



21世纪复旦大学研究生教学用书

量子力学的 物理基础和 哲学背景

金尚年 编著

复旦大学出版社
www.fudanpress.com.cn

3.1
4.1

图书在版编目(CIP)数据

量子力学的物理基础和哲学背景/金尚年编著.
—上海:复旦大学出版社,2007.7
(21世纪复旦大学研究生教学用书)
ISBN 978-7-309-05466-8

I. 量… II. 金… III. 量子力学-物理学哲学 IV. 0413.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第048094号

量子力学的物理基础和哲学背景

金尚年 编著

出版发行 复旦大学出版社 上海市国权路579号 邮编200433
86-21-65642857(门市零售)
86-21-65100562(团体订购) 86-21-65109143(外埠邮购)
fupnet@fudanpress.com <http://www.fudanpress.com>

责任编辑 梁玲

总编辑 高若海

出品人 贺圣遂

印刷 上海华文印刷厂

开本 890×1240 1/32

印张 5

字数 130千

版次 2007年7月第一版第一次印刷

印数 1—2100

书号 ISBN 978-7-309-05466-8/O·394

定价 15.00元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社发行部调换。

版权所有 侵权必究

内 容 简 介

量子力学从诞生之日起,一路走来,成就卓著,凯歌高奏,不过对于它的理论基础,却有两种不同的看法,以玻尔和海森伯为首的哥本哈根学派完全持肯定态度,以爱因斯坦和薛定谔为首的非主流派则持保留态度。《量子力学的物理基础和哲学背景》一书就是针对这两个学派之间的争论展开的。

本书是作者根据自己在复旦大学给研究生讲课的讲稿反复修改而成的。全书共分 6 章和两个附录:第一章和附录 A 简要地阐释量子力学的发展史;第二章介绍量子力学的实验基础和基本假说;第三章讲述薛定谔沿着经典力学的思路构建他的方程的原始想法;第四章重点讲述两大学派争论的焦点以及本书作者自己的一些思考结果;第五章专门讨论量子力学同相对论之间存在的不协调以及解决的可能途径;第六章专门阐述量子力学的哲学争论。

本书作者倾向于从经典力学角度切入量子力学,附录 B 专为那些对分析力学不甚了解的读者提供温习的方便。

本书可作为读者学习量子力学的辅助教材,也可以用作科学史、科学哲学等相关专业的研究生作教科书或教学参考读物。

编辑出版说明

21 世纪,随着科学技术的突飞猛进和知识经济的迅速发展,世界将发生深刻变化,国际间的竞争日趋激烈,高层次人才的教育正面临空前的发展机遇与巨大挑战。

研究生教育是教育结构中最高层次的教育,肩负着为国家现代化建设培养高素质、高层次创造性人才的重任,是我国增强综合国力、增强国际竞争力的重要支撑。为了提高研究生的培养质量和研究生教学的整体水平,必须加强研究生的教材建设,更新教学内容,把创新能力和创新精神的培养放到突出位置上,必须建立适应新的教学和科研要求的有复旦特色的研究生教学用书。“21 世纪复旦大学研究生教学用书”正是为适应这一新形势而编辑出版的。

“21 世纪复旦大学研究生教学用书”分文科、理科和医科三大类,主要出版硕士研究生学位基础课和学位专业课的教材,同时酌情出版一些使用面广、质量较高的选修课及博士研究生学位基础课教材。这些教材除可作为相关学科的研究生教学用书外,还可供有关学者和人员参考。

收入“21 世纪复旦大学研究生教学用书”的教材,大都是作者在编写成讲义后,经过多年教学实践、反复修改后才定稿的。这些作者大都治学严谨,教学实践经验丰富,教学效果也比较显著。由于我们对编辑工作尚缺乏经验,不足之处,敬请读者指正,以便我们在将来再版时加以更正和提高。

