郑君里主编《信号与系统》
（第二版）同步辅导

九章丛书

信号与系统
（第二版）
全程辅导
（下）

编写 九章系列课题组
主编 苏志平 赵洪岩

辽宁师范大学出版社

信号与系统全程辅导

（第二版）

下　册

编　写　九章系列课题组

主　编　苏志平　赵洪岩

辽宁师范大学出版社

内 容 简 介

本书是为了配合由高等教育出版社出版的郑君里主编《信号与系统》上、下册（第二版）的教材而编写的辅导用书。

本书对教材中各章的重点、难点做了较深刻的分析，对各章的课后习题做了全面解析解答。本书将是电气信息类本科生的重要参考书，也是教师的参考书。并可作为各类工程技术人员和自学者的辅导书。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统全程辅导/苏志平·赵洪岩主编. —大连：辽宁师范大学出版社，2004.8

ISBN 7-81103-076-4

Ⅰ.信...　Ⅱ.①苏...　②赵...　Ⅲ.信号系统－高等学校－教学参考资料　Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 085424 号

责任编辑：穆　杰
责任校对：童　娇
封面设计：黄志勇

出 版 者：辽宁师范大学出版社
地　　址：大连市黄河路 850 号
邮　　编：116029
印 刷 者：廊房华星印刷厂
发 行 者：全国新华书店

幅面尺寸：727×960　1/16
印　　张：35
字　　数：550 千字

出版时间：2004 年 8 月第 1 版
印刷时间：2004 年 8 月第 1 次印刷
全套定价：38.00 元　本册定价：18.00 元

前　言

《信号与系统》(第二版)上、下册一直是大中专院校电子专业学生必修课程，其内容随着电子技术的发展而日趋丰富。这就产生了一个矛盾：一方面学生因所修课程越来越多而导致课外时间减少。另一方面因技术的进步又要求学生去了解比以前更多的知识。

今本书正是为了解决这一矛盾而精心编写的。

本书是与郑君里主编的教材《信号与系统》(第二版)上、下册同步配套的习题全程辅导书。本书除了有传统辅导书的解题过程外，主要有以下特点：

1. 知识点窍：运用公式、定理及定义来点明知识点。

2. 逻辑推理：阐述习题的解题过程。

3. 解题过程：概念清晰，步骤完整，数据准确，附图齐全。

把知识点窍——逻辑推理——解题过程联系起来，做到融汇贯通，最后给出本书的习题答案。在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导，巩固所学，达到举一反三的效果。

“知识点窍”和“逻辑推理”是本书的精华所在，是由多位著名教授根据学生在解题过程中进行分析而研究出来的一种新型的、拓展思路的解题方法。“知识点窍”提纲挈领地抓住了题目的核心知识，让学生清楚地了解出题者的意图；而“逻辑推理”则注重引导学生思维，旨在培养学生科学的思维方法，即掌握答题的思维技巧。在此基础上提供了详细的“解题过程”，使学生熟悉整个答题过程。本书在编写过程中，参考了郑君里老师编写的《信号与系统》(第二版)，并借鉴了书中部分插图，在此深表感谢。

由于编者水平有限及时间仓促，不妥之处在所难免。希望广大读者不吝批评、指正。

编　者

2004 年 8 月

目　　录

第七章　离散时间系统的时域分析

考 试 要 求

本章要求熟练掌握离散时间系统的时域表达方式，并能利用离散时间系统的数学模型进行简单的性能分析。

知 识 点 归 纳

● 序列：一个离散时间信号是一组序列值的集合 $\{x\ (n)\}$。

● 离散时间信号的运算包括：序列相加、相乘、序列左（右）移位、序列反褶、序列尺度倍乘。

● 离散时间系统按性能分为：线性、非线性、时不变、时变等各种类型。

● 线性时不变系统的特性：均匀性、叠加性。

● 常系数线性差分方程

$$\begin{aligned}&a_0y(n)+a_1y(n-1)+\cdots+\\&a_{N-1}y(n-N+1)+a_Ny(n-N)\\=&b_0x(n)+b_1x(n-1)+\cdots+\\&b_{M-1}x(n-M+1)+b_Mx(n-M)\end{aligned}$$

