

安徽省高等学校“十一五”省级规划教材
新课程学科教学论系列教材



SHUXUE JIAOXUELUN
数学教学论

——○ 郭要红 主编

安徽人民出版社

教育部《义务教育数学课程标准(2011年版)》
《普通高中数学课程标准(2017年版)》



普通高中课程标准实验教科书 数学教学论

——教师教育必修课程——

人民教育出版社

安徽省高等学校“十一五”省级规划教材
新课程学科教学论系列教材



ISBN 978-7-515-05907-2

数学教学论

主编 郭要红

副主编 李伯春 李伟

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第115188号

数学教学论

主编 郭要红

安徽人民出版社

SHUXUE JIAOXUELUN

数学教学论

—— 郭要红 主 编
李伯春 副主编
李 伟

安徽人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教学论 / 郭要红主编. —合肥:安徽人民出版社, 2007. 7
ISBN 978-7-212-02997-5

I. 数… II. 郭… III. ①数学课—教学研究—师范大学—教材
②数学课—教学研究—中小学 IV. G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 112138 号

数 学 教 学 论

郭要红 主编

出版发行:安徽人民出版社

地 址:合肥市政务文化新区圣泉路 1118 号出版传媒广场 8 楼

发 行 部:0551-3533258 3533268 3533292(传真) 邮编:230071

组 编:安徽师范大学编辑部 电 话:0553-3883578 3883579

经 销:新华书店

印 制:安徽芜湖新华印务有限责任公司

开 本:787×960 1/16 印张:18 字数:342 千

版 次:2007 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

标准书号:ISBN 978-7-212-02997-5

定 价:25.50 元

本版图书凡印刷、装订错误可及时向承印厂调换

安徽师范大学教材建设基金资助项目

新课程学科教学论系列教材

编写委员会

主 编：王 伦

副主编：王先俊 江家发

编 委（按姓氏笔画为序）：

王 伦 王先俊 江家发 何更生

张奇才 欧阳俊林 周晓光 郭怀中

郭要红 贾冠忠 黄成林 鲁亚平

内 容 简 介

本教材以新一轮中学数学课程改革为背景,以教育科学理论为基础,运用基础教育课程改革的新理念,较系统地分析了中学数学教学改革的新成果,论述了中学数学教学的理论和实践等问题。主要内容有:数学新课程的教学理念,数学新课程的改革实践,数学新课程的教学理论,数学新课程的教学过程和教学形式,数学新课程的教学方法,数学新课程学习领域的三维目标教学,数学文化、数学建模与数学探究,数学新课程教学发展性评价等。本教材主要特色是:具有整体性、思想性;主要内容既有理论又有实践,通过案例说明实践环节与步骤,具有针对性;具有较高的普适性和开放性。

本教材可作为高等师范院校数学专业本科生、数学课程与教学论专业研究生的教科书,也可作为高中数学教师新课程继续教育的教学参考资料,还可供数学教育科研人员参考。

序

基础教育课程改革对高师院校的课程与教学提出了严峻的挑战。学科教学论既是高师院校体现教师专业特点的重要课程,又是直接反映基础教育课程改革要求的重要载体。当前,我国学科教学论教材建设滞后于基础教育课程改革,“学科教学论”教学基本上沿用了传统的教学内容,没有渗透新的教育理念,不能满足高师院校对未来中学教师培养的需要。

从学与教、理论与实践的关系来看,“学科教学论”教学与教材滞后主要表现在以下四个方面。

一、重“教材”研究,轻“课程”研究

在我国,“教材”差不多成了“课程”的代名词。几乎所有的“学科教学论”教材,都有专门章节讨论教材的作用、教材的编写原则、教材的使用等,而“课程”中所包含的课程理念、课程计划、课程资源的开发、教材在课程中的地位、课程实施中学生的地位和教师的作用、生成性课程等,则少有涉及。

二、重“教”,轻“学”

长期以来,受传统教育思想的影响,我们习惯上将“教学”当作一个词汇来理解,因此“教学法”在实际上便成了“教法”的代名词。事实上,教学是一个以“学”为主的双边甚至多边活动,是“教”和“学”的统一体。在教育过程中,学生的学习既是教学活动的出发点,也是

教学活动的归宿。

三、重“考试性评价”，轻“发展性评价”

