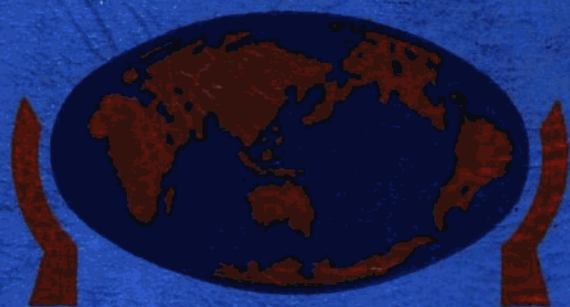


科技增强国力 青年开创未来——中国青年学者与跨世纪的中国科技



中国科学技术协会第二届青年学术年会
论 文 集
(基础科学分册)

基 础 科 学 研 究 新 进 展

中国科协第二届青年学术年会
执 行 委 员 会 编

PROCEEDINGS
OF
THE SECOND ACADEMIC CONFERENCE
OF YOUNG SCIENTISTS

SPONSORED
BY
CHINA ASSOCIATION FOR SCIENCE
AND TECHNOLOGY

中国科学技术出版社

中国科协第二届青年学术年会

指导委员会名单

主 席	朱光亚	全国政协副主席	中国科协主席
副 主 席	庄逢甘	中国科协副主席	
		中国科协学术交流委员会主任	
副 主 席	刘 恕	中国科协书记处书记	
(常 务)		中国科协学术交流委员会副主任	
委 员	惠永正	国家科委副主任	
	韦 钰	国家教委副主任	
	张学东	国防科工委副主任	
	刘延东	中共中央统战部副部长	
	蒋冠庄	人事部副部长	
	洪绂曾	农业部副部长	
	傅志寰	铁道部副部长	
	陆廷昌	电力工业部副部长	
	宋直元	原邮电部副部长	现科技委主任
	胡昭广	北京市副市长	
	胡启恒	中国科学院副院长	
	朱高峰	中国工程院常务副院长	
	孙 枢	国家自然科学基金委员会副主任	
	巴音朝鲁	共青团中央书记处书记	
	马俊如	国家外国专家局局长	
	谢振华	国家环境保护局局长	
	师昌绪	中国工程院副院长	
		中国科学院技术科学部主任	两院院士
	石元春	北京农业大学校长	教授 两院院士
	孙儒泳	北京师范大学生物系教授	中科院院士
	章 申	中国科学院环保委员会副主任	中科院院士
	钟义信	北京邮电大学副校长	教授

	樊东黎	北京机电研究所总工程师 教授级高工
	赵红洲	中国管理科学院副院长 研究员
特邀委员	刘才铨	国家自然科学基金委员会国际交流中心主任
	袁文成	国家人事部流动调配司副司长
	倪维斗	清华大学副校长
	王义道	北京大学常务副校长
	朱祥华	北京邮电大学校长
	王 越	北京理工大学校长
	冯文林	北京师范大学副校长
	林志彬	北京医科大学副校长
秘 书 长	马 阳	中国科协学会部部长
副秘书长	韦田光	中国科协国际部副部长

中国科协第二届青年学术年会

执行委员会名单

主席	冯长根								
副主席	白春礼								
秘书长	沈爱民								
副秘书长	朱雪芬								
特邀执委	蒲淳	谢焕忠	马宏建	郭瑞庭	郭群峰	蔡学军			
	李经建	唐裕华	陈丹	杜生明	何青龙	张建国			
	李东生	盛小列	抗难	李明	白文涛	吕德彬			
委员	刘增良	潘新春	刘国权	严纯华	李建保	丁学全			
	韩俊民	欧阳志云	王虹峥	屠鹏飞	杨义先	王晋军			
	吴建平	史培军	骆建华	楼伟	黄军旗	秦其明			
	于欣	宋岩	武向平	杨文志	孙其信	朱明			
	林柏青	尤政	杜铭华	时国勤	马惠娣	黄崇福			
	汪寿阳	高亮	任学科	王晓涛	蒲以康	殷晓静			
	高俊平	张晓军	高励	王乐年	白亮	朱海平			
	白卫平	唐虹	李风	林涛	贾西平	魏芳			
	金振蓉	邓琮琮	王建农	刘茂胜	段佳	孙铭			
	董正	夏瑞军							