的两种解法：迭代法、时域经典法。

● 离散线性时不变系统为因果系统的充要条件是单位样值响应

$$h(n)=0(\text{当 } n<0)\text{ 或 } h(n)=h(n)u(n)。$$

● 稳定系统的充要条件是单位样值响应绝对可积，即

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|\leqslant M, M\text{ 为有界正值}$$

● 线性时不变系统的总响应可表示为

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h\ (n-m)$$

称为卷积和，简化记为 $y(n)=x(n)*h(n)$

● 卷积服从交换律、分配律和结合律。

● 解卷积也称为反卷积、返演卷积或逆卷积

由给定的 $h(n)$；$y(n)$ 求 $x(n)$：

$$x(n)=\left[y(n)-\sum_{m=0}^{n-1}x(m)h(n-m)\right]/h(0);$$

由给定的 $x(n)$，$y(n)$ 求 $h(n)$：

$$h(n)=\left[y(n)-\sum_{m=0}^{n-1}h(m)x(n-m)\right]/x(0)。$$

教材同步习题全解

7-1 分别绘出以下各序列的图形。

(1) $x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$；

(2) $x(n)=2^n u(n)$；

(3) $x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$；

(4) $x(n)=(-2)^n u(n)$；

(5) $x(n)=(2)^{n-1}u(n-1)$；

(6) $x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}u(n)$。

【知识点窍】

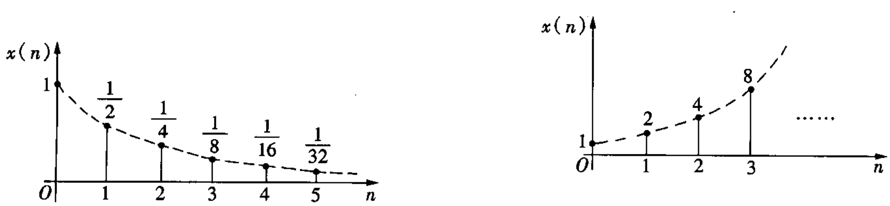
加强对离散时间序列概念的认识。

【逻辑推理】

本题要求对单位阶跃序列 $u(n)$ 的表达形式有清楚的理解。

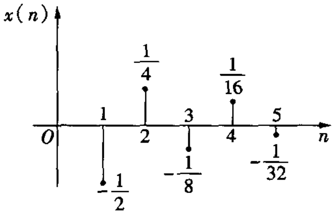
【解题过程】

(1) $x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$　　　(2) $x(n)=2^n u(n)$

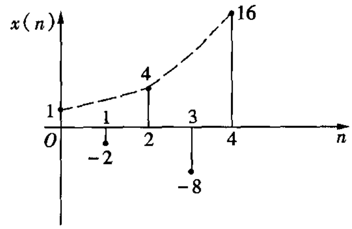


解图 7-1 (a)

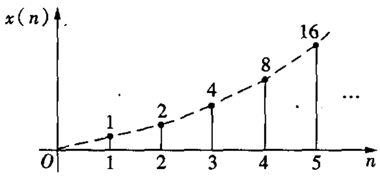
(3)$x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$



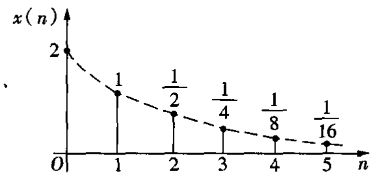
(4)$x(n)=(-2)^n u(n)$



(5)$x(n)=2^{n-1}u(n-1)$



(6) $x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}u(n)$



解图 7-1 (b)

7-2 分别绘出以下各序列的图形。

(1) $x(n)=nu(n)$;

(2) $x(n)=-nu(-n)$;

(3) $x(n)=2^{-n}u(n)$;

(4) $x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-n}u(n)$;

(5) $x(n)=-\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u(-n)$;