在我国教育实践中，“评价”与“考试”同义，以考试代替评价。新课程倡导形成性评价、发展性评价的新理念。评价活动是教学活动的重要组成部分，评价的目的在于促进学生学习的进步、教师教学效率的提高和学校工作的改进。

四、重“传统教学技能”培养，轻“现代教学手段”应用

面对迅猛发展和不断更新换代的现代教学设施设备，仅仅注重传统的教师教学技能培养显得不够全面。很多师范院校的学生在毕业之前，对于多媒体辅助教学和网络教学仅限于理论上的感知，缺乏实际操作应用。传统的教学技能和手段固然重要，但不掌握现代教学技能和手段，显然无法适应新课程教学的需要。

面对基础教育新课程的挑战，学科教学论课程与教学内容必须进行改革。

一、必须重新确立学科教学论的学科性质与地位

学科教学论在教师教育和教师专业化中有着不可替代的作用。只有强化学科教学论学科建设，才能真正发挥学科教学论在教师专业化中的作用。我们认为，学科教学论不是一般教学论理论的简单套用，它亦有自身的理论体系。学科教学论是研究学科教学规律及其应用的一门学科。从培养目标来看，学科教学论是结合本专业学科课程十分紧密，又很贴近中学学科教学实际，为师范生从事学科教学工作直接打基础、“实战性”最强、最基本的一门课程。

二、必须重新构建学科教学论课程结构与内容体系

根据基础教育新课程理念的要求，学科教学论课程结构的改革

与重建应注意以下两点:一是要反映现代教育理论的发展趋势,将哲学、教育学、心理学、教育技术以及学科教学理论有机结合起来;二是要反映基础教育改革对教师素质的新要求,将先进的教育理论、最新的学科知识、多样化的教学操作技能有机结合起来。学科教学论属于研究学科教学的一般规律和教学操作体系的应用性理论学科,主要包括学科教学的一般理论,其内容涉及课程论、教材论、教学论、学习论等。同时,它具有学科教学的操作体系,如学科教学基本技术、学科教学设计、学科教学评价等。学科教学论理论体系的建构,一方面,要学习和借鉴当代教育学、心理学理论的最新成果,例如主体教育理论、建构主义理论等;另一方面,又要关照学科教学实践,要将鲜活的学科教学实践经验提升到理论高度,从而形成学科教学论特有的新理论体系。

三、必须凸显学科教学论的学科特色

一要有理论性。学科教学论要以现代课程论、教学论、学习论为理论基础,结合学科教学实际,力求从理论高度把握学科教学的一般规律,回答学科教学目标、学科课程、学科教学过程、教学建模、教学评价等基本理论问题。二要有实践性。学科教学论不仅要有理论体系的建构,也要有具体的学科教学操作技能体系,诸如教学基本技能、备课与教学设计技术、现代教育技术在学科教学中的应用、评价技术等。

四、必须重建学科教学论的研究范式

学科教学论的研究范式要从理论与实践两个方面展开。

一方面,关注理论的实践研究。学科教学论的理论研究,要努力跟踪与学科教学有关的相关学科的前沿理论,结合学科教学实际,整合各种理论,并努力将其运用于学科教学实践,尝试建立学科教学的理论模型。目前,尤其要注重研究学科教学中一些重大而基本的理

论问题,如学科学习策略的厘定问题,学科教学模式的建构问题等。

另一方面,关注实践的理论研究。要在先进理论的指导下研究学科教学的实践,对于学科教学中的实践经验,特别是代表学科发展方向的先进经验,要进行理论概括与提升。

基于上述认识,我们根据新课程实施的调研情况,组织我校及省内具有丰富教学经验的学科教学论专家、学者和一线教师编写了这套“新课程学科教学论系列教材”。该系列教材是专为有志成为中学教师的师范生编写的,也可作为在职中学教师的专业培训、自我研修读物。相信这套教材能够对师范院校教师教育课程内容的改革提供有益的经验,能够适应基础教育新课程对学科教学论教材的需求,能够对在校师范生新课程从教能力的培养有所帮助。

