

汉译世界学术名著丛书

数理哲学导论

〔英〕罗素著





世界学术名著丛书

数理哲学导论

〔英〕罗素著

晏成书译

商务印书馆

2005年·北京

所有权利保留

未经许可，不得以任何方式使用

汉译世界学术名著丛书

数理哲学导论

〔英〕罗素著

晏成书译

商务印书馆出版

(北京王府井大街36号 邮政编码 100710)

商务印书馆发行

北京民族印刷厂印刷

ISBN 7-100-02762-4/B·417

1982年6月第1版

开本 850×1168 1/32

2005年5月北京第5次印刷

印张 6 5/8

印数 5 000册

定价:11.00元

汉译世界学术名著丛书

出版说明

我馆历来重视移译世界各国学术名著。从五十年代起，更致力于翻译出版马克思主义诞生以前的古典学术著作，同时适当介绍当代具有定评的各派代表作品。幸赖著译界鼎力襄助，三十年来印行不下三百余种。我们确信只有用人类创造的全部知识财富来丰富自己的头脑，才能够建成现代化的社会主义社会。这些书籍所蕴藏的思想财富和学术价值，为学人所熟知，毋需赘述。这些译本过去以单行本印行，难见系统，汇编为丛书，才能相得益彰，蔚为大观，既便于研读查考，又利于文化积累。为此，我们从1981年至1997年先后分七辑印行了名著三百种。现继续编印第八辑。到1998年底出版至340种。今后在积累单本著作的基础上仍将陆续以名著版印行。由于采用原纸型，译文未能重新校订，体例也不完全统一，凡是原来译本可用的序跋，都一仍其旧，个别序跋予以订正或删除。读书界完全懂得要用正确的分析态度去研读这些著作，汲取其对我有用的精华，剔除其不合时宜的糟粕，这一点也无需我们多说。希望海内外读书界、著译界给我们批评、建议，帮助我们把这套丛书出好。

商务印书馆编辑部

1998年3月

译者序

这本书是罗素的数理哲学的一本通俗著作。它是罗素继 1903 年问世的《数学原则》和 1910—1913 年出版的三大卷皇皇巨著《数学原理》之后所写的一本书。由于前二者分量太大，内容艰深，一般人，甚至专门从事数学原理探讨的人，难以通读，于是罗素写了这本书。在这本书中罗素以他的明白晓畅的笔法陈述了数学原理研究中确定的科学结果。所谓的数学原理研究中确定的科学结果特别包括数理逻辑方面的结果。罗素认为，数理逻辑作为一种方法，有助于传统的哲学问题，特别是数理哲学问题的解决，在这本书中他将数理逻辑的主要结果以一种既不需要数学知识，也不需要运用数学符号能力的形式陈述出来。在这本书中罗素还清楚明确地陈述了他的数理哲学观点。这就是人们通常称做的逻辑主义。谈到罗素的数理哲学或者逻辑主义，经常为人们所征引的就是这本书的一些章节。

在本书中罗素以数学的算术化作为起点。所谓的数学的算术化，就是用自然数定义数学中的其它概念，由自然数的性质导出数学中的所有命题。在肯定数学能归约到自然数的理论后，下一步应该是将自然数的理论再行归约，归约到最小一组概念和前提。这个工作由皮亚诺 (Peano) 所完成。皮亚诺将全部自然数的理论归约到三个概念：0、数与后继——即在自然数次序中一数的次一数，以及五个基本命题或称公理。然而，一方面皮亚诺的公理不能保证确有适合这些公理的数存在，另一方面皮亚诺的三个基本概念又容许无数不同的解释。究竟什么是数，它是否也能定义？弗芮格