(6) $x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}u(n+1)$。

【知识点窍】

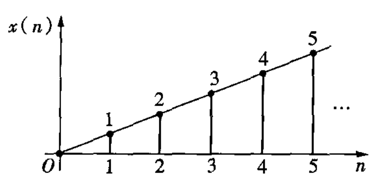
本题旨在考查不同形式的离散时间序列，加深对基础概念的理解和认识。

【逻辑推理】

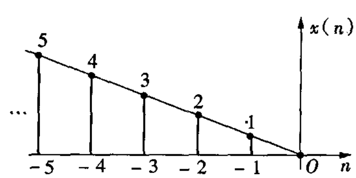
解答本题关键在对一些基本的序列进行变通，包括左、右移位，反转等，要熟练这些对离散序列的基本操作。

【解题过程】

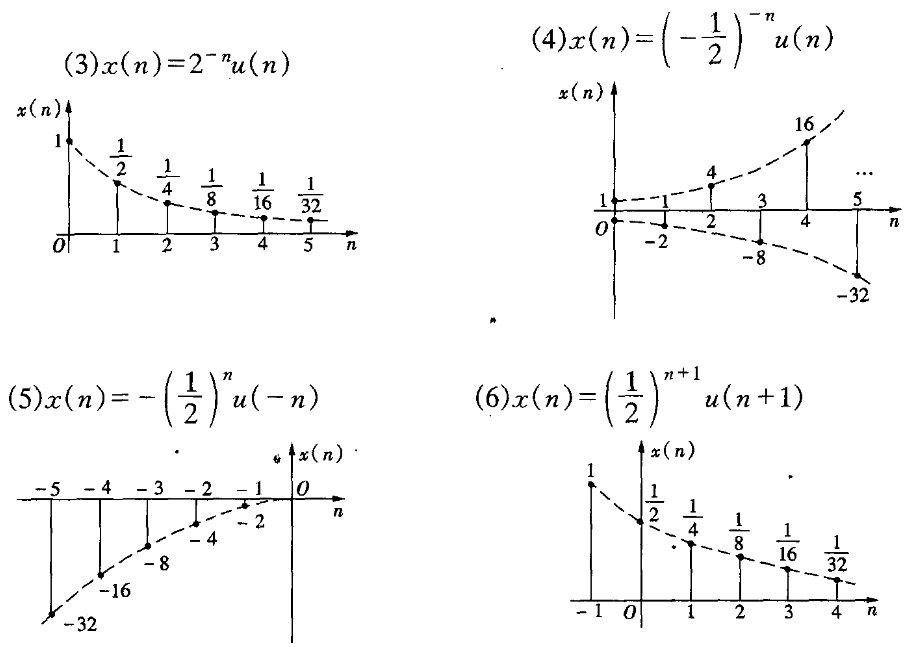
(1) $x(n)=nu(n)$



(2) $x(n)=-nu(-n)$



解图 7-2 (a)



解图 7-2 (b)

7-3 分别绘出以下各序列的图形。

(1) $x(n)=\sin\left(\frac{n\pi}{5}\right)$;

(2) $x(n)=\cos\left(\frac{n\pi}{10}-\frac{\pi}{5}\right)$;

(3) $x(n)=\left(\frac{5}{6}\right)^{n}\sin\left(\frac{n\pi}{5}\right)$。

【知识点窍】

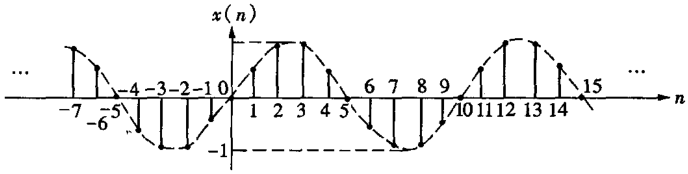
本题引入了周期时间序列的概念，是对连续时间信号按一定的频率进行采样，形成一系列的周期离散样值。