王 伦

2007年7月18日

目 录

序	2 伦
第一章 数学课程的历史演进	1
第一节 古典时期的数学课程	1
一、古希腊的数学课程简介	2
二、古埃及的数学课程简介	4
三、古巴比伦的数学课程简介	6
四、古印度的数学课程简介	8
五、古罗马的数学课程简介	11
六、中国古代的数学课程简介	13
第二节 近代时期的数学课程	16
一、德国的数学课程简介	16
二、英国的数学课程简介	18
三、法国的数学课程简介	20
四、美国的数学课程简介	22
五、俄罗斯(前苏联)的数学课程简介	24
六、日本的数学课程简介	25
七、中国的数学课程简介	25
第三节 现代新一轮国际课程改革背景下的数学课程	27
一、新一轮国际数学课程改革的背景分析	27
二、新一轮国际数学课程改革的理念诠释	30
三、新一轮国际数学课程设计的总体思路	31
四、我国新一轮数学课程改革个案总说	34
第二章 我国数学新课程改革的理论与实践	38
第一节 我国数学新课程目标设计	38
一、数学新课程的总目标设计	38
二、数学新课程的分类目标设计	40
三、数学新课程的内容标准设计	48
第二节 我国数学新课程内容设计	52

一、数学新课程内容设计的基本要求	52
二、数学新课程的内容选择	56
第三节 我国数学新课程实施	59
一、数学新课程实施情境中的内容组织	60
二、数学新课程实施情境中的教学规范	65
三、数学新课程实施情境中的课程评价	71
第三章 数学新课程教学理论	76
第一节 数学新课程教学理念	76
一、传统课程的主要教学理念	76
二、新课程倡导的基本教学理念	77
第二节 数学新课程基本教育理论	78
一、素质教育理论	79
二、多元智能理论(Multiple Intelligences)	84
三、建构主义学习理论	89
四、弗赖登塔尔与波利亚的数学教育理论	95
第四章 数学新课程的教学过程和教学形式	103
第一节 数学新课程的教学过程	103
一、数学新课程教学过程的本质特点	103
二、数学新课程教学过程的结构	108
三、数学新课程教学过程要正确处理好几对关系	110
四、数学新课程教学过程的最优化	112
第二节 数学新课程的教学准备过程	115
一、教学准备的涵义	115
二、教学准备的内容	115
三、一种重要的教学准备形式——说课	126
第三节 数学新课程的教学形式	132
一、数学新课程课堂教学	132
二、数学新课程课外活动和社会实践	140
第五章 数学新课程教学方法	144
第一节 教学方法概述	144
一、教学方法的观念	144
二、教学方法选择的基本依据	145
三、教学方法的主要类型	145
第二节 数学新课程对教学方法的影响	147
一、传统教学方法的反思	147

二、转变学习方式	148
第三节 新课程观、教学观下的数学教学方法	150
一、数学新课程的基本教学方法	150
二、数学新课程的教学模式	155
第六章 数学新课程学习领域的三维目标教学	165
第一节 数学概念的教学	165
一、数学概念的特点	165
二、数学概念的教学	167
第二节 数学公式、定理的教学	174
一、数学公式、定理的特点	174
二、数学公式、定理的教学	175
第三节 数学语言及其教学	179
一、数学语言的特点	180
二、数学语言的教学	181
第四节 数学技能的教学	182
一、数学技能	182
二、数学技能的形成过程	185
三、数学技能训练的规律	187
四、数学技能学习与教学	188
第五节 数学“过程与方法”目标的教学	190
一、数学活动的过程性知识	190
二、数学思想方法及其教学	197
第六节 数学“情感、态度与价值观”目标的教学	200
一、数学情感、态度与价值观的科学涵义	200
二、数学情感目标的内容结构	201
三、数学情感目标的层次结构及分类	202
四、数学情感教育目标的培养策略	204
第七章 数学文化、数学建模与数学探究	208
第一节 数学文化的内涵及其教学途径	208
一、数学文化的内涵	208
二、数学文化的教育价值	210
三、数学文化的教学途径	212
第二节 数学建模的教育价值与教学途径	216
一、数学建模概念、一般步骤及其教育价值	216
二、数学建模的教学途径	222

