人教版®

新课标活学活用系列

# 阳光课堂

## 数学 1 必修（B版）

YANGGUANGKETANG


◎ 人民教育出版社教学资源分社
/ 策划组编

人民教育出版社
PEOPLE'S EDUCATION PRESS

新课标活学活用系列

# 阳光课堂

数学 1 必修（B版）

YANGGUANGKETANG

ISBN 978-7-107-20847-8

9 787107 208478 >

定价：16.90元

新·课·标·活·学·活·用·系·列

# 阳光课堂

## 数学 1 必修(B版)

人民教育出版社教学资源分社/策划组编

人民教育出版社

新课标活学活用系列
阳光课堂
数学①必修（B版）
人民教育出版社教学资源分社　策划组编
*
人民教育出版社出版发行
网址：http://www.pep.com.cn
益利印刷有限公司印装　全国新华书店经销
*
开本：890毫米×1 240毫米　1/16　印张：9.75　字数：295 000
2007年12月第1版　2008年1月第1次印刷
ISBN 978-7-107-20847-8
G·13957（课）　定价：16.90元

# 《新课标活学活用系列·阳光课堂》

## 编 委 会

**丛书策划** 马晓峰 陈 晨 郑长利

**丛书主编** 马晓峰 袁 昕

**丛书编委** （以姓氏笔画为序）

马晓峰 王 晶 王本华 李伟科 陈 晨 郑长利 赵占良
贺 军 袁 昕 高俊昌 龚亚夫 龚贵春 章建跃 彭前程

**本册主编** 程子荣

**本册编者** 史梅霞 刘金娜 刘晓辉

**责任编辑** 王存志

**审 稿** 陈 晨 郑长利

**特约审稿** 王丽君

# 编写说明

为了配合不断扩大和深入的新课程改革，满足新课标高中教科书实验区的教学需要，完善人民教育出版社新课标高中教材的立体化开发建设，在充分调研和不断总结经验教训的基础上，人民教育出版社教学资源编辑室与北京紫峰文化发展公司合作，共同策划组编了这套与人教版普通高中课程标准实验教科书配套使用的《新课标活学活用系列·阳光课堂》丛书。

《阳光课堂》以课程标准为依据，以新课程改革理念为指导，以全面提高全体学生的文化科学素养为宗旨，以培养学生的创新精神和实践能力为重点，为学生活学活用新课标教材提供了一个科学实用的平台。丛书涵盖了人教版高一至高三年级所有主要学科的必修教材。

丛书的编写力求凸显如下特点：

**一、拓展性**

依据教材各单元各章节的课程目标，精选贴近时代、贴近生活、贴近学生的学习与训练材料。这些材料既能巩固和加强学生在课堂上学到的知识与技能，又能作为教材的补充与延伸，增强课堂与社会生活和学生经验的联系，拓展学生视野，引导学生学会学习、学会创新。

**二、主体性**

在通过同步训练的方式巩固基础知识和基本技能的同时，又特别关注学生的学习过程和方法、情感态度和价值观。各个板块都根据不同学段学生的年龄特点，创设丰富多彩的学习情境和发展台阶，以问题的形式把活学活用的内容呈现出来，让学生作为学习的主人，主动去“问”，积极去“想”，认真去“练”，大胆去“试”，灵活去“用”，愉快去“测”，进一步转变学习方式，把各学科知识学活、用活，从而提高学生自主学习、合作交流的意识以及分析问题和解决问题的能力。

**三、新颖性**

编写体例力求做到在符合教材及教学需要的前提下推陈出新。各学科分册大致都设置有“课标导航”“学法建议”“情境导学”“自主天地”“探究干线”“合作空间”“概括整合”“分层训练”等板块，这些板块，分别从知识、能力、思想意识等不同角度，体现着新课程标准的主体性、探究性、人文性、综合性和过程性特点，也充分体现着本套丛书“活”的特点。

另外，每个单元(章)均编有单元评估测试题，每册配编综合测试题，为了使用方便，这些综合性训练题都采用活页形式附于书后。

丛书的作者，都是新课标实验区具有丰富教学经验的一线骨干教师和教研人员，在编写过程中，大家始终坚持这样一种理念：体现新课程的特色，将德育、智育、美育、科学精神及人文精神与教材有机地融合，为广大师生提供一套既体现新的教育理念、与教科书紧密配合，又能切

实提高学生能力的精品教辅。希望我们的努力能够得到您的认同。

由于编写时间紧迫和水平所限，丛书一定还存在许多不足之处，诚挚地希望广大读者提出批评和建议，以便再版修订时参考。

在本套丛书的编写过程中，引用了部分相关材料，有的已与原作者取得联系，但有些无法与原作者联系，希望原作者看到此书后，与我们联系，以便支付相应的稿酬，同时我们在此对相关作者表示诚挚的感谢。

我们的联系方式：

地址：北京市朝阳区曙光西里1号东域大厦A座2202室

电话：010－58222688转8003、8004、8005、8006

邮编：100028

编　者

# 目　录

# 第一章 集合

## 课标导航

**一、知识与技能目标**

1. 通过实例，了解集合的含义，体会元素与集合的“属于”关系.