【逻辑推理】

本题在正（余）弦函数的自变量处乘入离散值 n，对其按不同的频率进行采样，对应第（2）小题还加入了初始相位，第（3）小题对应每个样值都有不同的权值。

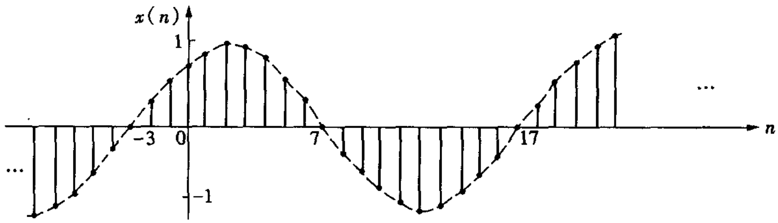
【解题过程】

(1) $x(n)=\sin\frac{n\pi}{5}$



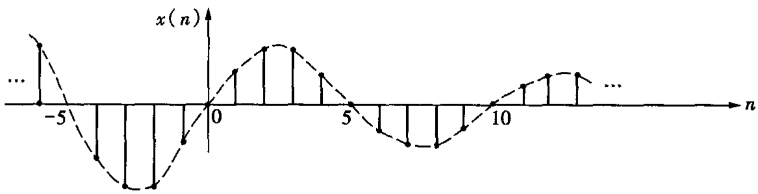
解图 7-3（a）

（2）$x(n)=\cos\left(\frac{n\pi}{10}-\frac{\pi}{5}\right)$



解图 7-3（b）

（3）$x(n)=\left(\frac{5}{6}\right)^{n}\sin\left(\frac{n\pi}{5}\right)$



解图 7-3（c）

7-4 判断从下各序列是否周期性的，如果是周期性的，试确定其周期。

（1）$x(n)=A\cos\left(\frac{3\pi}{7}n-\frac{\pi}{8}\right)$；

（2）$x(n)=e^{j\left(\frac{n}{8}-\pi\right)}$。

【知识点窍】

判断一个序列是否周期序列关键在于设法找出其周期 T，若 $T\to\infty$，则序列是非周期的。

【逻辑推理】

第（1）小题为判定一余弦序列的周期性，设法求其周期；第（2）小题需作适当变形，然后求证其周期是否存在。

【解题过程】

（1）如果对于整数 N，有

$$x(n+N)=x(n)$$

则 $x(n)$ 是周期序列。

$$\text{由于}x(n+N)=A\cos\left[\frac{3\pi}{7}(n+N)-\frac{\pi}{8}\right]$$
$$=A\cos\left[\frac{3\pi}{7}n+\frac{3\pi}{7}N-\frac{\pi}{8}\right]$$

如果$\frac{3\pi}{7}N$是2π的整数倍，则由余弦函数的性质有$x(n+N)=x(n)$，显然，满足此条件的最小整数值为$N=14$，故$x(n)$是周期序列，其周期为14。

(2) 由于$x(n+N)=e^{j\left[\frac{1}{8}(n+N)-\pi\right]}$

$$=e^{j\left(\frac{n}{8}-\pi\right)}\cdot e^{j\frac{N}{8}}=x(n)e^{j\frac{N}{8}}$$

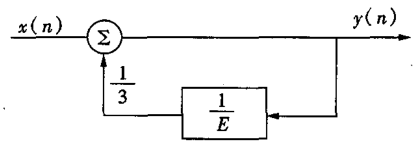
若$x(n+N)=x(n)$，则要求$e^{j\frac{N}{8}}=1$，即$\frac{N}{8}=2k\pi$，由于π为无理数，故不可能存在满足此式的整数N，k，所以$x(n)$不是周期序列。