(Frege) 致力于解答这个问题。他成功地用逻辑上更基本、更简单的概念, 甚至可以说纯逻辑的概念定义数。所谓数就是某一个类的数(项数或基数), 而一个类的数就是所有和这个类有一一对应关系的类的类。然后用一个类的数来定义 0 与后继, 进而定义自然数。不仅皮亚诺的三个基本概念都可以定义, 皮亚诺的五个基本命题, 其中包括数学归纳法, 也都可以由以上的定义推导出来。在自然数中, 1 是 0 的后继, 2 是 1 的后继, 如此等等。自然数形成一个有一定次序的序列。在自然数序列的基础上, 罗素逐步地引出有理数、实数和复数。在弗芮格之外, 康托(Cantor)从不同的出发点独自一人建立了完整的无穷基数与无穷序数的理论。罗素在本书中把弗芮格的数的概念和康托的理论结合起来介绍。他还介绍了康托的一般的序列的极限和序列的连续性的定义。由于高等数学中几乎每一件东西都依赖于极限概念, 极限概念可以说是整个高等数学的基础。为了给数学提供足够的基础, 我们还需要一些公理, 如选择公理, 罗素称之为乘法公理。数学家一直使用乘法公理, 然而只是崔梅罗(Zermelo)才第一次使公理有一个清晰明白的形式。没有这个公理, 数学中的许多命题就不能证明。罗素在本书中讨论了公理的几个等价形式和公理在无穷基数即自反数(和自己的真子类有一一对应关系的数)证明中的作用。近年来关于选择公理的研究有了很大的进展, 但是罗素的讨论仍然有效。为了建立超穷数的理论和实数理论, 我们需要整数和分数的无穷类或无穷集合、无穷序列。我们需要假定有无穷多个个体存在的无穷公理。在讨论到个体, 个体的类, 类的类等等时, 我们会很自然地想到把这一切包含在一起的一个最大的类。但是如果假定有一个包含一切的最大类, 我们会遇到矛盾, 这就是罗素发现的有名的悖论。究竟类是什么, 在构造类的过程中应该有什么限制? 这是数理哲学或者说数学基础的根本问题, 本书就以此为终结。

以上列举的属于数学原理研究中确定的科学结果。当然，其中有的定义，如有理数、实数的定义，由于受罗素的类型论的影响，显得不必要的复杂，如根据他的定义，分数 $n/1$ 不等于整数 n ，今天已不再采用这些定义，另有新的定义。同时也应该指出，我们在上面没有列举的，但是为了得出以上结果所必需的数理逻辑方面的理论，如关系的逻辑理论，其内容也是科学的。书中的演绎理论部分虽然从今天看有不够严格之处，譬如说，未能明确地区分公理、前提与推演规则，但基本上也是正确的。另外，罗素在本书中有许多言论，如最易把握的概念是既不过于复杂也不十分简单的概念，在数学中重要的不是我们所研究的东西的内在性质，而是它们相互之间的关系的逻辑性质等，很富启发性。

所有这些都是我们能从本书获益的。

本书也有错误，其为错误已是公论，这就是罗素的逻辑主义：把数学等同于逻辑，或者说数学是逻辑的延伸。其所以是错误，从乘法公理和无穷公理的性质就可以看出。我们已经指出，许多数学命题的证明和一些数学概念的定义需要这两个公理。尽管这两个公理可以只用逻辑概念来陈述，可是我们决不能说乘法公理和其它的逻辑命题，如 p 与非 p 不能同真等一样，可以只从逻辑判定其真假。至于断定有无穷多个个体存在的无穷公理，更明显地不具有逻辑的性质，其根据只能是物理学。仅仅从以上所说就知道，数学不是逻辑的延伸，不能归约为逻辑。

除了逻辑主义以外，罗素把类看成是逻辑的虚构，因此数也是逻辑的虚构，这样的观点显然也是错误的。如果说抽象的、一般的东西不同于具体的、个别的東西，是我们的感觉知觉所不能得到的，无疑是对的。但是说，抽象的一般的東西，如类或集合是人们思维的虚构，或者说符号的虚构，应该用奥卡姆(Occam)的剃刀剃掉，这种唯名论的思想是不了解个别和一般的辩证关系，不了解

“任何个别（不论怎样）都是一般。任何一般都是个别的（一部分，或一方面，或本质）。”（列宁：《谈谈辩证法问题》）并且，在罗素主张用命题函项来消去类时，他没有想到命题函项所表示的性质、关系和类一样，也是抽象的、一般的。

为了避免悖论，罗素提出了类型论以及还原公理，但是他自己承认，这个理论还不确定，还是混乱的和模糊的。从今天从事数学基础研究的学者来看，也是如此。因之在这里我们也就不必多说。