2. 能选择自然语言、图形语言、集合语言（列举法或描述法）描述不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用.

3. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.

4. 在具体情境中，了解全集与空集的含义.

5. 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集.

6. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.

7. 能使用 Venn 图表达集合的关系及运算，体会直观图示对理解抽象概念的作用.

**二、过程与方法**

1. 通过实例，体会元素与集合的“属于”关系，从观察分析集合中的元素入手，正确地表示集合.

2. 经历并体验使用最基本的集合语言表示有关的数学对象的过程与方法，发展运用数学语言进行交流的能力.

**三、情感、态度与价值观**

1. 通过大量实例，感受集合语言在描述客观现实和数学问题中的意义.

2. 探索利用直观图示理解抽象概念，体会“数形结合”的思想.

## 学法建议

集合部分概念较多，知识抽象，如子集、交集、并集、补集等的概念均是用“元素”来定义的，因此抓住“元素”是理解与使用这些概念的关键. 在学习过程中要注意多从实例入手，领会概念的形成背景，加深对概念的理解，同时要注意采用对比学习的方法，深化理解概念的异同. 要注重数形结合思想与分类讨论思想的运用，帮助我们正确理解、分析问题与解决问题.

# 1.1 集合与集合的表示方法

## 第一课时 集合的概念

### 情境生疑

**【情境1】** 一位渔民非常喜欢数学，但怎么也想不明白集合的意义. 于是，他请教数学家：“尊敬的先生，请你告诉我，集合是什么？”集合是不定义的概念，数学家很难回答那位渔民. 有一天，他来到渔民的船上，看到渔民撒下鱼网，轻轻一拉，许多鱼虾在网中跳动，数学家非常激动，高兴地告诉渔民：“这就是集合！”你能理解数学家的话吗？

[导引] 数学家的意思是将一些确定的对象集在一起就构成一个集合. 你能理解数学家的意思吗？这就是本节要探讨的一个重要的数学概念.

**【情境2】** 数学教师如果要求你把班级中聪明的同学找出来，你能做到吗？

[导引] 这个问题是否为难你了？由于聪明的人没有明确的界定，你是不是很难确定哪一位同学是你要找的对象？类似地你能写出一些很大的数吗？试想一下，这是为什么？

**【情境3】** 高一(1)班班主任第一次拿到新生报到册发现有两个相同的名字，班主任该怎么办？

[导引] 作为由某些对象形成的一个确定的整体，

整体中的个体必须是能够相互区别的，也就是说不可能存在相同的两个个体．班主任必须查明原因，如果是两个同学重名，那么班主任就需要在这两个名字后加以标注．在数学学习中，我们是否也遇到过类似的问题？这类问题又该怎样处理呢？

【情境4】 高一(1)班的同学构成的这个整体与学生的报到先后次序有关吗？如果他们的座次改变，整体改变吗？

[导引]当某些对象形成一个确定的整体，那么，这个整体与组成它的个体的排列次序无关．这类问题我们能否进一步概括、抽象为更具普遍意义的数学问题？

【情境5】 方程“$x^2+1=0$”的实数解是否也构成一个集合？

[导引]这个方程的实数解能否构成一个集合？如果能构成一个集合，那么这个集合中就没有任何对象．如果不能构成一个集合，但我们能够判定任何一个对象与它的关系．可与同学为此展开讨论，看看谁的观点最合理．这也正是本节内容要解决的一个重点问题——空集．

## 自主天地

### 知识点1 集合的概念

**过程体验**

结合情境1中提出的问题，我们可以概括出如下概念：

一般地，把一些能够确定的不同的对象看成一个整体，就说这个整体是由这些对象的全体构成的________(或________)．构成集合的每个对象叫做这个集合的________(或________)．集合通常用英语________________来表示，它们的元素通常用英语________________来表示．

在理解这个概念时，注意集合和几何中的点、线、面一样都是不加定义的概念，但可以进行描述性说明，除上面描述外，还可以描述为“一些确定对象的全体”构成一个集合，“具有某种公共属性的对象的全体”构成一个集合等．