7-5 列出题图7-5所示系统的差分方程，已知边界条件$y(-1)=0$。分别求以下输入序列时的输出$y(n)$，并绘出其图形（用逐次迭代方法求）。

(1) $x(n)=\delta(n)$；

(2) $x(n)=u(n)$；

(3) $x(n)=u(n)-u(n-5)$。



题图 7-5

【知识点窍】

本题将离散时间系统的数学模型与差分方程结合起来考查。

【逻辑推理】

熟知几种基本的数学模型表示法，$\frac{1}{E}$为单位延时，也可用符号“D”或“T”表示，Σ表示加法器，箭头上的系数为需相乘的权值。

【解题过程】

由图可得系统差分方程为

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{3}y(n-1)$$

(1) $x(n)=\delta(n)$

根据系统差分方程及边界条件$y(-1)=0$进行迭代求解：

$$y(0)=x(0)+\frac{1}{3}y(-1)=1$$

$$y(1)=x(1)+\frac{1}{3}y(0)=\frac{1}{3}$$

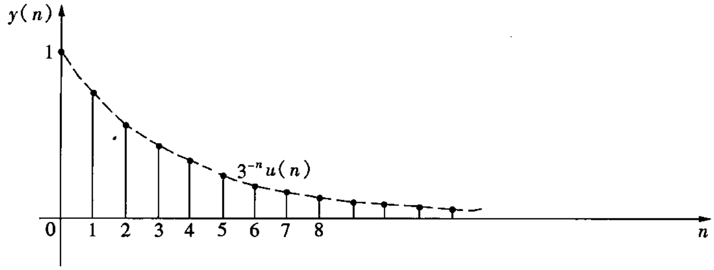
$$y(2)=x(2)+\frac{1}{3}y(1)=\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

……

$$y(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)\text{ 或 }y(n)=3^{-n}u(n)$$

(2) $x(n)=u(n)$

$y(0)=x(0)+\frac{1}{3}y(-1)=1=\frac{3^0}{3^0}$



解图 7-6（a）

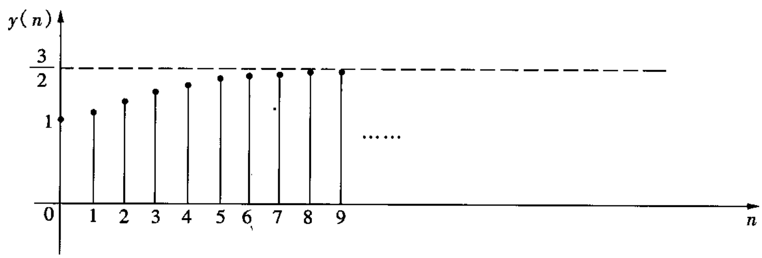
$$y(1)=x(1)+\frac{1}{3}y(0)=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}=\frac{3^0+3^1}{3^1}$$

$$y(2)=x(2)+\frac{1}{3}y(1)=1+\frac{4}{9}=\frac{13}{9}=\frac{3^0+3^1+3^2}{3^2}$$

……

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{3}y(n-1)=\frac{3^0+3^1+3^2+\cdots+3^n}{3^n}$$

$$=\frac{1}{3^n}\cdot\frac{3^{n+1}-1}{3-1}=\frac{3-3^{-n}}{2}u(n)$$



解图 7-6（b）

(3) $x(n)=u(n)-u(n-5)$

$$y(0)=x(0)+\frac{1}{3}y(-1)=1=\frac{3^0}{3^0}$$

$$y(1)=x(1)+\frac{1}{3}y(0)=\frac{4}{3}=\frac{3^0+3^1}{3^1}$$

……

$$y(4)=x(4)+\frac{1}{3}y(3)=\frac{3^0+3^1+\cdots+3^4}{3^4}=\frac{121}{81}$$

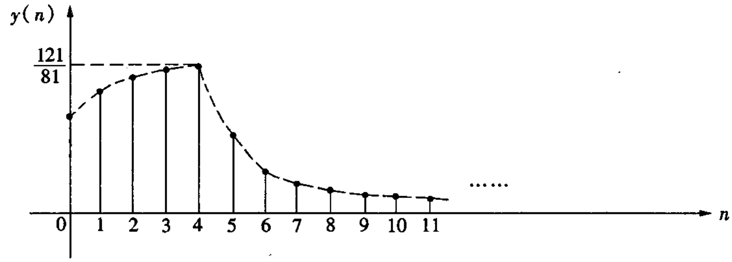
$$y(5)=x(5)+\frac{1}{3}y(4)=\frac{1}{3}\cdot\frac{121}{81}$$

$$y(6)=x(6)+\frac{1}{3}y(5)=\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{121}{81}$$