总 前 言

青年学术年会是中国科协专为青年科技人员设立的系列大型学术工程。1992年召开的中国科协首届青年学术年会及44个卫星会议在海内外引起热烈反响,受到全社会特别是青年科技人员的广泛欢迎和大力支持,为中国培养跨世纪青年科技人才的战略部署作出了积极贡献。中国科协第二届青年学术年会于1995年7月26日至29日在北京召开。本届年会由中国科协主办,国家科委、国家教委、国防科工委、中央组织部、中华全国海外联谊会筹备委员会、人事部、农业部、铁道部、电力工业部、邮电部、北京市政府、中国科学院、中国工程院、国家自然科学基金委员会、国家外国专家局、共青团中央、国家环保局为年会的支持单位。中国科协所属165个全国性学会(协会、研究会)、30个省级科协、有关海外华人科技团体(中国旅美科协、中国海外学协、在日中国科联、旅英生命学会、留法科协、澳州华协)以及中国博士联谊会为年会协办单位。此届年会是一次大规模、综合性、高层次的全国性青年学术盛会,是落实1995年全国科技大会精神的一次重要学术活动。会议紧密跟踪国际科技发展主流趋势,密切结合中国跨世纪时期科技、经济和社会发展中的重大问题,为青年科技工作者提供高层次、综合性、大规模的专门学术舞台,为国家制定“九五”科技发展计划和2010年长期规划提供青年科技工作者的意见和建议,同时进一步加强海内外华人青年科技工作者的交流与合作,为落实中国培养跨世纪青年科技人才的战略部署作出贡献。会议提出了“科技增强国力、青年开创未来——中国青年学者与跨世纪的中国科技”的主题口号。

本届年会以强调学术交流的高层次高水平、大幅度增加海外代表比重和鼓励青年科技人员创新、探索精神为主要会议特点;以面向21世纪与重视当前问题相结合,前瞻性与针对性相结合,学术性与

科技政策相结合为主要学术特征。本届年会设置8个大学科方向和研究领域，包括生命科学、材料科学技术、信息与空间科学、资源与环境科学、基础科学、农业科学、工程技术和软科学。

海内外广大青年科技工作者对年会的召开表示了极大的热情，本届年会收到征文1万余篇。经各有关全国性学会，各省、自治区、直辖市科协和有关海外科技团体初审，推荐到年会执行委员会约有近4000篇高质量论文。年会执行委员会学术部的8个学科组组织专家对推荐来的论文进行两轮严格评审，共评审出900余篇高水平论文，编辑成《中国科协第二届青年学术年会论文集》正式出版。文集分生命科学、材料科学技术、信息与空间科学、资源与环境科学、基础科学、农业科学、工程技术、软科学共8个分册。本文集的论文作者主要为45岁以下从事科研、教学、生产、管理的青年科技工作者，其中包括200多位海外华人青年科技工作者（访问学者、留学生、外籍华裔科技人员）和港澳台学者。论文作者来自全国各地和21个国家和地区。专家们认为，论文内容具有创新意识，代表了我国青年科技工作者在8个学科领域的整体水平。1995年5月召开的全国科学技术大会确立了科教兴国的历史性战略，并将培养、造就跨世纪的宏大科技队伍作为重要战略措施。从这部由广大青年科技工作者心血凝聚的论文集中我们可以感受到，实现上述战略部署和措施是有充分信心的。

中国科协和年会指导委员会的领导和专家们对年会筹备工作和论文集给予了把关和指导。中国科协朱光亚主席、庄逢甘副主席、刘恕书记提出了指导性意见。本届年会的召开和这套论文集的出版，还得到支持单位、全国性学会、各级地方科协和海外科技团体的大力支持，全国陆续配合本届年会召开了近80个分地区、分学科的卫星会议。我国驻外使领馆、新华社香港分社也给予了大力支持和配合。许多科技界的著名科学家和学者不计报酬，满腔热情地对论文给予指导和审阅。人事部、国家自然科学基金委员会、中华全国海外联谊会筹委会、国防科工委、农业部、邮电部、北京市政府、铁道部、电力

