

21世纪计算机科学与技术系列教材（本科）

数字逻辑

主编 洗进

副主编 俞鹤伟 解晓萌 张益良

华南理工大学出版社

21世纪计算机科学与技术系列教材（本科）

数 字 逻 辑

主 编 洗 进

副主编 俞鹤伟 解晓萌 张益良

华南理工大学出版社

·广州·

内 容 简 介

本书系统全面地介绍了数字逻辑技术的基础理论、基本概念和基本方法，并有丰富的实例。全书共八章，包括数制与编码、逻辑代数基础、组合逻辑电路、同步时序电路、异步时序电路、可编程逻辑器件、现代数字电路与系统编程技术、ABEL语言与系统开发平台等章节。

本书突出教材的实用性与先进性，强调学生实践应用能力。本书可作为高等学校理工科各相关专业的本科生和大专生教材。

图书在版编目（CIP）数据

数字逻辑/冼进主编. —广州：华南理工大学出版社，2008.2

（21世纪计算机科学与技术系列教材（本科））

ISBN 978-7-5623-2695-3

I . 数… II . 冼… III . 数字逻辑—高等学校—教材 IV . TP302.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 006990 号

总 发 行：华南理工大学出版社（广州五山华南理工大学 17 号楼，邮编 510640）

营销部电话：020-87113487 87110964 87111048（传真）

E-mail: scut13@scut.edu.cn http://www.scutpress.com.cn

责任编辑：张君晓

印 刷 者：湛江日报社印刷厂

开 本：787mm×960mm 1/16 印张：18 字数：363 千

版 次：2008 年 2 月第 1 版 2008 年 2 月第 1 次印刷

印 数：1~3 000 册

定 价：29.50 元

版权所有 盗版必究

编 委 会

顾 问：

李 未 (中国科学院院士，北京航空航天大学校长，教育部
计算机教学指导委员会主任)

董韫美 (中国科学院院士，中国科学院软件研究所研究员)

古 威 (教授级高级工程师，广东省计算机学会理事长)

主 任：姜云飞

副 主任：韩国强 苏运霖

委 员：(按姓氏笔画为序)

王 宇	王小民	王小铭	刘才兴	朱 珍	朱玉玺
汤 庸	余 成	余永权	吴家培	李 勇	李振坤
邹晓平	闵华清	陈 章	陈火炎	陈启买	陈潮填
范家巧	姚振坚	胡子建	贺敏伟	骆耀祖	郭荷清
谢仕义	蔡利栋	潘久辉			

策 划 指 导：潘宜玲

策 划 编辑：欧建岸 詹志青

总序

放眼五洲风云，惊心世界科技。进入 21 世纪才短短几年，但科技进步更加日新月异。以信息科技为核心的高新技术的发展，极大地改变了人们的生产、生活方式和国际经济、政治关系，以经济为基础、科技为先导的综合国力竞争更为激烈。在这样激烈的竞争中，我们清醒地看到，我国生产力和科技、教育还比较落后，实现现代化，实现中华民族的伟大复兴还有很长的路要走。而在这方面，党中央已经明确提出，开发人力资源，加强人力资源能力建设，是关系到我国发展的重大问题。培养和造就一代年轻人才，是一项紧迫而重大的战略任务。

培养和造就一代年轻人才，靠什么？靠教育，靠对年轻一代进行德智体美劳全方位的教育。培养一代掌握当前科技核心信息技术（计算机科学技术即是其重要分支）的人才，就要靠更加精心、更加有力度的教育。

而在计算机科学的教育中，除了教师、设备之外，重要的条件是教材。教师、设备、教材三者互为补充，构成计算机科学教育不可或缺的要素。在某种意义上，教材还可以认为是先导性的。惟其如此，计算机协会（ACM）在 1968 年，当美国许多大学刚刚设立计算机科学系的时候，就集中了全美国计算机科学的权威教授、专家和各主要大学的代表，制定了计算机科学教育的基本框架、课程设置以及各门课程的基本内容和大纲。美国那个时期的课程设置和教材，几乎无一例外都是根据“课程表 68”的思想形成和编写的。而后电气与电子工程师学会（IEEE）也参与了制定计算机科学教育的计划。作为迎接新世纪的重要举措，他们一起推出了反映当代计算机科学前沿知识和全面要求（所谓全面要求，指它不仅讨论了专业知识的内容，还讨论了知识产权、计算机病毒防范、伦理道德、职业规范、社会影响等问题）的 ACM 和 IEEE“课程表 2001”。在众多的学科门类中，对于青年一代的教育予以如此重视的，除计算机科学外，大概无第二个了。这既反映了计算机科学（包括作为其总体的信息科学技术）的核心地位，也反映了教材在教育中的特殊地位。