……

$$y(n)=\frac{3-3^n}{2}[u(n)-u(n-5)]+\frac{121}{81}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-4}u(n-5)$$

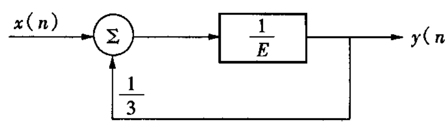
$$=\frac{3-3^n}{2}[u(n)-u(n-5)]+\frac{121}{3^n}u(n-5)$$



解图 7-6（3）

本小题也可用线性移不变性质，由 $x(n)=u(n)-u(n-5)$，由第（2）小题的结果求出。

7-6 列出题图 7-6 所示系统的差分方程，已知边界条件 $y(-1)=0$ 并限定当 $n<0$ 时，全部 $y(n)=0$，若 $x(n)=\delta(n)$，求 $y(n)$，比较本题与 7-5 题相应的结果。



题图 7-6

【知识点窍】

本题仍为考查系统模型与差分方程之间的联系。

【逻辑推理】

与 7-5 题不同，本题延时器不在反馈回路中，差分方程形式有变动，求解方法仍与 7-5 题相同。

【解题过程】

由图得系统差分方程为

$$x(n)+\frac{1}{3}y(n)=y(n+1)$$

所以

$$y(0)=x(-1)+\frac{1}{3}y(-1)=0$$

$$y(1)=x(0)+\frac{1}{3}y(0)=1$$

$$y(2)=x(1)+\frac{1}{3}y(1)=\frac{1}{3}$$

$$y(3)=x(2)+\frac{1}{3}y(2)=\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\cdots$$

$$y(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}u(n-1)$$

此结果是 7-5 题（1）向右移位一个单位后的结果。从系统框图来看，两个系统完全一致，只有取输出信号$y(n)$的地方不同，7-5 题在移位前取，本题在移位后取。

7-7 在题 7-5 中，若限定当 $n>0$ 时，全部$y(n)=0$，以$y(1)=0$为边界条件，求当$x(n)=\delta(n)$时的响应$y(n)$，这时，可以得到一个左边序列，试解释为什么会出现这种结果。

【知识点窍】

此题要求在 7-5 题的基础上进行融会贯通，将系统的初始条件改变观察输出的变化，同时要求对离散域内的左边序列、右边序列概念了解清晰。

【逻辑推理】

关键是根据不同的初始条件进行迭代，总结规律。

【解题过程】

由 7-5 知

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{3}y(n-1)$$

所以$y(n-1)=3[y(n)-x(n)]$，且当 $n>0$ 时，$y(n)=0$,$y(1)=0$ ，于是

$$y(0)=3[y(1)-x(1)]=0$$

$$y(-1)=3[y(0)-x(0)]=-3$$

$$y(-2)=3[y(-1)-x(-1)]=-3^2$$

$$y(-3)=3[y(-2)-x(-2)]=-3^3$$

……

所以有

$$y(n)=-3^{-n}u(-n-1)$$

为一左边序列。

从离散系统的记忆性来看，由于$x(n)=\delta(n)$，在 $n=0$ 时有 1 的输入，若 $n<0$ 时，$y(n)=0$，则不可能满足边界条件$y(1)=0$，从而出现一个左边序列。