工业部、国家环保局、国家外国专家局、中国科学院对年会给予了经费支持。和德贵宾中心（第一赞助单位）和西门子（中国）有限公司对年会给予了经费赞助，深圳海王集团股份有限公司也给予了物资支持。中国科学技术出版社也从人力、时间上对本论文集的出版给予了充分保证。年会执行委员会对上述支持和帮助表示衷心的感谢！

中国科协第二届青年学术年会

执 行 委 员 会

1995年6月10日

分 册 前 言

本文集是中国科协第二届青年学术年会论文集(共8册)其中的一个分册。全国性学会、省级科协、中国驻外使领馆、海外团体等向基础科学组限额推荐了280余篇学术论文。值得在这里指出的是,许多全国性学会、省级科协对作者的论文进行了认真的评审与严格的初选。在此基础上,我们又聘请了于欣、王正栋、李竞、李之宗、宋岩、武向平、张新祥、唐建国、秦其明、韩闻生和潘明祥等专家学者对论文进行了再次评审,选编出其中的110篇论文结集成书。于欣、宋岩、武向平、秦其明等人对入选的论文进行了分学科编辑,最后由秦其明统一编排,交付中国科学技术出版社出版。

本文集选辑的论文内容涉及到数学、物理、化学、天文、地学和生物等基础学科的新进展、新方法与新成果。按研究内容的不同,这些论文分别选入到数学、物理、化学、天文、地学和生物等六个领域。

本文集的出版,得到了海内外华人青年学者与国内许多部门的大力支持。论文集中许多论文是新老几代科学家共同奋斗的结晶,或者是年青科技工作者长期在基础科学领域上刻苦钻研的结果。我们感谢海内外华人青年学者对中国科协第二届青年学术年会的支持。我们再次向担任本书评审与编辑的同志表示诚挚的谢意,向支持本书编辑出版提供宝贵意见的老专家与老教授表示真诚的感谢。同时,我们还感谢中国科协各级领导与中国科学技术出版社对本论文集出版的大力支持,其中中国科学技术出版社的颜实编辑认真负责的工作态度给我们留下了深刻的印象。

限于篇幅,许多优秀的论文未能收入,这未免是件憾事。由于时间仓促,参加评审人员能力与知识范围的限制,难免存在不当之处,

恳请读者指正。

中国科协第二届青年学术年会
执行委员会学术部基础科学组
一九九五年四月

目 录

数学领域

代数表示论的一个新进展	彭联刚 (1)
次二次二阶 Hamilton 系统的极小周期解	张世清 (7)
序列算子与系统建模	刘思峰 (14)
正则 Q 过程趋于闭集的充分必要条件	韩 东 (19)
无穷维随机积分及伊藤公式	丁 灯 (24)
指数型二分性和退化情形的 Melnikov 向量	曾唯尧 (31)
一类和型积分算子的点态逼近	田 军 (37)
遗传次亚紧空间	朱培勇 (43)
封闭曲线上齐次常系数 Riemann 边值逆问题的封闭解	李 星 (49)
常返的随机徘徊的零集的维数	胡晓予等 (53)
一个强大数定律	金少华 (59)
有理函数的切比雪夫近似及其应用	张 熙 (63)
抗差估计验后精度估计模型与实用解式	杨元喜 (67)
论两变量间线性关系之第三型	高 抒 (73)
非线性差分方法及其守恒性质的研究	韩 臻 (76)
非线性方程组的解法: 局部弧长法	段云岭等 (83)
求解非线性最优化问题的一种新算法	高自友等 (88)
一种快速聚类算法	杨广文等 (93)
一个平面运输网络所有最小割的算法	白 堤 (99)
一种用最小距离矩阵求网络绝对中心的方法 ($P=1$)	陈伯成 (105)
Weierstrass 型函数图象的 Bouligand 维数	邓冠铁 (111)
分形理论与分形最优设计计算机构造	段晓东等 (114)
超导的 Ginzburg-Landau 数学模型	汤 奇 (121)
具有汽穴现象的传输线数学模型	舒建军等 (124)