以上各点这里不及深入分析，略述所见，希望引起读者进一步思考。

引 言

罗素是 1918 年夏季在狱中写出《数理哲学导论》的。那年 1 月,他被当局传唤,被指控发表言论,侮辱了英国的一个战时盟国。这个盟国就是美国,罗素发表的言论是,这场战争结束之后,美国很可能被利用来恐吓英国的罢工者,“这是美国军队在国内习惯于干的事情”。尽管他的这种说法依据的是美国参议院的一份报告,他却被审判,被判定有罪,处以 6 个月的徒刑,被当作二级轻罪囚犯关押。(多年来,政府一直在忍受着罗素的刺激;激怒当局并促使当局对他提出起诉的,很可能是紧接着上面引述的那句话之后的两句话:“我的意思并不是说政府官员的头脑中有这些想法。所有的证据都趋于表明,他们的头脑中什么想法也没有,他们做一天和尚,撞一天钟,用愚昧无知和多愁善感的胡言乱语安慰自己。”)作为二级轻罪囚犯要监狱中度过 6 个月,这一前景使罗素本人和其朋友们感到很忧虑:他们担心这会无可挽回地损害他的智力,于是他们说服政府将判决改为作为一级轻罪囚犯关押。

在那些日子里,甚至连监狱中都渗透着阶级差别。一级轻罪囚犯要使用牢房付房租,可以使用自己带的家具,可以雇用另一个犯人作为自己的仆人,可以不受食品定量限制,可以看书写字。所有这些特权都是二级轻罪囚犯享受不到的。此外,同二级轻罪囚犯相比,一级轻罪囚犯还被允许接收更多的信件,接待更多的来

访者。阿瑟·贝尔福值得永远赞扬，是他从中帮忙，修改了对罗素的判决，尽管罗素瞧不起他，说他在哲学上故弄玄虚、能力低下，而且罗素激烈反对他的公共政策。判决修改后，罗素长舒了一口气，着手筹划如何最有效地利用这段被迫脱离外界的时间。

若干年来，罗素一直想写一本逻辑方面的教科书。他强烈地感到，《数学原理》尽管其重要性得到了公认，读者却寥寥无几；但他深信，假如更多的哲学家理解了此书的内容，他们解决哲学问题的方式就会与过去大不相同，成果也要比过去多得多。这本书中引发这场革命最重要的东西就是其基本概念，罗素深信，不求助于该书中使用的大量符号，人们也可以理解这些概念。随着刑期的临近，他感到实施计划的时候来到了。这项深思熟虑的计划包括两个内容，一是撰写“《数学原理》导论”，二是彻底重写“逻辑原子主义哲学”。因为该计划的头半部分只是为《数学原理》写导论，所以无需做进一步的研究工作。需要做的仅仅是组织排列他头脑中的材料，然后下笔写出来。

在被传唤之前的那几个月，罗素曾在伦敦向付费听众作过两次系列讲演。第一次系列讲演的内容与《数理哲学导论》相同；第二次系列讲演便是著名的“逻辑原子主义哲学”。第一次讲演没有留下任何手稿或打字稿；一位速记打字员现场记录下了第二次讲演，包括随后的讨论，该打字稿后来经罗素和其他人编辑整理发表在一个杂志上。第一次系列讲演讨论的是罗素非常熟悉的题目，或许与本书正文没有太大不同。罗素一旦打定主意做某件事，就会锲而不舍地做下去。

1918年5月1日，他对判决的上诉被驳回，那一天，他进入了

布里克斯顿监狱。他感到很失望，当局要他打出租车去监狱；他原本希望当局会用囚车把他送进监狱。罗素在《自传》中回忆了他在监狱大门口受到的接待：

我一到，站在门口的监狱长就热情地同我打招呼，我的一切将由他负责安排。他问我信什么教，我回答说，“我是不可知论者”。他要我拼出不可知论者这个词，然后他叹口气说：“哟，有这么多宗教啊，可我想它们都崇拜相同的上帝吧。”这句话叫我高兴了大约一个星期。