【思考】根据情境1，你是如何认识集合概念的？试举例说明．

【点拨】集合是一个原始概念．也是人们认识数学的开端，观察或回想婴幼儿对“量”的最初认识，你是否发现，婴幼儿是先从哪些东西是他(她)的、哪些东西不是他(她)的开始认识周围环境中的“量”的？这也就是个体形成的最初的数学概念——集合．在此基础上开始认识大小、多少等度量关系，从而形成数的概念．

**迁移应用**

下列各项中可以构成集合的是(　　)．

A. 与0相差很小的数

B. 某校高三(5)班全体学生

C. 老人

D. 学习好的学生

### 知识点2 元素与集合间的关系

**过程体验**

如果$a$是集合$A$的元素，就说$a$________$A$，记作$a$______$A$，读作“$a$________$A$”．如果$a$不是集合$A$的元素，就说$a$________$A$，记作$a$______$A$，读作“$a$________$A$”．

【思考】集合是由元素组成的，如何理解元素与集合间的关系呢？

【点拨】当你从能够表达自我认识的幼儿身边随便拿起一个玩具，问是不是他(她)的时，他(她)一般会明确地表示出是或者不是．这种表达也反映出幼儿对元素与集合间的关系的基本认识：对于集合$A$和某一个元素$x$，有一个明确的判断标准，即$x\in A$，或者$x\notin A$，二者必具其一，且仅具其一．你想是不是如此？

**迁移应用**

若$M$是由1和3两个数构成的集合，则下列表示正确的是(　　)．

A. $3\notin M$　　B. $1\notin M$

C. $1\in M$　　D. $1\in M$且$3\notin M$

**延伸拓展**

判断一组对象是否构成集合的关键是看什么？

【点拨】是否是集合中的元素有一个共同的判断标准．如果能找到一个明确的标准，判定整体中的对象是确定的，则这些对象能构成集合；若对象不确定，则不能构成集合．例如：“我们学校高一(3)班的同学”构成一个集合、“中国的四大佛教名山”也可以构成一个集合，因为他们都有一个确定的标准，可以判定某一同学或某一座山是不是该集合的元素．而“善良的人”“美丽的花”等不能构成集合，为什么？因为我们无法找到一个标准来确定什么样的人是“善良的人”、什么样的花才算“美丽的花”．

### 知识点3 集合中元素的性质

**过程体验**

集合的概念虽是不加定义的，但是这类概念需要在实践中自然形成，并加归纳才能建立起来．

【思考】从情境2、情境3与情境4中，你能感悟出，如果某些对象能够构成一个集合，那么，集合中的元素应具备怎样的性质？

【点拨】可以感悟到集合中的元素具有以下性质：

(1) 确定性.

作为一个集合的元素，必须是确定的.这就是说不确定的对象就不能构成集合.也就是说，给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了.

集合与元素的关系有两方面的含义：一方面，凡具有(符合)公共属性(条件)的对象都是它的元素；另一方面，凡它的元素都具有(符合)公共属性(条件).

(2) 互异性.

对于一个给定的集合，它的任何两个元素都是不同的，即集合中的相同元素只能算一个.也可以说集合中的任何一个元素都有区别于其他元素的个性.

(3) 无序性.

集合与其中元素的排列次序无关.

### 迁移应用

判断下列命题是否正确，并说明理由.

(1)$1,1.5,\frac{1}{2},\frac{6}{4},\left|-\frac{1}{2}\right|$这些数组成的集合有5个元素；(　　).

(2) 高一(3)班的同学排桌前和排桌后构成同一个集合.(　　).

### 延伸拓展

下列给出的对象，能否构成集合？

(1) 你的电脑中贮存的信息；

(2) 无限接近0的数；

(3) 某个密封容器里的水分子.

【点拨】只有(2)不能构成集合，因为(2)的元素不具备确定性，通过这个问题我们可以体会到集合中的元素除具备确定性、无序性和互异性外，还具备任意性，即集合中的元素可以是有形的，也可以是无形的，可以是任何的事物.

## 知识点4 空集

### 过程体验

结合情境5中提出的问题的分析，我们可以得到如下定义：

一般地，我们把不含任何元素的集合叫做__________，记作______.

【思考】“空集”是一个实实在在的集合吗？是不是想象出来的？试举例说明.

【点拨】“空集”是一个实实在在的集合，不是想象出来的.如情境5中“方程$x^2+1=0$的实数解”构成的集合，只不过此集合中无任何元素，故此集合为空集.再如“中国2006CBA联赛中的外星球队员”也是一个空集.任何一个元素$a$与$\varnothing$的关系是确定的，且只有$a\notin\varnothing$一种关系，这也是为什么说空集是一个集合的根本所在.