复旦大学研究生院

2001 年 3 月

出版者絮语

金尚年先生虽然年事已高,但锲而不舍的求真务实精神决不逊于年轻人。他长期从事理论力学的教学研究工作,从 20 世纪 80 年代初开始涉足科学史研究,他在深入研读量子力学早期原始论文的前提下,归纳出科学大师们的学术贡献、科学哲学倾向,并将研究成果编成讲义,为研究生上课。经过苦苦 20 多年的潜心研究,反复修改终于带着满身疲惫完成了《量子力学的物理基础和哲学背景》一书。鉴于书中有些学术观点同主流量子力学不太合拍,征求有关专家的意见后,又多次修改,终于实现了付梓出版的愿望。对于出版者而言,自然不能越雷池半步,既不能让谬误害人,也不能使言之有据而缺少共鸣的观点胎死腹中,这就是出版这本书对我们提出的挑战。

量子力学是一门美妙绝伦的学科,从它的基本原理出发,几乎解决了微观客体所有的问题,结果之完美简直是神的造化。但是对诸如波粒二象性、波函数物理解释等最基础、最深层的阐释而言,经过 80 多年的争论,至今还没有人真正搞明白。这种背景之下,金尚年先生根据自己独特的视角,把研究成果贡献给研究生的教学工作,不管学术观点是否有失偏颇,对研究生深入理解量子力学总是有益的。

其次,金尚年先生的第一专长应该是经典力学。沿着分析力学的思路理解量子力学,对他来说当然更加轻车熟路,近年来国外许多量子力学的教科书也有类似的处理方法。我们认为这种方法并没有背离主流量子力学,而是表述上的一种补充。

第三,出版这样一本有点“另类”的教科书,对于初学量子力学的读者而言,可以换一个角度去读书,去思考,对其中的不同观点可以讨论、批判甚至否定。量子力学呼唤争论,只有通过争论才能加深理解,因为量子力学给很多读者的印象似乎总是像雾像雨又像花。这也是我们出版此书的目的所在。

本书虽经研究生院和很多专家点评,出版者还怕把关有误,恳切地希望读者和专家对本书提出批评指教。

复旦大学出版社

2007 年 4 月

目 录

第一章 前言	1
§ 1.1 本书写作背景	1
§ 1.2 量子物理学发展的历史回顾	8
第二章 量子力学的实验基础和基本假设	15
§ 2.1 普朗克的黑体辐射理论和作用量量子化假设	15
§ 2.2 爱因斯坦的光量子假设和光的波粒二象性理论	22
§ 2.3 玻尔的氢原子理论和定态跃迁假设	25
§ 2.4 德布罗意波	31
第三章 薛定谔方程	37
§ 3.1 薛定谔及其创建波动力学的情况简介	37
§ 3.2 量子力学的基本方程——薛定谔方程的构建	40
§ 3.3 薛定谔心目中的薛定谔方程	49
第四章 波函数的几率解释和不确定关系	52
§ 4.1 对波函数物理意义理解的早期争论	52
§ 4.2 从“薛定谔猫”看几率概念在量子物理与经典物理中的区别	58
§ 4.3 本书对波函数几率解释的一种见解	62
§ 4.4 海森伯不确定关系的提出和对它的不同理解	65
§ 4.5 本书对不确定关系的见解	69

第五章 量子力学与相对论的理论基础是否相容？	73
§ 5.1 问题的提出	73
§ 5.2 任何一种理论只能在其适用的范围内评论 其正确与否	75
§ 5.3 如何看待相对论和量子力学相结合的问题	77
第六章 量子力学中的哲学争论	81
§ 6.1 自然科学和自然哲学	81
§ 6.2 经典科学的自然哲学体系	88
§ 6.3 哥本哈根学派	94
§ 6.4 爱因斯坦心目中的量子力学	97
§ 6.5 量子科学哲学争论的性质和焦点	101
§ 6.6 从科学史和科学哲学的角度看量子力学的 哲学争论	106
结束语 问量子奥秘,谁主沉浮？	111
附录	115
附录 A 早期量子物理学发展大事年表	115
附录 B 经典力学的哈密顿理论	127
B.1 拉格朗日方程	128
B.2 拉格朗日函数的不确定性 哈密顿变量	130
B.3 哈密顿函数和正则方程	134
B.4 哈密顿原理	136
B.5 哈密顿-雅可比方程	140
B.6 经典统计力学中的玻尔兹曼-普朗克公式	142
B.7 电磁场的拉格朗日方程	145

