)} < 0$, 即 $\frac{a+b}{2a+b} < \frac{a+c}{2a+c}$, 因此选(C).

当 $0 < a < b$, 且 $c > 0$ 时, $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ 是分数的一条基本性质, 其原因是 $\frac{a+c}{b+c} - \frac{a}{b} = \frac{c(b-a)}{b(b+c)} > 0$. 故选(C). 另外, 根据两个数的差的正负直接验证也是处理本题的一种方法.

$$\begin{aligned} 4. \text{ 解: 原式} &= 2\frac{2}{15} + 2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{8} - 1\frac{5}{12} \\ &= 2\frac{16}{120} + 2\frac{60}{120} + 1\frac{45}{120} - 1\frac{50}{120} = 4\frac{71}{120} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \text{ 解: 原式} &= 2 \div 2\frac{2}{5} + 2\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} - 1\frac{1}{5} \\ &= 2 \times \frac{5}{12} + \frac{5}{2} \times \frac{3}{10} - \frac{6}{5} \\ &= \frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{6}{5} = \frac{50}{60} + \frac{45}{60} - \frac{72}{60} \\ &= \frac{23}{60} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \text{ 解: 原式} &= [1 - (4\frac{1}{3} - 2\frac{6}{4})] \div 2\frac{1}{2} \\ &= [1 - (4\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2})] \div 2\frac{1}{2} \\ &= [1 - (4\frac{2}{6} - 3\frac{3}{6})] \div 2\frac{1}{2} = [1 - \frac{5}{6}] \times \frac{2}{5} \end{aligned}$$