### 迁移应用

给出下列四个命题：

① $0\in\varnothing$；

② 空集与任何元素的关系是不确定的；

③$\varnothing$就是由0构成的集合.

其中正确的命题有(　　).

A.0个　　B.1个　　C.2个　　D.3个

### 拓展交流

“0与$\varnothing$”间有何区别与联系？

【点拨】$\varnothing$是不含有任何元素的集合；0是一个具体实在的个体(元素).$0\notin\varnothing$.

## 知识点5 集合的分类

### 过程体验

集合可根据它含有的元素的个数分为两类：

含有有限个元素的集合叫做__________；含有无限个元素的集合叫做__________.

### 迁移应用

指出下列集合哪个是有限集，哪个是无限集？

(1)“所有直角三角形”构成的集合$A$；

(2)“所有的中国公民”构成的集合$B$.

## 知识点6 常见的数集

### 过程体验

实数集、有理数集、整数集、非负整数集、正整数集分别用______、______、______、______、______或______来表示.

### 迁移应用

若$a\in\mathbf{N},b\in\mathbf{N}$，下面结论不一定正确的是(　　).

A. $a+b\in\mathbf{N}$　　B. $a-b\in\mathbf{N}$

C. $ab\in\mathbf{N}$　　D. $3a+b\in\mathbf{N}$

## 探究干线

【例1】已知集合 $M$ 由“$1,2,x^2$”三个元素组成，则 $x$ 满足（　　）.

A. $x \neq 1$ 且 $x \neq \sqrt{2}$

B. $x \neq \pm 1$

C. $x \neq \pm\sqrt{2}$

D. $x \neq \pm 1$ 且 $x \neq \pm\sqrt{2}$

【答案】D.

【分析】在集合 $M$ 中有三个元素，根据集合的元素的互异性，三个元素各不相同.

【解】由集合中元素的互异性得：$x^2 \neq 1$ 且 $x^2 \neq 2$，即 $x \neq \pm 1$ 且 $x \neq \pm\sqrt{2}$.

【点评】(1) 集合中的任意一个元素都有自己区别于其他元素的特性，在集合的表示时必须注意到这一点，也就是在表示同一个集合时，不能出现两个相同的元素.

(2) 相同的对象归入同一集合时只能算集合的一个元素.

【例2】由“$2,a,b$”三个元素构成的集合与由“$2a,2,b^2$”构成的集合是同一个集合，求 $a,b$ 的值.

【分析】根据两个集合是同一个集合，可利用集合中元素的特性求解.

【解法1】根据集合中元素的互异性，有 $\begin{cases}a=2a,\\b=b^2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=b^2,\\b=2a.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=0,\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0,\\b=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=\frac{1}{2}.\end{cases}$ 再根据集合中元素的互异性，得 $\begin{cases}a=0,\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

【解法2】因为两个集合相同，则其中的对应元素相同，$\therefore \begin{cases}a+b=2a+b^2,\\a\times b=2a\times b^2.\end{cases}$

即 $\begin{cases}a+b(b-1)=0, & (1)\\ab(2b-1)=0. & (2)\end{cases}$

$\because$ 集合中元素互异，$\therefore a,b$ 不同时为 0.

当 $b\neq 0$ 时，由(2)得 $a=0$，或 $b=\frac{1}{2}$；

当 $a=0$ 时，由(1)得 $b=1$，或 $b=0$（舍）；

当 $b=\frac{1}{2}$ 时，由(1)得 $a=\frac{1}{4}$.

当 $b=0$ 时，$a=0$（舍）.

$\therefore a,b$ 的值为 $\begin{cases}a=0,\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

【点评】在解答时，如果不注意集合中元素的互异性，可得方程组有三组不同的解，从而得到 $a,b$ 的三组值. 故对于此类问题，我们常常需要代入检验.

【例3】用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

(1) $\sin 90^\circ$ ________ $\mathbf{N}$；

(2) $\cos 30^\circ$ ________ $\mathbf{Q}$.

【答案】(1) $\in$；(2) $\notin$.

【分析】符号“$\in$”与“$\notin$”代表集合与元素的两种关系，在使用时首先搞清给出的集合中的元素所具有的公共属性，再去判断所给出的元素是否具备集合中元素所具有的公共属性，从而选择所使用的符号.

【解】(1) $\sin 90^\circ = 1$，而 $\mathbf{N}$ 表示自然数，即 $1 \in \mathbf{N}$，$\therefore \sin 90^\circ \in \mathbf{N}$.

(2) $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 是无理数，而 $\mathbf{Q}$ 表示有理数.

$\therefore \cos 30^\circ \notin \mathbf{Q}$.