实现莱布尼兹和马赫思想的物理统一数学模型	吴仕驹 (136)
----------------------------	-----------

物理学领域

非线性科学——21 世纪极富挑战性的研究	范 萌 (140)
空气中非线性声学研究	刘克等 (144)
21 世纪多相流热物理学科的未来与挑战	郭烈锦 (147)
脉冲激光诱导电离的光电子谱研究	丁大军 (151)
高自旋同质异能态束流及其在核谱学研究中的应用	张玉虎 (155)
离子冷却储存环——科学研究的新工具	高 辉 (161)
五维 Riemann——Cartan 空时的 K-K 理论与 Dirac 场	张国民 (167)
微重力下热毛细作用对气泡生长影响的探讨	彭晓峰等 (172)
基于电场 Helmholtz 向量方程的二维光波导有限元分析	郑铁渝等 (177)
SiGe/Si 量子阱室温电注入发光研究	董文甫等 (181)
Bi 系高温超导单晶中“再入”现象的观察和机理	赵勇等 (184)
SWIP-RFP 装置反场箍缩等离子体提高温度实验	李强等 (189)
FeC 在 493nm 附近的电子跃迁谱	Walter J. Balfour, 曹建颖等 (194)
新型强相对论准光电子回旋脉塞中的空间电荷效应	刘濮鲲等 (197)
高能 α 粒子对点火托卡马克阿尔芬波加热的影响	丁宁等 (203)
在聚变堆中嬗变 ²³⁷ Np 的研究	冯开明等 (211)
多粒子玻色关联对 QGP 颗粒源的检测	张卫宁等 (219)
半导体光电压自动测量系统与超晶格带间光跃迁	朱文章等 (223)
GaAs/Ga _{1-x} Al _x As 波纹超晶格中的激子态	李树深等 (227)
C ₆₀ 的光限幅技术与激光防护	宋瑛林 (232)
自保护光限现象的研究	夏铁君等 (236)
准光学频率倍频器	张 欣 (244)
相位移散斑错位干涉术及其应用	杨连祥 (249)
间歇性湍流中速度场的概率分布	胡 非 (256)
疲劳裂纹扩展动力学	吴犀甲 (260)
含能材料药柱的自燃现象实验研究	冯长根等 (276)
凝聚相含能材料的爆炸伤害评估及其模型	宇德明等 (286)
岩土介质中爆炸波与结构相互作用研究进展	王明洋 (294)

水下柱形弹性目标的共振散射和声辐射	刘国利 (301)
合金凝固过程流变特性转换温区的发现及其模型研究	张家泉等 (304)
正压气体动力学方程组 Cauchy 问题的张弛现象	刘法贵 (309)
耦合映射混沌吸引子的对称性和纽结反纽结结构	何国盛等 (314)
记忆效应与固体高分辨质子谱	丁尚武等 (318)
电子动量谱学和电子轨道成象	郑廷友 (323)

化学领域

催化化学研究中的新进展	肖丰收 (333)
金属元素的气相反应的光化学与动力学研究	耿俊峰 (338)
苦基氮杂 C60 衍生物的全成研究	王乃兴等 (345)
关于芳烃上 $\text{sp}^2\text{C}-\text{H}\cdots\text{O}=\text{C}$ 类似于氢键的分子内弱引力的 探讨	再帕尔·阿不力孜等 (348)
高效液相色谱化学发光测定痕量金属离子研究	张新祥等 (353)
金属卟啉仿生催化反应中的线性自由能关系	郭灿城等 (356)
新型磷钼酸盐微孔晶体的设计	于龙等 (365)
聚丙烯酸酯新型液相空心柱及其溶胀技术应用研究	阮源萍 (372)
新型聚丙烯酰凝胶毛细管的设计与制备	陈义 (376)
三价铜铜高分离因数配体的研究	卢加春等 (383)
含氟酰基过氧化物与苯基硅氧烷的反应研究	龚跃法 (387)
氯化银乳剂感光材料的研究	郑均平 (391)
光敏染料的键合及其对单晶硅的光敏化作用	玉兰英等 (396)
$\text{UO}_2(\text{OX})_2\text{TBPO}$ 配合物的合成与结构研究	童跃进等 (401)
以环糊精为母体的分子设计及其分子认识作用	王安生 (407)
电泳力学迁移模型 (I)	梁恒等 (412)
电解法分离金属样品	杨建男 (417)
氟烯酮与乙亚胺环加成立体选择规律的理论研究	徐振峰等 (421)