第一章 前 言

§ 1.1 本书写作背景

作者长期在大学从事理论物理的教学和研究工作,现已逾古稀之年,写这样一本书,毫无功利目的可言。那为什么还要写呢?这是首先要与读者沟通的。

写这本书的起因,要追溯到半个世纪以前学习量子力学的时代。作为一名学生,在学习量子力学的时候,总感到有一种上当受骗的感觉。例如,绝大部分原子物理和量子力学的教材和参考书,一开始,总是强调指出经典物理学这也错了,那也错了,提出了要建立量子力学的任务。接着就介绍电子具有波动性的一些实验事实,或明或暗地指出新的能表述电子运动的动力学方程应该是一个波动方程。教师的讲述也大同小异。这给了我两个深刻的印象:第一,经典力学在微观领域不再适用,应予抛弃;第二,电子具有如电磁波、水波那样的物质波的性质。接着,教材和老师的讲课就转入建立电子的运动方程。不同的教材和不同的老师,说法虽各有不同,但都没有明确的立论前提和清晰的逻辑结构,在不知不觉中给出了波函数和薛定谔方程。然后突然话锋一转,说波函数不是物质波,是几率波;薛定谔方程不是电子的运动方程,是几率的运动方程。为什么?感到老师和教材都没有能说清楚,在逻辑上与前面建立薛定谔方程的思路不很自洽。还有,要建立薛定谔方程,首先要写出经典力学的哈密顿函数,用到经典力学一对共轭坐标和动量的概念。我的理解,既然量子力学应用了哈密顿函数和正则变量,那

么经典力学哈密顿理论的一系列基本性质,就自动进入了量子力学,那为什么他们要特别强调在量子领域,经典力学已完全不再适用?我曾向老师提问,也和一些同学探讨过,但都不得要领。有一位同学对我说,不要去问这些不着边际的问题,你只要按教材和教师的指导解题就行,你提出的问题不是我们做学生思考的问题;我们感到困惑,说明我们的悟性低,难以进入深奥的量子境界。我想也是,还是老老实实地学会如何解题,否则连考试都难通过。但在内心深处,却有一种强烈的愿望:将来应该有人写一本使初学者比较容易接受的量子力学教材。

大学毕业后,我留校当了教师,慢慢地对量子力学有了稍多一些的了解。知道爱因斯坦(A. Einstein, 1879—1955)和玻尔(N. Bohr, 1885—1962)对现行量子力学的理论基础,存在激烈的争论。物理学界对此孰是孰非,没有人明确表态。但实际上是以玻尔、海森伯(W. Heisenberg, 1901—1976)为核心的哥本哈根(Copenhagen)学派诠释为正宗;现行量子力学的基本方程虽然用了薛定谔(E. Schrödinger, 1887—1961)所创建的波动力学的数学形式,但其物理思想却是薛定谔所坚决反对的。微观领域中还有许多问题是现行量子力学难以解决的,而且许多学者认为量子力学与相对论的基础存在明显的难以协调之处,等等。20世纪60年代到70年代的“文化大革命”时期,学校停课,正常的教学工作和科学研究工作停顿,理论界掀起批判自然科学领域中的唯心主义思潮,量子力学哥本哈根学派固然遭到批判,牛顿、爱因斯坦也同样不能幸免。我虽没有直接参加这一大批判的行列,却也一直在思考:在量子力学的理论体系中,孰为唯物主义,孰为唯心主义?“文化大革命”以后,从80年代起,我跟随我的老师王福山先生,开始接触物理学史的研究领域。王福山先生早年留学德国,是玻恩(M. Born, 1882—1970)和海森伯的学生,与海森伯长期保持密切的私人关系。王先生研究物理学史,理所当然地选择了量子物理学史的研究。由于我对现行量子力学心存疑惑,对王先生选定量子物理学史作为主要研究方