也就在 1968 年,当年的图灵奖获得者理·W·汉明(R·W·Hamming)走向图灵奖讲演台时谈到:“我们需要为我们的学生到 2000 年时做准备,那时他们许多人即将达到他们事业的顶峰。”我们也要立足现在,把教育的目标放到 30 年后,我们现在的教育也要为到 2035 年时我们的学生做准备,那时他们许多人即将达到他们事业的顶峰。根据我国发展的规划,这也就是我国进入建国 100 周年倒计时的时刻,就是我们要实现中华民族全面复兴的时候,就是我国在综合国力要名列世界前茅的时候,因此我们现在就要为这一个宏伟目标作准备。

任重而道远。我国现在还很难说已经有了能和上面所述 ACM 和 IEEE“课程表 2001”在思路上、在内容上相符的教材。我们认为,在教材建设上,借鉴和采用个别的外文教材是可以的和无碍的,但是如同整个教育必须走我们自己的路一样,在教材建设上我们也一定要走自己的路。

广东省作为经济大省强省,现在明确提出要成为教育强省。作为在广东的计算机科学工作者,我们深感自己在发展我国特别是广东省的计算机科学教育中责任重大。因此,我省计算机学会与华南理工大学出版社共同组织了全省各高等院校计算机专业骨干教师编写这套《21 世纪计算机科学与技术本科系列教材》,希望这套教材能为计算机专业提供优秀的教学用书。这套教材以培养未来人才为目标,以 ACM 和 IEEE“课程表 2001”为指导,结合我国计算机教育实际情况,以着力提倡创新精神和提倡实践动手能力为主线,注重教材内容的系统性、科学性和准确性以及文字的流畅性、可读性。

我们虔诚希望我们的努力能切切实实推动我国,特别是广东省计算机教育水平上一个台阶。

姜云飞
韩国强
苏运霖

2003 年 9 月

前　　言

数字电路与逻辑设计是高等学校理工类专业的一门主干课程，特别是在计算机专业中，它是计算机组成原理、微机接口技术和计算机系统结构的主要先导课程之一。为了适应数字电子技术在设计方法和应用工具方面的最新发展，满足相关专业课程的教学需要，多位教师根据多年教学、科研和实践的经验，并结合最近几年数字电子系统的变革而编写成本书。本书的编写紧扣教学大纲，坚持理论与实践并重的原则，同时注重教学改革和新技术普及应用，以保证本教材的先进性和实用性。

本书系统地讨论了数字逻辑电路分析和设计的基本理论和方法；各种逻辑描述工具、逻辑变换的基本原理和方法，以及逻辑电路、逻辑模块功能和实际应用等。

全书共分八章，第一章数制与编码和第二章布尔代数是学习数字电路与逻辑设计的理论基础；第三章组合逻辑电路的分析与设计、第四章同步时序电路的分析与设计和第五章异步时序电路的分析和设计是逻辑电路的具体分析与设计的重点；第六章可编程逻辑器件、第七章现代数字电路与系统编程技术、第八章ABEL语言与系统开发平台是现代逻辑电路的发展方向，是电子设计自动化、硬件电路的设计向软件化的过渡，大大缩短了数字系统的设计周期。

本书教材可供高等院校理工类的本科生、大专生使用，也可作为电子类相关工程技术人员、继续教育及网络教育提供有价值的进修或自学读物。读者对象明确，针对性强。

为适应现代数字电路集成工艺和计算机技术的飞速发展，针对学习对象，对该书从内容和体系作了较大的改动。淡化具体芯片内部电路及功能，削弱最小化分析设计的概念与方法，强调数字电路的逻辑模块及突出逻辑模块的设计思想。这有利于提高学生逻辑思维，培养学生对硬件电路设计的实践动手能力。