被监禁以前，他已制定好了工作计划：每天四个小时的哲学写作，四个小时的哲学阅读，四个小时的普通阅读。但到星期一，5月6日，他仍然没有得到书籍，也没有得到笔和纸。不过，牢房中已摆放了一张床和一些家具，这些东西是他哥哥送来的。他在那天给哥哥写信说：“我希望很快就得到笔和纸，然后我将写一本名叫《现代逻辑导论》的书，写完这本书后，我将着手写雄心勃勃的书，名叫《心的分析》。这里的条件适宜哲学写作。”在这封信的稍后之处，他叫哥哥捎口信给怀特黑德：“告诉怀特黑德，我想写一本关于《数学原理》的教科书，想看他认为与此有关的任何东西。”

5月21日，他给H. 威尔顿·卡尔发了一封信，此人当时任亚里士多德学会的义务秘书，临时充当罗素的对外事务代理人。罗素在信中说：“我已根据圣诞节前所作讲演的思路，撰写了《数理哲学导论》大约两万字。接下来我将仔细审阅圣诞节后所作讲演的稿子（我已收到了这个稿子，谢谢）。”在这封信的稍后之处，他又提到了此书：“但愿再过一个月左右能写完《导论》。监狱中适于读书

和做轻松的工作,但却无法进行真正艰苦的思考。”仅仅六天之后,在写给哥哥的一封信中,罗素又捎口信给卡尔:“我已差不多写完了《数理哲学导论》,总共七万字——可以说是《数学原理》的导论。”接着他提到几个哲学问题,在他能动笔写计划中的第二本书以前,他必须为这些问题找到正当合理的答案。这本书将取名为《逻辑原理》,“将阐明我所谓的‘逻辑原子主义’的基础,把逻辑置于与心理学、数学等的关系之中。”他打算在计划中的另一本书《心的分析》中,探讨困扰他的许多哲学问题,这本书的准备工作耗费了他服刑的其余时间。此书于1921年出版。

在稍早即5月16日写给哥哥的一封信中,罗素说,《逻辑原理》对于理解《心的分析》中将要阐述的思想来说是必不可少的:

我将着手写《心的分析》,这本书若能成功地写出来,将是我的另一本重要的大部头著作。它需要用一本逻辑著作来补充:不是我目前正在写的准备当作教科书的那本著作,而是根据我在圣诞节之后所作讲演的思路写的著作。没有这样的补充,《心的分析》便几乎无法令人理解。我预计在这个题目上至少要干三年。

令人遗憾的是,他没有把“逻辑原子主义哲学”改写为《逻辑原理》;该讲演稿在两次世界大战之间的那些年月经常被人们引用,尽管只能从杂志上引用;假如该讲演稿经过修改和扩充以书籍的形式出版,那它似乎很可能被人们更广泛地研读,从而产生更大的影响。“逻辑原子主义哲学”已重印在《伯特兰·罗素全集》第8卷中。

罗素在谈到《数理哲学导论》时，正如前面指出的，有时把它称为《数学原理》的导论，有时像他在《自传》中所做的那样，把它称为“《数学原则》的半普及本”。或许后一种叫法纯粹是笔误。回顾一下历史，罗素在《数学原则》中首次提出这样一个论点，即数学的很大一部分是逻辑的一个分支，该论点后来罗素和怀特海在《数学原理》作了详尽阐述。（但《数学原则》远远不是只有这些内容，它还对大多数传统形而上学问题作了广泛而重要的讨论。）因此，这三本书显然是相互关联的。但是《数理哲学导论》从头至尾充满了《数学原理》的中心思想，若说它与《数学原则》有着更紧密的联系，那似乎是有悖事实的。我们只举一个例子：罗素的摹状词理论是在《数学原则》出版两年后才发表的，而《数理哲学导论》用整整一章的篇幅来讨论这个题目。