第三节 数学探究性学习的教学过程	225
一、探究性学习的基本涵义与历史发展	225
二、数学探究教学的基本模式	227
第八章 数学新课程教学的发展性评价	238
第一节 数学新课程教学发展性评价概述	238
一、课程教学评价	238
二、数学课程教学发展性评价	239
第二节 数学课堂教学的发展性评价	241
一、打破传统的课堂教学质量评价模式,树立发展性课堂教学评价观	241
二、数学课发展性评价标准的构建	243
三、数学课堂教学评价方式	247
第三节 数学课发展性学业评价	251
一、数学课学生学业评价的内容	251
二、数学课学生学业评价的主体	254
三、数学课的过程性评价	257
四、数学课的考试	262
主要参考文献	271
后 记	275

第一章 数学课程的历史演进

数学课程是数学教育研究的重要内容。哪里有数学教育和数学教学,哪里就必有对数学课程的研究。

历史上人们对课程、数学课程概念的界定并不一致。教育社会学家对课程概念的界定有狭义和广义之分,甚至有极狭义、较狭义、稍广义、极广义之分。课程的最狭义界定指学校课程表所列教育科目。譬如,伯恩斯坦(Bernstein B)将课程称为“合理的知识”(Valid knowledge),是“对教学科目的选择及教学科目之间起支配作用的各种原则”(principles),即属此类。课程宽泛一点的界定涵及教学科目之外的活动,马斯格雷夫(Musgrave P W)所说的“学校有目的地加以组织的经验”和塔纳(Tanner D)所说的“儿童在教师指导下所获得的全部经验”便属此类。最广义的界定应推艾格莱斯顿(Eggleston J)与麦汉(Meighan R),前者将学校中显现的知识与学习经验均视为课程,后者则将学生在学校中所学的一切均视为课程。

随着教育的社会功能多样化和课程研究的进展,“课程”这一概念的外延已超越了学科和教学目标或计划,再也不仅指学习者获得的现实经验,它既包括学校教育中根据国家或地方教育行政部门颁布的教学计划和教学大纲或国家课程标准有计划、有组织实施的“显性课程”,也包括学生在学习环境(包括物质环境、社会环境和文化体系)中学习到的非计划性的“隐性课程”;既包括学校课程体系中实实在在的“实际课程”,也包括被学校和社会在课程变革过程中有意或无意排除于学校课程体系之外的“空无课程”;既包括学校里的校内课程,也包括校外广阔的富有教育意义的“校外课程”。因此,作为教学科目的数学,由于是课程的一个组成部分,也对数学课程作同样广义的理解。

为了深刻理解当前正在进行的数学课程改革,回顾一下数学课程的历史演进是有必要的。

第一节 古典时期的数学课程

古代中外数学课程丰富多彩,但归纳起来有两种典型教材。一是以古希腊数学家欧几里得所著的《几何原本》为代表的倡导演绎精神的佳作,二是以中国刘

徽作注的《九章算术》为代表的弘扬算法精神的杰构。两大传世名著,东西辉映,对后世数学课程的发展和演变影响极为深远。

一、古希腊的数学课程简介

古希腊是希腊半岛及其附近(地中海东部)一群奴隶制城邦的总称。在公元前8世纪至公元前6世纪,希腊进入奴隶社会,并且形成了独特的希腊城邦制。

希腊城邦文化的代表首推雅典。从公元前5世纪起,雅典进入繁荣时期。它的哲学、科学、艺术都取得了很高的成就,以雅典为代表的古希腊文化在世界文明史上占有崇高的地位。恩格斯曾指出:“没有奴隶制,就没有希腊国家,就没有希腊的艺术和科学;没有奴隶制,就没有罗马帝国。没有希腊文化和罗马帝国所奠定的基础,也就没有现代的欧洲”^[1]。古希腊在数学和数学教育方面取得的辉煌成就及对后世的影响也再次证明了古希腊文化具有崇高的地位。

在世界数学发展史上,古希腊数学发展有一显著特点,就是学派林立。各学派均以自己的学术观点传播自己的见解。实质上,学派也是一种教育团体,其主要学者要给门人讲学,数学就是在学派中发展的。例如,爱奥尼亚学派的泰勒斯(Thales,约公元前640—公元前546)开始了数学的证明,并用数学方法测出了金字塔的高;毕达哥拉斯学派发现并证明了勾股定理,发现了无理数和5种正多面体等;公元前5世纪的巧辩学派多以教授文法、数学、天文、雄辩术为业,他们提出数学中的几何三大作图问题,对数学理论化、体系化的发展作出了贡献;厄里亚学派的芝诺(Zeno,约公元前496—公元前430)提出4个悖论,为数学理论化开辟了道路;吕园学派的亚里士多德提出了形式逻辑中的三条基本规律(第四条充足理由律为后来德国数学家莱布尼茨提出)和三段论法,对某些几何定理给出了逻辑证明,认识到进行逻辑论证必须有一个起点,等等。