向,十分高兴,期望能以自己的工作,解开 20 余年来关于量子力学心存疑虑的心结。王先生带领我们决定从研究量子力学的原始文献着手,选定了 50 多篇量子力学的原始论文,组织了一些人将它们翻译成中文。我对全部译稿粗读了一遍,对其中认为最重要的一些文章进行了比较仔细的研读。1986 年我校举办了一次量子物理学史讨论班,我们挑选了其中的 18 篇约 40 余万字打印出来作为内部交流资料分发给与会者。此后我又查阅了国外一些研究量子物理学史的专著,如 J. Mehra & H. Reichenberg 著的 *The Historical Development of Quantum Theory*, M. Jammer 著的 *The Conceptual Development of Quantum Mechanics* 等。此时正值商务印书馆的《爱因斯坦文集》陆续出版,我对其中与量子物理学有关的文章进行了较仔细研读。此外,我还看了一些玻尔和海森伯论述量子力学的文章和书籍。总之,在 20 世纪 80 年代,我经过数年潜心研究量子力学的原始论文和参考资料,对现行量子力学的思想和理论体系的由来及其存在的争论和问题有了一个比较清楚的了解;学生时代一些困惑,有的已经解决了,有的虽仍未解决,但已有了自己的判断和看法了。我当时对量子力学的主要看法有三点:第一,现行量子力学是一种科学理论,量子力学的基本方程——薛定谔方程和波函数的几率解释,以及令许多人困惑的不确定关系等,都是正确的。如果要对现行量子力学的理论进行某种修改补充,这些结论都应该保留下来。第二,现行量子力学的基本方程,虽然打上难以抹去的薛定谔量子力学的印记,但其物理观念完全来自以玻尔、海森伯为首的哥本哈根学派的科学思想和哲学倾向,而爱因斯坦和薛定谔对此均持反对态度。作为后学者,我们对双方的观点都应该了解和思考,不应该受非学术因素的影响,盲目推崇一方,贬低另一方。第三,爱因斯坦-薛定谔与玻尔-海森伯之间关于量子力学的争论,虽然有物理方面的因素,但更多的可能出于科学思想和哲学倾向的差异。他们之间思想观念的孰是孰非,似乎不适合用唯心论和唯物论的争论作为判断的标准。

总的来说,这个时候我在物理上已完全接受了哥本哈根学派的量子力学理论;在科学思想上,在对玻尔-海森伯的革新精神深为欣赏感动之余,对爱因斯坦-薛定谔的观点并没有完全摒弃,认为他们的观点很可能还是有道理的。这使我在思想上颇为烦恼困惑,虽然这与我在学生时代对量子力学的困惑在性质上是不同的。正在这个时候,我看到了狄拉克(P. A. M. Dirac, 1902—1984)1976年在澳大利亚新南威尔士大学作《量子力学的发展》的讲演稿。狄拉克在这个讲演中说,很可能在将来的某个时候,我们会看到一个改进了的量子力学,也许结果最终会证明爱因斯坦的观点是对的,我们不应认为现在形式的量子力学是最后的形式。我感到自己有与狄拉克相近的观点。自己的观念是模糊的,狄拉克则明白地说出来了。但要改进现行量子力学,路在何方?