本书面向特定的读者，为适应其教学内容、教学方法和教学手段的需要，在保证基本理论、基本概念和基本方法完整的前提下，着重讲实际应用有关的理论，介绍一些常见公式和数据，而尽量避免应用较深的数学分析和推导，注意定性分析和工程估算；其内容的新颖、实用，能满足培养创新型、实用型人才的要求。编写时，力求深入浅出，突出重点，各章配有相当数量的习题，以便于教与学。

在编写过程中，我们得到我院计算机学院、远程教育学院和继续教育学院的大力支持，以及周霭茹和曹汇坚等同仁的全力帮助，在此，一并表示感谢！

由于编者水平有限，书中难免有欠妥之处，恳请专家、学者和读者不吝指正。

编 者

2007年7月

目 录

第1章 数制与编码.....	1
1.1 数制	1
1.1.1 自然数的表示方法	1
1.1.2 计算机常用数制	2
1.1.3 数制的转换方法	2
1.1.4 二进制运算	5
1.2 编码	7
1.2.1 二进制编码	8
1.2.2 二十进制编码	8
1.2.3 检错码.....	10
1.2.4 字符代码.....	12
本章小结	13
练习与思考	14
第2章 布尔代数	17
2.1 逻辑变量和逻辑函数.....	17
2.1.1 逻辑变量和逻辑函数的概念.....	17
2.1.2 逻辑函数的表示方法.....	17
2.2 逻辑函数的基本运算及对应门电路.....	21
2.2.1 逻辑或运算及或门.....	21
2.2.2 逻辑与运算及与门.....	22
2.2.3 逻辑非运算及非门.....	23
2.2.4 其它常用逻辑运算.....	24
2.3 布尔代数公式及三个规则.....	28
2.3.1 布尔代数公式.....	28
2.3.2 布尔代数三个规则.....	29
2.4 逻辑函数的证明.....	31
2.5 逻辑函数的化简.....	32
2.5.1 公式化简法.....	32
2.5.2 卡诺图化简法.....	34

本章小结	40
练习与思考	41
第3章 组合逻辑电路的分析与设计	46
3.1 组合逻辑电路的概念及分析.....	46
3.1.1 组合逻辑电路的基本概念.....	46
3.1.2 组合逻辑电路的分析.....	46
3.1.3 组合逻辑电路分析中应该注意的问题.....	48
3.2 组合逻辑电路设计.....	49
3.2.1 电路设计及其步骤.....	49
3.2.2 逻辑函数的变换.....	52
3.3 组合逻辑电路设计中实际问题的考虑	54
3.3.1 包含无关最小项的逻辑化简.....	54
3.3.2 具有多个输出的组合逻辑化简.....	56
3.3.3 无输入反变量函数的化简.....	57
3.4 组合逻辑电路在计算机中的应用.....	59
3.4.1 加法器.....	60
3.4.2 译码器.....	63
3.4.3 编码器.....	70
3.4.4 数据选择器.....	74
3.4.5 数据分配器.....	78
3.4.6 数值比较器.....	79
3.5 组合逻辑电路中的竞争与冒险.....	82
3.5.1 竞争与冒险现象.....	82
3.5.2 竞争与冒险现象的检查方法.....	83
3.5.3 竞争与冒险现象的消除.....	85
本章小结	86
练习与思考	87
第4章 同步时序逻辑电路的分析与设计	94
4.1 时序电路概述.....	94
4.2 双稳态触发器——记忆元件.....	95
4.2.1 基本 RS 触发器	96
4.2.2 钟控 D 触发器	98
4.2.3 主从 JK 触发器	99
4.2.4 T 触发器	101