《数理哲学导论》的手稿目前保存在安大略省哈密尔顿市麦克马斯特大学的罗素档案馆中。当时政府要求监狱长读一遍这部手稿，看看其中有没有战时条例所禁止的东西，但他把这项工作转给了卡尔，这使人长长地松了一口气。卡尔向他保证说，该书没有超出其标题的范围，不包含任何颠覆性的内容。手稿一出监狱，便送到了罗素平时的打字员凯尔小姐手里，由她打出一份送交印刷商。在7月29日给他哥哥的一封信中，罗素对凯尔小姐的拖沓有些生气：“叫凯尔小姐快点打出《数理哲学导论》——稿子在她手里的时间够长的了。”罗素狱中写的信件没有记录他把手稿交给监狱长审查的日期，但可能是6月初；他之所以抱怨凯尔小姐，是因为这本书总共还不到八万字。手稿最终回到了罗素手里，而他把手稿送给了康斯坦斯·马勒森夫人，罗素当时与她有一段风流韵事。

1975年马勒森夫人在逝世之前,将这部手稿连同她拥有的罗素的所有其他资料,卖给了罗素档案馆。仔细查看一下这部手稿,可以看得很清楚,罗素遵循了对自己的忠告:在自己的脑子里进行对正文的所有修改,然后只是把精致完美的散文写下来。这部手稿中修改的地方很少,没有一个段落开错头重写。

罗素在一个地方提及了写作这本书的困难所在。在第十六章的开头,他告诉读者,要用两章讨论“那个”一词,一章阐述它用于单数时的含义,另一章阐述它用于复数时的含义。

用两章的篇幅讨论一个词,也许令人觉得过分,但是对于研究数理哲学的人来说,这是个极其重要的词。像勃朗宁诗中的文法家研究词尾 *de* 一样,我即使身陷囹圄,并且下肢瘫痪,也要固守这一点不苟且的精神,对于这个词作一番严格的探讨。

卡尔看到这段话时,一定把脸扭了过去。

罗素亲自为本书首版写的简介,最为准确地描述了其内容和难度。这个简介只是出现在首版第一次印刷的护封上;在第二次印刷本上,摘自《雅典娜神殿》杂志上赞扬性书评的一段话,取代了罗素写的简介。

本书是写给这样一些人看的,他们以前不熟悉本书论述的主题,只具有在小学甚或伊顿公学学到的数学知识。本书以简单易懂的方式阐述了数的逻辑定义,分析了序的概念,说明了现代无穷理论,提出了摹状词和类(这些都是符号虚构)理论。在这些方面,省略了争论较多和不那么确定的东西,只介绍了现在能够被认为是科学知识的東西。解释这些知识没有使用

符号,而是使用尽量简明的语言,以使读者一般性地了解数理逻辑的方法和用途。但愿数理逻辑不仅会使那些严肃认真的研究者感兴趣,也使那些想了解这门重要现代科学的意义的普通人感兴趣。

或许是由于罗素怀有敌意地提到了伊顿公学,斯坦利·昂温感到很不舒服,于是一有机会,使不再使用罗素写的简介。但这个简介太具有罗素的特色了,应该让更多的人看到它。除了对读者需要具备的知识所作的估计肯定有问题外,这个简介的其余部分确实准确地描述了本书的内容。这是一本需要认真研读而不仅仅是看一看的书。凡仔细研读了本书的人,都会很好地理解罗素的数理哲学,都将能够读懂他写的技术性较强的书和文章,他对数理逻辑作出的开创性贡献,最初便发表在这些书和文章中。只有到那时他们才会直接领略罗素从事开创性研究工作(而不是讲解他人的研究成果)的天赋能力。

约翰·G. 斯莱特

多伦多大学

目 录

序言	3
编者注	5
第 一 章 自然数串	7
第 二 章 数的定义	16
第 三 章 有穷与数学归纳法	24
第 四 章 序的定义	32
第 五 章 关系的种类	43
第 六 章 关系的相似	52
第 七 章 有理数、实数和复数	62
第 八 章 无穷基数	75
第 九 章 无穷序列与序数	86
第 十 章 极限与连续性	93
第十一章 函数的极限与连续性	102
第十二章 选择与乘法公理	111
第十三章 无穷公理与逻辑类型	124
第十四章 不相容性与演绎法理论	136
第十五章 命题函项	146
第十六章 摹状词	157
第十七章 类	170
第十八章 数学与逻辑	182
索引	193