那时我正好完成了一本《经典力学》的教材编撰工作,对经典力学的思想理论体系比较熟悉。我发现现行量子力学与经典力学的哈密顿(W. R. Hamilton, 1805—1865)理论有许多相通之处。首先,处理任何一个量子力学问题,都离不开该力学体系的哈密顿函数和正则变量。哈密顿函数和正则变量不是量子力学所首创的,而完全是从经典力学移植过去的。因此完全有理由认为经典力学哈密顿理论的基本性质已渗透进了量子力学的整个理论体系之中。经典力学的哈密顿理论,其适用范围早已覆盖了整个经典物理学的范畴,并不局限于单纯的力学问题。即使像电磁场的麦克斯韦方程,也可以完全纳入经典力学的拉格朗日-哈密顿理论形式中去。这就使我产生了一个想法:从经典力学的哈密顿理论出发,加上少数几个有充分实验依据的基本的量子假设,现行量子力学可否概念清晰、逻辑严密地推理出来?我自忖,根据自己现有的知识结构,可以在这个研究方向上一试。

如果我的上述观点有一定的道理,那么就可以提出这样一个问题:可否从薛定谔的波动力学出发,对其存在的不足和缺陷进行修正补充,使之完善,建立一个可与现行量子力学平行的理论体系。

两者的科学结论相同,但立论的前提和思想观念上有明显不同。或者说,是否可能存在另一种不同风格,不同科学思想和哲学倾向的量子力学,它可以使现行量子力学中一些难以说得清楚的问题变得易于理解,淡化爱因斯坦和玻尔为代表的关于量子力学诠释的激烈争论。这就是作者撰写本书的主旨。本书的主要观点是:现行量子力学可以在经典力学哈密顿理论的基础上建立起来。

不论是现行的各种不同程度的量子力学教材和有关量子世界的科普读物,都强调量子力学与经典力学有本质的区别,两者之间存在一条不可逾越的“鸿沟”。本书认为量子力学和经典力学是相通的,两者之间是继承和创新的关系。为什么这样说呢?第一,现行量子力学离不开哈密顿函数和相互共轭的正则坐标和正则动量,这是经典力学哈密顿理论的核心内容,是经典力学发展到最后阶段的“衣钵”,量子力学既然继承了经典力学的衣钵,怎么可以说与经典力学之间有不可逾越的鸿沟呢?第二,现行非相对论量子力学的三种理论形式:海森伯的矩阵力学,薛定谔的波动力学和后来出现的路径积分形式的量子力学,其数学形式正好与经典力学哈密顿理论的三种动力学方程的形式:正则方程,哈密顿-雅可比方程,哈密顿原理一一对应。它有力地启示我们,量子力学和经典力学是相通的而不是不相容的。还有量子力学存在不确定关系,经典力学一对共轭的正则变量也是不确定的,任何一个正则坐标 q_α 可以有无数多个正则动量 p_α 与其对应;量子力学的表象变换理论,无论其思想实质和数学形式,都与经典力学哈密顿理论的正则变换十分相似。它们也强有力地启示我们:量子力学继承和发展了经典力学的哈密顿理论。第三,经典力学的拉格朗日-哈密顿理论,虽是在牛顿力学的基础上发展拓广起来的,但它并不限于只应用于力学范畴。实际上经典统计力学和经典电磁理论均可纳入到经典力学的哈密顿理论的框架之内,这也从另一个方面启示我们:现行量子力学纳入经典力学哈密顿理论的框架内是可能的。