地球科学领域

流体地质学—21 世纪的新兴地质学科	徐学纯 (425)
生物礁研究的方向	吴亚生 (428)

土地评价研究的进展	秦其明 (432)
格局与过程——景观生态学的理论前沿	王仰麟 (437)
相空间反演方法在海洋资料分析中的应用	田纪伟等 (442)
引起中国短期气候变化的一个重要原因	刘晓东等 (450)
组合 VLBI 和 SLR 数据估计的全球板块运动参数	孙付平等 (455)
地心参考系的动态变换	吕志平等 (462)
生命线结构非一致激励的地震响应	陈福仁 (468)
不同构造机制韧性剪切带研究	苗培森等 (472)
活动断裂微观运动特征标志研究及其存在的问题	姚大全等 (478)
岩体裂隙网络分型特征研究	陈剑平等 (482)
原油蒸发分馏理论研究	马柯阳 (486)
中国硫化铜镍矿床的形成特点与勘察对策	李文渊 (490)
训练数据再抽取方法的研究	塔西甫拉提·特依拜等 (496)

天文学领域

密切双星 VZ CVn 的 Roche 模型解	顾盛宏 (500)
低维子午环配备 CCD 后的课题目标	王晓彬 (505)
BEAMING 模型的 γ 暴统计分析	车海红 (509)
挠率引力效应和它的背景	张承民 (517)

生物学领域

氨基酰化酶在盐酸胍溶液中失活与去折叠的比较	王洪睿等 (521)
α -CD 对抗癌新药卡铂分子外界的部分包含作用	刘伟平等 (529)
丝胶的胶黏性和蚕茧解舒机理	朱良均 (533)
仙方活命饮对家兔血液流变性的影响	汪德刚等 (539)
新化学发光免疫分析试剂 CPIL 标记抗体的研究	庄惠生等 (543)
dnaY 基因产物对提高人尿激酶原 cDNA 在大肠杆菌中 表达的研究	马 忠等 (547)
BIV-LTR 在大肠杆菌中的启动子功能	刘淑红等 (555)
间接 Dot-ELISA 检测猪细小病毒抗原的研究	张晓根等 (561)
用间接荧光抗体法对鸡肾型 IB 抗原定位的研究	刘兴友等 (565)

含稳定氮氧自由基的双重抗癌铂配合物的设计与探索	何键等 (569)
油松树脂道结构规律及其与树脂产生和分泌的关系	吴 鸿 (573)
利用渗透交联固定化细胞促进 L-天冬氨酸和 L-丙氨酸的生物 转化	石屹峰等 (577)
B 族链球菌 III 型荚膜多糖抗原决定基的模拟	邹卫等 (580)
酶——有机合成的新型催化剂	李永福 (586)

代数表示论的一个新进展

——Hall 代数理论及方法

彭 联 刚

(四川联合大学)

摘要 本文给出了 Hall 代数的基本理论和方法的一个简单介绍。着重指出了代数表示论通过这一理论和方法与李代数,特别是 Kac-Moody 李代数及相应量子包络代数的联系。

关键词 Hall 代数 遗传代数 Kac-Moody 李代数

一个以有限 p 群的同构类为基的自由 *abel* 群可以赋予一个乘法,它的结构常数是某些有限 p -群的某种滤链的个数。以这种方式得一个有单位元的结合环 $\mathscr{H}(\mathbb{Z}p)$,称它为 p -*adic* 整数环 $\mathbb{Z}p$ 的 Hall 代数。它是一个交换环并且在代数和组合的理论中起着重要作用。这种 Hall 代数首先被 E. Steinitz^[29],后来被 Ph. Hall^[6]所研究。关于这方面的一个好的报道见书^[13]。