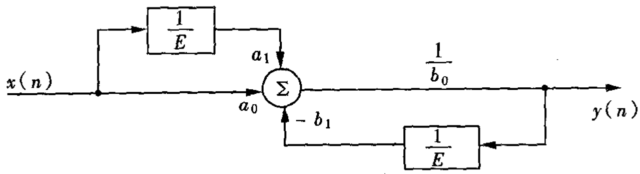
7-8 列出题图 7-8 所示系统的差分方程，指出其阶次。

【知识点窍】

一个离散时间系统由延时、相加、乘系数等基本部件组合而成。

【逻辑推理】

围绕相加器给出输入、输出序列的关系。



题图 7-8

【解题过程】

由图得方程

$$y(n)=\frac{1}{b_0}[a_0x(n)+a_1x(n-1)-b_1y(n-1)]$$

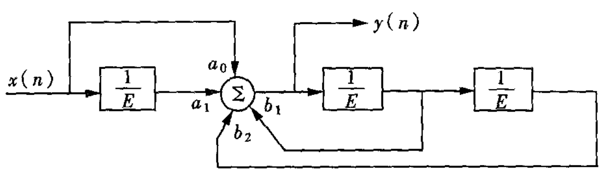
整理得差分方程为

$$y(n)+\frac{b_1}{b_0}y(n-1)=\frac{a_0}{b_0}x(n)+\frac{a_1}{b_0}x(n-1)$$

这是一阶差分方程。

或写作 $b_0y(n)+b_1y(n-1)=a_0x(n)+a_1x(n-1)$

7-9 列出题图 7-9 所示系统的差分方程，指出其阶次。



题图 7-9

【知识点窍】

本题考查的是较一阶差分方程稍复杂的差分方程的书写。

【逻辑推理】

注意输出序列经过两次延时进入相加器。

【解题过程】

围绕相加器给出

$$y(n)=b_1y(n-1)+b_2y(n-2)+a_0x(n)+a_1x(n-1)$$

整理得差分方程为

$$y(n)-b_1y(n-1)-b_2y(n-2)=a_0x(n)+a_1x(n-1)$$

这是二阶差分方程。

7-10 已知描述系统的差分方程表示式为 $y(n)=\sum_{r=0}^{7}b_rx(n-r)$，试绘出此离散系统

的方框图。如果$x(n)=\delta(n)$，$y(-1)=0$，试求$y(n)$。指出此时$y(n)$有何特点，这种特点与系统的结构有何关系。

【知识点窍】

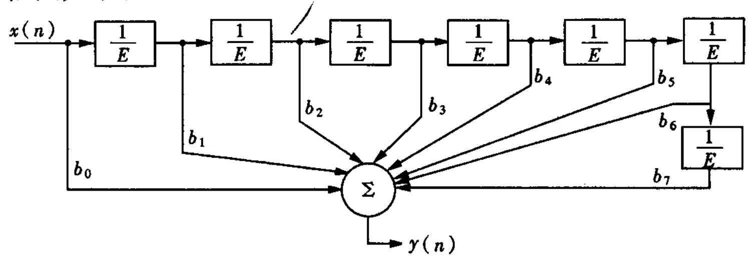
考查对差分方程与系统框图之间关系的理解。

【逻辑推理】

输入序列$x(n)$经过多次右移后相加，由此可知系统中有多个延时器。

【解题过程】

系统方框图如下：



解图 7-10

由 $x(n)=\delta(n)$ 得 $y(n)=\sum_{r=0}^{7}b_r\delta(n-r)$

所以有 $y(0)=b_0$，$y(1)=b_1$，…，$y(7)=b_7$，且$y(n)=0(n<0,n>7)$

由差分方程可知$y(n)$只和输入序列$x(n)$有关，而与过去的响应无关，这种特点是由于系统中没有反馈回路造成的。

7-11 解差分方程

(1) $y(n)-\dfrac{1}{2}y(n-1)=0, y(0)=1$；

(2) $y(n)-2y(n-1)=0, y(0)=\dfrac{1}{2}$；

(3) $y(n)+3y(n-1)=0, y(1)=1$；

(4) $y(n)+\dfrac{2}{3}y(n-1)=0, y(0)=1$。

【知识点窍】

常系数线性差分方程的时域经典法求解。

【逻辑推理】

由特征方程求齐次解与特解，然后代入边界条件求待定系数。

【解题过程】

(1) 特征方程 $\alpha-\dfrac{1}{2}=0$，所以 $\alpha=\dfrac{1}{2}$