对于一个对经典力学哈密顿理论和现行量子力学有一定了解

的人,上述几点是显而易见的。那么为什么会有许多人强调量子力学与经典力学之间具有不可逾越的“鸿沟”呢?这可能有三方面的原因:一是量子力学的许多科学结论,与经典力学的公认结论相悖。例如经典科学是决定论的,而量子力学却只有几率可言;经典科学认为人对自然界的认识原则上是无限的,而量子力学由于存在普朗克常数和不确定关系,断言存在不可逾越的极限;经典粒子都是可以区别的,即使“全同”,也可用编号加以区别。而在微观领域,像电子、光子这样的全同粒子,都是不可区别的,等等。二是海森伯在他创建量子力学的第一篇论文《关于运动学和动力学的量子论的重新解释》中,强调指出:“旧量子论的法则……是应予严厉批判的。……因为这些旧量子论的法则本身主要是由经典力学得出的,旧量子论的失败表征了对经典力学的偏离。因此在量子力学中经典力学完全不能被保留。”这大概就是量子力学与经典力学之间存在“鸿沟”,两者之间无法相通说法的源出之处。三是爱因斯坦对现行量子力学的持续批评,即使在1930年物理学界已公认哥本哈根学派对量子力学诠释为正宗以后,爱因斯坦还更明确地提出了现行量子力学与相对论的理论基础是不相容的,由于爱因斯坦巨大的科学声望,而他的科学思想和哲学思想,本质上是属于经典科学体系的。某种程度上它从反面证明了海森伯上述论点的可信度。综合以上三方面的原因,无论是哥本哈根学派的追随者,还是爱因斯坦观点的追随者,都有人认为量子力学与经典力学之间存在不可逾越的鸿沟,这就不足为奇了。但只要稍加深入研究,就会发现上述看法都是似是而非的。本书后面的章节将直接或间接地对此作出说明,这里不再多说。

根据上述主旨和基本观点,本书的内容是这样安排的:第二章,阐述量子物理学的实验基础和基本假设。第三章从经典力学的哈密顿-雅可比方程出发加上波粒二象性假设,导出量子力学的基本方程——薛定谔方程。第四章专门讨论波函数的几率解释和不确定关系两个问题。先简单介绍了玻恩的几率解释是怎样提出来的,

对其不足和缺陷作了评述;然后从第三章导出薛定谔方程的过程中,说明可由经典统计力学的普朗克-玻耳兹曼公式 $S = k \ln W$, 加上玻尔的定态跃迁假设,给出波函数几率解释的一种新的理解。作者认为这样给出波函数的几率解释,比玻恩的说法更令人信服。本章后面几节阐述作者对量子力学不确定关系的理解,认为一对共轭的物理量具有不确定性是经典力学所固有的,本质上与量子力学无关。海森伯所提出量子力学不确定关系 $\Delta X \Delta p \sim h$ 完全可以由经典力学的不确定关系加普朗克的作用量量子化假设作出解释。第五章讨论相对论和量子力学的理论基础是否相容的问题。本书认为两者各自的立论前提不同,各有自己的适用范围,要把现行量子力学纳入相对论的理论框架,或者反之将相对论纳入现行量子力学的框架,在逻辑上是不可能的,相对论量子力学和量子场论,也是各有其立论条件,比单独的相对论或量子力学的立论条件更严格,其适用范围可能更狭小。第六章专门讨论现行量子力学中的哲学问题,认为爱因斯坦和玻尔及其追随者们关于量子力学诠释的争论,其焦点不在于科学上的问题,而是双方科学思想和哲学倾向上的不同;唯心论和唯物论的争论不是讨论量子力学哲学争论的合适切入点。

我退休后受学校返聘又教了 10 年书。2003 年后我不再担任公职,可以静下心来,把自己 20 多年来关于量子力学的研究工作整理出来。因此在 2005 年,正值量子力学创建 80 周年和纪念联合国认定 1905 年为爱因斯坦年之际,以《爱因斯坦心目中的量子力学》为题写了一篇文章。由于篇幅太长,不适合报纸杂志发表,所以没有投稿。根据一些看过此文的朋友建议,最好扩展为一本书。我接受了这一建议,于 2005 年 9 月完成了一本书稿,并将这本书稿送给了一些朋友评阅,也与出版社进行了初步接触。我发现此书要争取正式出版,还需作必要的改写。现在的书稿是多次改写之后完成的。修改稿中尽管吸收了不少朋友的有益建议,但不妥之处肯定不少,恳切希望读者和专家们批评指正。

§ 1.2 量子物理学发展的历史回顾

量子物理学的发展,大致可分为旧量子论时期、量子力学的创建与完善时期和量子力学向纵深发展的三个阶段。

一、初级阶段——旧量子论时期(1900—1924)