1990 年, C. M. Ringel 在文[19]中将 Hall 代数推广建立在了相当任意的环—*finitary* 环(特别是有有限域上的有限维代数)上。此时的 Hall 代数一般不交换,它相应的李代数引起了他的注意。他的一系列研究结果表明, Hall 代数是一类非常重要的代数,用它可实现许多的 Kac-Moody 李代数及相应的量子包络代数。这种代数表示论通过 Hall 代数理论与李理论的联系,是值得进一步深入研究的。

本文将给出 Hall 代数理论及方法的一个简单介绍,并着重指出它与李理论的联系以及存在的一些有待解决的基本问题。

为了叙述方便,我们限制 Hall 代数是有限域上的有限维代数的 Hall 代数。

全文约定: k 是一个有限域, Δ 是一个 k 上的有限维代数,它是结合的并且有单位元;记 $\text{mod}\Delta$, 是所有有限维(右) Δ -模的范畴并且 $\text{in}\Delta$ 是所有不可分解 Δ -模的满子范畴;对任意 $M \in \text{mod}\Delta$, 记 $[M]$ 为 M 的同构类;另外,给定一个集合 S , 我们 $|S|$ 表示 S 的基数。

对于文中未加说明的代数表示论中的概念,请参见[18]。

1 Hall 代数

对 $M, N_1, \dots, N_t \in \text{mod}\Delta$, 设 $F_{N_1, \dots, N_t}^M$ 是 M 如下滤链的个数:

$$0 = V_0 \subseteq V_1 \subseteq \dots \subseteq V_t = M$$

使得 $V_i/V_{i-1} \simeq N_i, 1 \leq i \leq t$. (注意, 如果 $N_1, \dots, N_t$ 都是单模, 我们恰好是去数 M 的具有预先给定合成因子的合成列的个数。)

特别地, 对 $M, L, N \in \text{mod}\Delta, F_{LN}^M$ 是 M 的子模 V 的个数: $V \simeq N$ 并且 $M/V \simeq L$ 。

Λ 的(整)Hall 代数 $\mathcal{H}(\Lambda)$ 定义如下^[19]: 它是一个具有基 $\{U_{[M]}\}_{M \in \text{mod } \Lambda}$ 的自由 $\mathbb{Z}$ -模并且有乘法

$$u_{[L]}u_{[N]} = \sum_{[M], M \in \text{mod } \Lambda} F_{LN}^M u_{[M]}. \quad (1.1)$$

注意 Λ 的基数是有限的。故对固定的 $L, N \in \text{mod } \Lambda$, 几乎所有的 F_{LN}^M 为零。于是(1.1)式的右边是一个有限和。以这种方式 $\mathcal{H}(\Lambda)$ 成为一个结合环且有单位元 $u_{[0]}$ 。

设 E 是 k 的一个扩域。对任一个 k -空间 V , 我们记 $V^E = V \otimes_k E$ 。自然, Λ^E 为一个 E -代数。我们称 E 对 Λ 是 conservative 如果对任意 $M \in \text{ind } \Lambda$, $(\text{End } M / \text{rad } \text{End } M)^E$ 也是一个域。我们记 Ω 是对 Λ Conservative 的 k 的有限扩域同构类的代表元的集合。容易知道, 如果 Λ 是有限表示型的, 那么 Ω 是一个无限集。

Λ 是 Generic Hall 代数 $\mathcal{H}(\Lambda, q)$ 和 Degenerate Hall 代数 $\mathcal{H}(\Lambda)_1$ 定义如下:

作整 Hall 代数的直积 $\prod_{E \in \Omega} \mathcal{H}(\Lambda^E)$, 它也自然成为一个结合环。对 $M \in \text{mod } \Lambda$, 记 $v_{[M]} = (u_{[M^E]})_{E \in \Omega}$ 和 $q = (|E|)_{E \in \Omega}$, 它是一个中心元。 $\mathcal{H}(\Lambda, q)$ 被定义为 $\prod_{E \in \Omega} \mathcal{H}(\Lambda^E)$ 的由所有 $v_{[M]}$, $M \in \text{mod } \Lambda$, 和 q 生成的子环。 $\mathcal{H}(\Lambda)_1$ 被定义为商环 $\mathcal{H}(\Lambda, q) / (q-1)\mathcal{H}(\Lambda, q)$ 。此时 $v_{[M]}$ 的剩余类仍然记为 $v_{[M]}$ 而不会引起混淆。