【点评】在解决这类问题时，一定注意集合中元素的公共属性，掌握 $\mathbf{R},\mathbf{Q},\mathbf{N},\mathbf{N}^*$ 等符号所表示的集合的意义；理解在同一个集合中的元素具备某些公共属性，这是判断元素与集合的关系的依据.

## 合作空间

**问题1**　同学们以所在学校中的事物为例，举例说明哪些对象能组成集合，哪些对象不能组成集合，看谁列举得又准确又多.

**问题2**　已知数集 $A$ 满足条件：若 $a \in A$，则 $\frac{1}{1-a} \in A\ (a \neq 1)$.

(1) 若 $2 \in A$，试求出 $A$ 中其他所有元素；

(2) 自己设计一个数属于 $A$，再求出 $A$ 中其他所有元素；

(3) 从(1)(2)中大家能发现什么规律？并论证你们的发现.

对于这个问题，同学们先自主探索，然后交流“分析问题、发现问题、解决问题”的过程与乐趣.

## 分层训练

### 基础训练

1. 设 $a$, $b$, $c$ 为非 0 实数，则 $y=\frac{a}{|a|}+\frac{|b|}{b}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$ 的所有值组成的集合中元素的个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 已知集合 $M$ 中的三个元素是 $\triangle ABC$ 的三边长 $a,b,c$，那么 $\triangle ABC$ 一定不是(　　).

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

3. 下面有四个命题：

(1) 集合 $\mathbf{N}$ 中最小的数是 1；

(2) 若 $-a\notin\mathbf{N}$，则 $a\in\mathbf{N}$；

(3) 若 $a\in\mathbf{N}$，$b\in\mathbf{N}$，则 $a+b$ 的最小值是 2；

(4) $x^2+1=2x$ 的解集中有两个元素.

其中，正确的命题个数为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

4. 以方程 $(x^2-5x+6)(x^2-x-2)=0$ 的解为元素的集合是 $M$，则 $M$ 中元素的个数为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 已知方程 $x^2+ax+b=0$ 的解集中仅有一个元素 1，则 $a=$______，$b=$______.

6. 含有三个实数"$a,\frac{b}{a},1$"的集合与"$a^2,a,0$"构成的集合相同，则 $a^{2\,006}+b^{2\,007}=$________.

7. 由实数 $a,-a,|a|,\sqrt{a^2},\sqrt[3]{a^3}$ 所组成的集合，最多有多少个元素？

### 知能训练

1. 不能形成集合的是(　　).

A. 正三角形的全体

B.《数学必修 1》中所有习题

C.《数学必修 1》中所有难题

D. 所有无理数

2. (2006 年山东部分中学模拟卷) 集合 $P=\{1,4,9,16,\cdots\}$，若 $a\in P$，$b\in P$，则 $a\oplus b\in P$，则运算 $\oplus$ 可能是(　　).

A. 加法　　B. 减法

C. 除法　　D. 乘法

3. 集合 $M$ 是由"一条边为 1，一个角为 40° 的等腰三角形"构成的集合，则 $M$ 中的元素的个数为(　　).

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 无数

4. 集合 $A$ 是由"$a,0,-8$"构成，集合 $B$ 是由"$c,\frac{1}{b},8$"构成，且集合 $A,B$ 的元素都相同，则 $3a^{98}b^{99}-4c^{2\,006}$ 的值为________.

5. 集合 $A$ 是由"2,4,6"构成，若 $a\in A$，则 $6-a\in A$，那么 $a$ 的值是__________.

6. 集合 $A$ 是由"$a-2,2a^2+5a,12$"构成，已知 $-3\in A$，求实数 $a$ 的值.

7. 已知集合 $A$ 是方程 $x^2+px+q=x$ 的解集，$B$ 是方程 $x^2+px-q=0$ 的解集，若 $A$ 中只有一个元素 2，求集合 $B$.

### 实践创新

1. "$1,x,x^2-x$"构成一个集合，那么，实数 $x$ 应满足什么条件？

2. 关于 $x$ 的方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$，当 $a,b,c$ 分别满足什么条件时，解集为空集？单元素集合？两元素集合？

# 第二课时　集合的表示方法

## 情境生疑

**【情境】** 你能一一写出由大于 2 小于 7 的自然数

构成的集合中的元素吗?

你能一一写出由大于2小于3的实数构成的集合中的元素吗?

[导引] 由大于2小于7的自然数构成的集合中有3,4,5,6四个元素.我们可以一一列举出来,为了表示它们构成的是一个集合,通常用{3,4,5,6}表示.这就是本节要学习的列举法.

而由于大于2小于3的实数有无穷多个,不可能一一列举.因此,这就需要我们寻求集合的表示方法.