雅典教育的目的是把统治阶级的子弟培养成为身心和谐发展、能履行公民职责的人。不仅要把他们训练成为身强力壮的军人,更要求把他们培养成具有文化修养和多种才能的政治家、商人以及专门研究自然的哲学家,因而雅典的教育十分重视文化知识包括数学知识的教育。公元前6世纪至公元前4世纪的雅典教育如表1-1。

其中文法学校教授的计算是指较简单的计数和计算,计算工具是手指、石子和算盘。体育馆是由国家设立的,有专职指导人员,在体育馆的哲学课程中就教授数学,包括几何、算术、天文等。学习哲学对贵族阶层来说是最必需的事情,而数学被认为是关于世界本质的学问,只有最优秀的学生才能学习到较高深的数学。学园是一些哲学家创办的哲学学校,与军训团并存,在学园里主要学习哲学,

[1] 马克思,恩格斯. 马克思恩格斯选集:第3卷[M]. 北京:人民出版社,1972:220.

表 1-1 公元前 6 世纪至公元前 4 世纪雅典教育

学生年龄	教育机构及教授课程
7-14 岁	文法学校:学习阅读、写字、计算、音乐学校:音乐、唱歌
13-15 岁	体操学校:体育、谈话
16-18 岁	体育馆:体操、政治、哲学
18-20 岁	军训团:兵役 学园:哲学

包括较高深的数学知识。由上可知,数学课程在雅典教育中占有重要地位。

柏拉图是古希腊著名的哲学家和教育家,40 岁时,他在雅典的一所体育馆里创办了一个学园。在学园中,师生之间运用对话形式进行教学,这种对话要求具有高度的抽象思维能力,因此,进入这个学院必须熟悉几何学的基本原理,学园中数学课程最受重视。柏拉图曾在学园门前写着“不懂几何者不得入内”的字样,说明了柏拉图对数学教育的重视。

柏拉图认为,儿童教育越早越好,并提出“胎教”问题。他主张用儿歌、游戏等对儿童进行教育。儿童 7 岁应入文法学校,13 岁入体操学校,16 岁入体育馆,18 岁入军训团,这些主张基本与前述希腊当时的教育制度一样。他还主张 20 岁的优秀青年要再受 10 年教育,主要课程之一就是学习数学——四大科:算术、几何、天文、音乐。当然学习数学不是为了实际应用,而是为了锻炼思维,激发学生对理念世界中的抽象与绝对真理的兴趣。例如,学习算术不是“为了买卖”,而是为了观察“数的性质”;研究天文学并不是为航海的需要,而是为了探求宇宙——数学天空中“真”星的运动规律;学习音乐是为了体现“数的和谐”,等等。以此达到了解世界的本质的目的,从而成为民众的领袖乃至国家的统治者。

由此可见,柏拉图特别重视数学教育。他主张的数学学科课程——算术、几何、天文、音乐是与毕达哥拉斯一脉相承的,对后世数学教育有深远影响。整个中世纪,仍以四大科作为教育的主要内容之一。但是,柏拉图只强调理论数学、反对应用数学的观点是片面的,在教育实践中也是有害的。

公元前 338 年,马其顿征服了希腊及地中海沿岸的许多地区。马其顿人把当时高度发达的希腊文化带入了广大被征服的地区。由于战争,许多东方移民进入希腊,希腊人因此也大规模迁徙他乡,这促使东西方文化进行了一次大交流,这种交流活动一直进行到公元前后,史称希腊化时期。

在希腊化时期,数学有了很大发展,最重要的成就是数学脱离了哲学和天文学,成为独立的学科。其主要特点是建立了数学本身的理论体系,从以实验和观察为依据的经验科学过渡到演绎科学,即由少数几个原始命题(公理)出发,通过纯逻辑推理得到一系列定理,这就是公理化方法,是希腊数学的基本精神——演