这一时期标志性的事件和代表人物是:

1. 1900年普朗克(M. Planck, 1858—1947)提出了一个与实验完全符合的黑体辐射公式,首次提出了能量量子化(实质上是作用量量子化)假设。

2. 1905年爱因斯坦从另一角度提出了光量子假设:频率较高的光(如紫外光)可以看成是粒子而不是波,并成功地解释了经典理论难以解释的光电效应、固体比热等问题,用不同于普朗克的方法,又导出了普朗克黑体辐射公式。在此基础上,于1909年进一步提出了光的波粒二象性理论。

3. 1913年玻尔用定态跃迁假设提出了原子中电子运动的量子理论,成功地解释了氢原子的光谱结构。

直到今天,能量量子化或作用量量子化、微观客体具有波粒二象性和它的状态变化具有定态跃迁性质,一直被认为是量子物理学最基本的物理假设。普朗克、爱因斯坦和玻尔也因此被公认为旧量子论之父。虽然如此,但物理学家对这三个假设背后所隐含的真实物理意义,却各有各的理解。关于量子力学的争论,追根溯源,大都与此有关。

二、高级阶段——量子力学的创建与完善时期(1925—1930)

1913年被公认为物理学首脑会议的第一届索尔维(Solvay)会议召开。在这次会议上,量子论被确认为是物理学领域内具有普遍意义的理论。于是量子物理学引起了几乎所有物理学家,特别是青年物理学家的关注。在这以后,量子物理学大致上沿着三条相对独

立的路线迅速发展。其一是一大批相对较年轻的物理学家,追随玻尔的定态跃迁理论和1916年玻尔提出的对应原理,将其应用范围从氢原子扩展到对所有原子都适用的复杂体系,其结果导致1925年海森伯矩阵力学形式的量子力学的建立和电子自旋的发现。其二是沿着爱因斯坦光具有波粒二象性的思想路线发展。它直接引导了1924年德布罗意(L. V. de Broglie, 1892—1987)提出电子也具有波性,波粒二象性是所有微观客体都具有的共同性质的德布罗意波理论。

1925年7月海森伯创建量子力学的第一篇论文《论运动学和动力学关系的量子理论的重新解释》完成后,立即交给了他的老师玻恩。当时海森伯自己对这篇论文的信心并不足,所以请老师看一看以决定是否有送出去发表的价值。玻恩立即被这篇论文吸引住了,一眼看出论文中最惊人的一步是在力学公式中定义了坐标 q 和动量 p 的量子论的跃迁振幅,虽然论文中还有许多含糊不清的东西,但仅这一点就是重大的科学创新。所以玻恩立即把海森伯的文章送到德国的《物理杂志》发表,而自己则整天沉浸于思考海森伯文中的关于 qp 和 pq 的“符号乘积”的运算规则中去了,一连几个晚上都睡不着觉。一天早晨,玻恩突然大悟:海森伯的符号乘积法不是别的,是矩阵运算!玻恩在学生时代是学过矩阵的,懂得矩阵的运算。而海森伯没有学过矩阵,不懂矩阵的运算,因此尽管在论文中实际上引入了矩阵的运算,但说不清楚。于是玻恩立即决定要把海森伯的论文改造成为用明确的矩阵形式来表示。为此他找了约当来帮助自己的工作,9月份以玻恩和约当共同具名的题为《关于量子力学》的论述海森伯量子力学的第二篇论文问世了。当时海森伯正在哥本哈根玻尔那里做访问学者,得知此消息后大受鼓舞,自己立即在“矩阵”方面进行了补课式的学习。玻恩10月底要去美国访问,他觉得矩阵形式的“量子力学”还有许多问题需要作进一步的研究完善,并应用到实际问题中去,于是立即把海森伯从哥本哈根召回来,又写了一篇由玻恩、海森伯、约当三人具名的《关于量子力学II》