## 自主天地

### 知识点1 列举法

**过程体验**

把集合的元素一一列举出来,并用花括号"{ }"括起来表示集合的方法叫做________.如"方程$x^2-1=0$的所有的解"组成的集合可以表示为{-1,1}.

**【思考】**你认为使用列举法应注意哪些问题?

**【点拨】**使用列举法时应注意以下几点:

① 列举法适合于表示元素个数比较少的有限集;

② 元素间用","分隔;

③ 元素不重复、不遗漏;

④ 不考虑元素顺序;

⑤ 含较多元素的集合,如果构成该集合的元素有明显规律,可用列举法,但是必须把元素间的规律显示清楚后方能用省略号.

**迁移应用**

用列举法表示下列集合:

①15的正约数;

② 不大于10的非负偶数;

③ 两边分别在坐标轴的负半轴上,且边长为1的正方形的顶点;

④ 平方后仍为原数的数.

**拓展交流**

通过对上面的问题解答,你在列举法使用过程中有何体会?

**【点拨】**(1) 首先明确集合中的元素是什么,有哪些.例如,集合{0,1}与集合{(0,1)}不同.

(2)使用列举法表示集合,一定要把握住元素的互异性、无序性,即集合中的元素,一定要写全,但不能重复,同一元素只写一次.另外,元素没有先后顺序.

(3) 关于15的正约数很容易求得,在解题中把15分解开来观察即得.有些同学可能不需要分解15,只凭想象即可得到答案,但求一个整数的约数,最根本的办法还是要分解.试一试写出240的正约数的集合.

(4) 关于第③小题的表示法,一定要注意集合中的元素是点,要用有序数对来表示,另外,$O(0,0)$点的确定是关键,要注意仔细体会.

### 知识点2 特征性质描述法

**过程体验**

1.如果在集合$I$中,属于集合$A$的________元素$x$都具有性质$p(x)$,而________集合$A$的元素都不具有性质$p(x)$,则性质$p(x)$叫做集合$A$的一个________.

2.集合$A$可以用它的特征性质$p(x)$描述为________,它表示集合$A$是由集合$I$中具有性质$p(x)$的________构成的.

如"正数"组成的集合,可以写成________.再如"平面直角坐标系第二象限内的点"组成的集合,可写成________.

**【思考】**你认为使用描述法应注意哪些问题?

**【点拨】**在使用描述法时,应注意以下六点:

① 写清楚该集合中元素的代号(字母或用字母表示的元素符号);

② 说明该集合中元素的性质;

③ 不能出现未被说明的字母;

④ 多层描述时,应当准确使用"且""或";

⑤ 所有描述的内容都要写在集合括号内;

⑥ 用于描述的语句力求简明、确切.

**迁移应用**

试说明下列集合的含义:

$A=\{x\mid y=x^2+2x-1,x\in\mathbf{R}\}$;

$B=\{y\mid y=x^2+2x-1,x\in\mathbf{R}\}$;

$C=\{(x,y)\mid y=x^2+2x-1,x\in\mathbf{R}\}$;

$D=\{s\mid s=t^2+2t-1,t\in\mathbf{R}\}$.

**拓展交流**

通过对上面的问题解答,你对使用特征性质描述法有何体会?

**【点拨】**在用特征性质描述法表示集合时,一要注意代表元素是什么,二要注意集合中的元素的公共属性,三要注意集合中的元素有哪些.元素全部相同,集合就相同,如上面集合$B$与$D$,与所使用的字母无关.

## 探究干线

**【例1】**用特征性质描述法表示下列集合:

(1) 正偶数集;

(2)$\{1,-3,5,-7,\cdots,-39,41\}$;

(3)被3除余2的正整数的集合;

(4)坐标平面内第一、三象限平分线上的点的集合.

**【分析】**观察集合中的元素所具有的公共属性,选定代表元素,设法用代数式表达这些属性.

**【解】**(1)$\{x \mid x=2n,n\in \mathbf{N}^*\}$;

(2)$\{x \mid x=(-1)^{n-1}\cdot(2n-1),n\in \mathbf{N}^*$ 且 $n\leqslant 21\}$;

(3)被3除余2的正整数为5,8,11,…,它们能表示成$3k+2(k\in \mathbf{N}^*)$的形式,故集合可以表示成$\{x \mid x=3k+2,k\in \mathbf{N}^*\}$;

(4)坐标平面内第一、三象限平分线上的点满足方程$y=x$,凡点的坐标满足方程$y=x$的点都在坐标平面内第一、三象限平分线上,故集合为$\{(x,y) \mid y=x,x\in \mathbf{R},y\in \mathbf{R}\}$.