4.3 时序电路的描述方法	102
4.3.1 时序电路的三个重要方程	102
4.3.2 触发器的激励表、状态表和状态图	102
4.3.3 时序波形图描述	104
4.3.4 一般同步时序电路的状态表与状态图	105
4.4 同步时序逻辑电路的分析	106
4.4.1 同步时序逻辑电路的分析方法	106
4.4.2 分析举例	107
4.5 时序逻辑电路的设计	113
4.5.1 时序电路设计流程	113
4.5.2 形成原始状态表或状态图	114
4.5.3 状态化简	116
4.5.4 状态编码	122
4.5.5 同步时序逻辑电路设计举例	126
4.6 常用的同步时序逻辑电路	131
4.6.1 锁存器、寄存器和移位寄存器	132
4.6.2 计数器及其应用	137
本章小结	152
练习与思考	153
第5章 异步时序逻辑电路的分析与设计	160
5.1 异步时序逻辑电路的分析	160
5.1.1 脉冲异步电路的分析	160
5.1.2 电平异步电路的分析	164
5.2 异步时序逻辑电路的设计	166
本章小结	170
练习与思考	170
第6章 可编程逻辑器件	174
6.1 半导体存储器	174
6.1.1 随机读/写存储器	175
6.1.2 只读存储器	178
6.2 可编程逻辑器件 (PLD)	182
6.2.1 PLD 的电路结构、分类及其表示方法	183
6.2.2 PLD 的设计过程及主要优点	186
6.2.3 可编程逻辑阵列 (PLA)	187

6.2.4 可编程阵列逻辑 (PAL)	190
6.2.5 通用阵列逻辑 (GAL)	192
6.3 高密度可编程逻辑器件 (HDPLD)	200
6.3.1 现场可编程门阵列 (FPGA)	201
6.3.2 可擦除的可编程逻辑器件 (EPLD)	207
6.3.3 复杂可编程逻辑器件 (CPLD)	209
本章小结.....	213
练习与思考.....	214
第7章 现代数字电路与系统编程技术.....	217
7.1 现代数字电路与系统编程设计概述	217
7.2 在系统编程 (ISP) 技术的发展	219
7.2.1 ISP 技术的特点	219
7.2.2 ISP 技术设计和制造的优越性	219
7.3 ISP 逻辑器件系列	221
7.3.1 ispLSI 系列	221
7.3.2 全局布线区 (GRP) 和输出布线区 (ORP)	221
7.3.3 输入/输出单元 (IOC)	222
7.3.4 通用逻辑块 (GLB)	224
7.3.5 时钟分配网络	228
7.3.6 ispGAL 系列	228
7.3.7 ispGDS 系列	229
7.4 在系统编程原理和方法	230
本章小结.....	232
练习与思考.....	232
第8章 ABEL 语言与系统开发平台基础	235
8.1 ABEL 语言基础	235
8.1.1 ABEL 语言简介	235
8.1.2 ABEL 语言的基本语法	236
8.1.3 ABEL 语言程序的基本结构	241
8.1.4 ABEL 语言的基本逻辑电路设计	250
8.2 ispEXPERT 系统软件开发平台基础	255
8.2.1 ispEXPERT 系统软件使用	255
本章小结.....	256
练习与思考.....	257

练习与思考参考答案.....	259
附录一 常用数字集成电路引脚图.....	262
附录二 国产半导体集成电路型号命名法.....	266
附录三 数字集成电路的使用规则.....	267
附录四 常用数字集成电路查阅表.....	268
参考文献.....	273

第1章 数制与编码

本章介绍数字系统中主要进制数的表示形式以及它们之间的相互转换关系，讲述人们习惯常用的十进制在数字计算机系统中的存储方式、输入和输出的转换方法。

1.1 数制

数制是人们对数量计数的一种统计规律，表示数值的大小。在日常生活中最常用到的是十进制的进位计数制；在数字逻辑系统、微型计算机和数字电子设备中，广泛采用的是二进制；而八进制和十六进制则在编写程序中常用。各种数制的记法比较简单，把数字用括号括起来，并在括号的右下角标注所属进制。例如十进制数 60 可以写成 $(60)_{10}$ ，二进制 11010 可以写成 $(11010)_2$ 的形式。