**【点评】**(1)用特征性质描述法表示集合,是将元素的公共属性描述出来,多用于集合中的元素有无限多个的无限集或元素个数较多的有限集.

(2)注意区分集合中的元素是数集还是点集,以及集合中元素的限制条件.

**【例2】**用列举法把下列集合表示出来:

(1)$A=\left\{x\in \mathbf{N}\,\middle|\,\dfrac{9}{9-x}\in \mathbf{N}\right\}$;

(2)$B=\left\{\dfrac{9}{9-x}\in \mathbf{N}\,\middle|\,x\in \mathbf{N}\right\}$;

(3)$C=\{y \mid y=-x^2+6,x\in \mathbf{N},y\in \mathbf{N}\}$;

(4)$D=\{(x,y) \mid y=-x^2+6,x\in \mathbf{N},y\in \mathbf{N}\}$;

(5)$E=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{p}{q}=x,p+q=5,p\in \mathbf{N},q\in \mathbf{N}^*\right\}$.

**【分析】**先看五个集合各自的特点:集合$A$的元素是自然数$x$,它必须满足条件$\dfrac{9}{9-x}$也是自然数;集合$B$中的元素是自然数$\dfrac{9}{9-x}$,它必须满足条件$x$也是自然数;集合$C$中的元素是自然数$y$,它实际上是二次函数$y=-x^2+6(x\in \mathbf{N})$的函数值;集合$D$中的元素是点,这些点必须在二次函数$y=-x^2+6(x\in \mathbf{N})$的图象上;集合$E$中的元素是$x$,它必须满足的条件是$x=\dfrac{p}{q}$,其中$p+q=5$,且$p\in \mathbf{N},q\in \mathbf{N}^*$.

**【解】**(1)当$x=0,6,8$这三个自然数时,$\dfrac{9}{9-x}=1,3,9$也是自然数.

$\therefore A=\{0,6,8\}$.

(2)由(1)知,$B=\{1,3,9\}$.

(3)由$y=-x^2+6,x\in \mathbf{N},y\in \mathbf{N}$知$y\leqslant 6$.

$\therefore x=0,1,2$时,$y=6,5,2$符合题意.

$\therefore C=\{2,5,6\}$.

(4)点$(x,y)$满足条件$y=-x^2+6,x\in \mathbf{N},y\in \mathbf{N}$,则有:

$\begin{cases}x=0,\\y=6,\end{cases}\begin{cases}x=1,\\y=5,\end{cases}\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$

$\therefore D=\{(0,6),(1,5),(2,2)\}$.

(5)依题意知$p+q=5,p\in \mathbf{N},q\in \mathbf{N}^*$,则

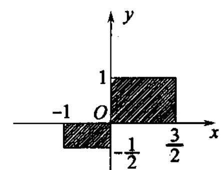
$\begin{cases}p=0,\\q=5,\end{cases}\begin{cases}p=1,\\q=4,\end{cases}\begin{cases}p=2,\\q=3,\end{cases}\begin{cases}p=3,\\q=2,\end{cases}\begin{cases}p=4,\\q=1.\end{cases}$

$x$要满足条件$x=\dfrac{p}{q}$,

$\therefore E=\left\{0,\dfrac{1}{4},\dfrac{2}{3},\dfrac{3}{2},4\right\}$.

**【点评】**用描述法表示的集合,要特别注意这个集合中的元素是什么,它应该符合什么条件,从而准确理解集合的意义.

**【例3】**试用特征性质描述法表示图中阴影部分的点(含边界)的坐标.




**【分析】**用描述法写出图中阴影部分所表示的点的集合,注意这些点的坐标的公共属性,并用代数式将其属性进行表达.

**【解】**在图中阴影部分,$x$、$y$的范围分别为

$$-1\leqslant x\leqslant \frac{3}{2},-\frac{1}{2}\leqslant y\leqslant 1,$$

而阴影部分的点落在一、三象限,$\therefore xy\geqslant 0$.

故

$\left\{(x,y)\,\middle|\,-1\leqslant x\leqslant \dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\leqslant y\leqslant 1 \text{ 且 } xy\geqslant 0\right\}$.

**【点评】**点落在阴影部分其横坐标和纵坐标所满足的条件必须同时具备.

## 合作空间

**问题1** 集合$M$中的元素为非0自然数,且满足若$x\in M$,则$8-x\in M$,相互讨论一下,能否回答下列问题:

(1)写出只有一个元素的集合$M$;

(2)写出元素个数为2的所有集合$M$;

(3)满足题设条件的集合$M$共有多少个?

**问题2** 已知集合$A=\{x \mid x=m+n\sqrt{3},m,n\in \mathbf{Z}\}$,设$x_1,x_2\in A$.那么,元素$x_1,x_2$与集合$A$之间存在

怎样的关系?并对所得的结论加以证明.

## 分层训练

### 基础训练

1. 若 $A=\{(2,-2),(2,2)\}$,则集合 $A$ 中元素的个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 已知集合 $A=\{x\in \mathbf{N}\mid -\sqrt{3}\leqslant x\leqslant \sqrt{3}\}$,则必有(　　).

A. $-1\in A$　　B. $0\in A$

C. $\sqrt{3}\in A$　　D. $2\in A$

3. 下列命题正确的是(　　).

A. 10 以内的素数集合是$\{0,3,5,7\}$

B. "接近 0 的实数"不能构成集合

C. 方程 $x^2-2x+1=0$ 的解集是$\{1,1\}$

D. 集合$\{a,b,c\}$与集合$\{a,c,b\}$表示两个不同的集合

4. 有下列命题:

①$\{\varnothing\}$是空集;② 集合$\{x\in \mathbf{R}\mid ax+b=0\}$是单元素集合;③ 集合$\{x\in \mathbf{R}\mid x^2-2x+1=0\}$有两个元素;④ 集合$\left\{x\in \mathbf{Z}\,\middle|\,\dfrac{100}{x}\in \mathbf{N}\right\}$为无限集.

正确的个数是(　　).

A. 0　　B. 3　　C. 2　　D. 1

5. 集合$\{x\in \mathbf{Z}\mid (x-1)^2(x+1)=0\}$用列举法表示为________.

6. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1) $2\sqrt{3}$ ________ $\{x\mid x<\sqrt{11}\}$;

(2) $(-1,1)$ ________ $\{y\mid y=x^2\}$.

7. 若集合$\{x\in \mathbf{R}\mid x^2+px+1=0\}$至少含有一个元素,求实数 $p$ 的取值范围.

### 知能训练

1. 被 3 除余 1 的整数组成的集合用描述法可表示为:①$\{x\mid x=3k+1,k\in \mathbf{Z}\}$;②$\{\cdots,-5,-2,1,4,7,10,\cdots\}$;③$\{x\mid x=3k-2,k\in \mathbf{Z}\}$. 其中正确的个数是(　　).

A. 0　　B. 3　　C. 2　　D. 1

2. 下列命题中真命题的个数是(　　).

①$0\in\varnothing$;②$\varnothing\in\{\varnothing\}$;③$0\in\{0\}$;④$\varnothing\notin\{a\}$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 以下所给的关系式中,表示错误的是(　　).

A. $a\in\{a\}$

B. $\{a\}\in\{a,b\}$

C. $-3\notin \mathbf{N}^*$

D. $M=\{m\mid m=a+b\sqrt{2},a,b\in \mathbf{Z}\}$, $x=1+\sqrt{2}$, $x\in M$

4. 已知集合 $M=\{x\mid x=3m+1,m\in \mathbf{Z}\}$, $N=\{y\mid y=3n+2,n\in \mathbf{Z}\}$,若 $x_0\in M$, $y_0\in N$,则(　　).

A. $x_0y_0\in M$　　B. $x_0y_0\in N$

C. $x_0y_0\notin N$　　D. 不确定

5. 集合 $A=\{x\in \mathbf{R}\mid x^2-(a+2)x+a+1=0\}$中所有元素之和为________.

6. 已知集合 $M=\left\{a\in \mathbf{Z}\,\middle|\,\dfrac{6}{5-a}\in \mathbf{N}\right\}$,则 $M=$________.

7. 已知 $P=\{x\in \mathbf{R}\mid ax^2-4x+1=0\}$,当 $P$ 为单元素集合时,求 $a$ 的值.

8. 集合$\{y\mid y=x^2+1\}$与集合$\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$是同一集合吗?试说明理由.

### 实践创新

1. 设集合 $A=\{a\mid a=n^2+1,n\in \mathbf{N}\}$,集合 $B=\{b\mid b=k^2-4k+5,k\in \mathbf{N}\}$,若 $a\in A$,试判断 $a$ 与集合 $B$ 的关系.

2. 集合 $A=\{x\mid x=3n+1,n\in \mathbf{Z}\}$, $B=\{x\mid x=3n+2,n\in \mathbf{Z}\}$, $C=\{x\mid x=6n+3,n\in \mathbf{Z}\}$.

(1) 若 $c\in C$,求证:必存在 $a\in A$, $b\in B$ 使 $c=a+b$.

(2) 对任意的 $a\in A$, $b\in B$,是否一定有 $a+b\in C$?试证明你的结论.