1.1.1 自然数的表示方法

自然数的表示方法一般有并列记数法和多项式记数法两种方法。

一个 R 进制的数 N ，可以写成以下两种方式。

①并列记数法，也称位置记数法：

$$(N)_R = (K_{n-1} K_{n-2} \cdots K_1 K_0 K_{-1} K_{-2} \cdots K_{-m})_R$$

这里 n 代表整数位数， m 代表小数位数， K_i 代表 R 进制中的数字， R 表示基数。

②多项式记数法：

$$(N)_R = (K_{n-1} R^{n-1} + K_{n-2} R^{n-2} + \cdots + K_1 R^1 + K_0 R^0 + K_{-1} R^{-1} + \cdots + K_{-m} R^{-m})_R$$

【例 1】用并列记数法和多项式记数法来表示一个十进制数 264.78 和二进制数 101111。

解：并列记数法表示：

$$(264.78)_{10}, (101111)_2$$

多项式记数法表示：

$$(264.78)_{10} = 2 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$$

$$(101111)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

1.1.2 计算机常用数制

1. 十进制计数制

十进制数是我们最熟悉和日常生活上用得最多的进制数,采用了10个有序数字符号0,1,2,3,4,5,6,7,8,9和一个小数点符号“·”,由于基数为10,于是每个数位计满10就向高位进位,即“逢十进一”。任意一个十进制数(N)₁₀可以表示为下式:

$$(N)_{10} = K_{n-1}10^{n-1} + K_{n-2}10^{n-2} + \cdots + K_110^1 + K_010^0 + K_{-1}10^{-1} + \cdots + K_{-m}10^{-m}$$

其中, K_i 可以是0~9十个数码中的任意一个, m 和 n 都是正整数, K_i, m, n 均由(N)₁₀决定。

2. 二进制计数制

基数 R 为2的数制为二进制。二进制记数法在计算机中被广泛使用,它只有两种不同的状态,采用数字符号0和1两个字符,计数时“逢二进一”。因为这种进位制表示的数,每位仅可能有两种数字符号,所以表示方便、运算简单和易于实现。但是,当要表示一个很大的数时,用二进制需要的位数太多,读、写和记不但不习惯也很不方便。

【例2】二进制数101010.1可以展开为

$$(101010.1)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1}$$

二进制数的运算规律:

加法规则: $0+0=0$ $0+1=1+0=1$ $1+1=10$

乘法规则: $0 \times 0=0$ $0 \times 1=1 \times 0=0$ $1 \times 1=1$

3. 八进制计数制和十六进制计数制

八进制和十六进制,通常用于计算机文件中,它们仅是二进制数的速记符号,用于人们书写程序和记忆。八进制数有8个数位符号,即0~7,进位规律是“逢八进一”,基数 R 为8;十六进制有16个表示符号,即0~9,以及用 A, B, C, D, E 和 F 分别表示10~15,进位规律为“逢十六进一”,基数为16。

1.1.3 数制的转换方法

在日常生活中,人们习惯使用十进制记数法。在编写程序时广泛应用八进制和十六进制数,而计算机系统却是使用二进制记数法。为了方便人与计算机或数字系统之间能够进行沟通,必须进行各种数制间的转换。将一个数从一种进位计数制表示法转换成另外一种进位计数制表示法,称为数制转换。在进行不同数制间的相互转换时,经常采用数码直接代换法、多项式替代法和基数乘除法。

1. 二进制与八进制、十六进制数的转换

由于数 $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, 所以 1 位八进制数所能表示的数值恰好相当于 3 位二进制数, 而 1 位十六进制数与 4 位二进制数能表示的数值恰好相当, 因此, 它们之间的相互转换是非常方便的, 通常使用数码直接代换法。

将八进制转换成二进制, 把每位八进制数用 3 位二进制数表示即可; 在二进制转换成八进制时, 整数部分从小数点向左边分, 每 3 位一组, 最高一组不够 3 位时, 在前面用 0 补足, 小数部分则从小数点向右边分, 每 3 位一组, 最后不足 3 位的, 在最右边补 0, 然后将 3 位的二进制数用相应的八进制表示。

将十六进制转换成二进制, 1 位十六进制数的 16 个数码正好与 4 位二进制数的 16 个状态一一对应, 并且将这 4 位二进制数看成一个整体, 其进位输出也正好是逢 16 进 1。因此, 在进行十六进制数与二进制数之间的转换时, 只要以小数点为起点, 向高位和向低位分别使 1 位十六进制数对应 4 位二进制数进行替代即可。在替代时需要注意的是: 将二进制数转换成十六进制数时, 若其小数部分最低位一组不足 4 位, 要在有效位右边加 0 补足 4 位, 但对于整数部分, 最高位一组不足 4 位时, 可在有效位的左边补 0, 也可不补。

【例 3】 把 $(67.731)_8$ 转换成二进制数。

$$\begin{array}{ccccccc} \text{解:} & & 6 & 7 & . & 7 & 3 & 1 \\ & & 110 & 111 & . & 111 & 011 & 001 \end{array}$$

所以 $(67.731)_8 = (110111.111011001)_2$ 。

【例 4】 把 $(AB\ 3.5)_{16}$ 转换成二进制数。

$$\begin{array}{ccccccc} \text{解:} & & A & B & 3 & . & 5 \\ & & 1010 & 1011 & 0011 & . & 0101 \end{array}$$

所以 $(AB\ 3.5)_{16} = (101010110011.0101)_2$ 。

【例 5】 把 $(101110001.11101)_2$ 转换成八进制数。

$$\begin{array}{ccccccc} \text{解:} & & 101 & 110 & 001 & . & 111 & 010 \\ & & 5 & 6 & 1 & . & 7 & 2 \end{array}$$

所以 $(101110001.11101)_2 = (561.72)_8$ 。

【例 6】 把 $(1111101.01001111)_2$ 转换成十六进制数。

$$\begin{array}{ccccccc} \text{解:} & & 0111 & 1101 & . & 0100 & 1111 \\ & & 7 & D & . & 4 & F \end{array}$$

所以 $(1111101.01001111)_2 = (7D.4F)_{16}$ 。

【例 7】 把 $(1010.01)_2$ 转换成十六进制数。

$$\begin{array}{ccccccc} \text{解:} & & 1010 & . & 0100 \\ & & A & . & 4 \end{array}$$

所以 $(1010.01)_2 = (A.4)_{10}$ 。

2. 二进制与十进制数的相互转换

把二进制转换成十进制数可用多项式替代法(也称加权法),即把二进制数按权展开,利用十进制运算法求出其值即可。

【例 8】 把 $(101101.11)_2$ 转换成十进制数。

$$\begin{aligned} \text{解: } (101101.11)_2 &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + \\ &\quad 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0.25 \\ &= (45.75)_{10} \end{aligned}$$

十进制转换成二进制,是由熟悉的数制转换成不太熟悉的数制,使用基数乘除法。基数除取余数法适用于整数部分转换,而基数乘取整数法适用于小数部分转换。

(1) 基数除取余数法: $(N)_a \rightarrow (N)_\beta$

方法步骤为: ①用基数 β 除数 $(N)_a$, 得到部分商和余数;

②用基数 β 除部分商,又得到部分商和余数;

③重复②,直到部分商为 0 为止;

④取余数作为转换结果,但要注意数的高位、低位。

【例 9】 将十进制数 746 转换成二进制数。

解: $746/2 = 373$, 余数为 0; $373/2 = 186$, 余数为 1; 因此,该二进制数的最末两位数应为 10。

$186/2 = 93$, 余数为 0; $93/2 = 46$, 余数为 1; $46/2 = 23$, 余数为 0;

$23/2 = 11$, 余数为 1; $11/2 = 5$, 余数为 1; $5/2 = 2$, 余数为 1;

$2/2 = 1$, 余数为 0; $1/2 = 0$, 余数为 1。

结果为 1011101010。

【例 10】 把十进制数 105 转换成二进制数。

解: $105/2 = 52$, 余 1 产生 1

$52/2 = 26$, 余 0 01

$26/2 = 13$, 余 0 001

而 $13 = (1101)_2$ 1101001

结果为 1101001。

(2) 基数乘取整数法: $(N)_a \rightarrow (N)_\beta$

方法步骤为: ①用基数 β 乘 $(N)_a$, 得到部分积和整数;

②用基数 β 乘部分乘积中的小数,又得到部分积和整数;