我们说 Λ 有 Hall 多项式, 如果对任意 $X, Y, Z \in \text{mod } \Lambda$, 存在整系数多项式 $\phi_{ZX}^Y(T) \in \mathbb{Z}[T]$ 使 $\phi_{ZX}^Y(|E|) = F_{ZX}^{YE}$ 对任意 $E \in \Omega$ 成立。

在 Λ 有 Hall 多项式的情况下, 上述定义等价于 Ringel^[19] 给出的如下简单定义:

$\mathcal{H}(\Lambda, q)$ 是基为 $\{V_{[M]}\}_{M \in \text{mod } \Lambda}$ 的自由 $\mathbb{Z}[q]$ -模并且乘法为

$$v_{[L]}v_{[N]} = \sum_{[M], M \in \text{mod } \Lambda} \phi_{LN}^M(q) v_{[M]};$$

$\mathcal{H}(\Lambda)_1$ 是基为 $\{V_{[M]}\}_{M \in \text{mod } \Lambda}$ 的自由 $\mathbb{Z}$ -模并且乘法为

$$V_{[L]}V_{[N]} = \sum_{[M], M \in \text{mod } \Lambda} \phi_{LN}^M(1) v_{[M]};$$

最近, 敦晋云和彭联刚^[4]发现 Hall 代数具有一个好性质: 带有任意给定全序的集合 $\{u_{[x]}\}_{x \in \text{ind } \Lambda}$ 生成 $\mathcal{H}(\Lambda) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ 的一组 PBW-基。类似的结论对 $\mathcal{H}(\Lambda, q)$ 和 $\mathcal{H}(\Lambda)_1$ 也成立。

现在我们介绍 $\mathcal{H}(\Lambda)$ 的一个重要的子代数——(整)合成代数 $\mathcal{S}(\Lambda)$, 它是由 $\{u_{[i]}\}_{i \in \text{ind } \Lambda}$ 生成的子环。类似地我们有概念 generic 合成代数 $\mathcal{S}(\Lambda, q)$ 和 degenerate 合成代数 $\mathcal{S}(\Lambda)_1$ 的概念。

定理 1.1 (Ringel)^[22] 如果 Λ 是直向代数, 那么

$$\mathcal{S}(\Lambda) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} = \zeta(\Lambda) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$$

郭和彭^[4]将上述推广到 $\text{mod } \Lambda$ 没有短循环(即任 $x \in \text{ind } \Lambda$ 不在短链 $X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} x$ 之中, 其中 $Y \in \text{ind } \Lambda$ 并且 f, g 均非零非同构)的情形。

在相同的前提之下, 上述结果对 $\mathcal{S}(\Lambda, q)$ 和 $\mathcal{S}(\Lambda)_1$ 也类似地成立。

2 出现在代数表示论中的李代数

设 $K(\text{mod } \Lambda)$ 是 $\text{mod } \Lambda$ 的关于可裂正合列的 Grothendieck 群, 它是以所有不可分解 Λ -模

同构类为基的自由 $\mathbb{Z}$ -模。我们自然辨认 $K(mod\Lambda)$ 是 $\mathcal{A}(\Lambda)_1$ 的子加群。

定理 2.1 (Ringel)^[24] 设 Λ 有 Hall 多项式。那么子群 $K(mod\Lambda)$ 是 $\mathcal{A}(\Lambda)_1$ 的一个李子代数并且 $\mathcal{A}(\Lambda)_1 \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ 是 $K(mod\Lambda) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ 的泛包络代数。

最近,在不知道 Λ 是否有 Hall 多项式存在的情况下,彭^[15]证明了:如果 Λ 是有限表示型代数且 $End S \simeq k$ 对任一单模 S 成立,那么 $K(mod\Lambda)$ 是 $\mathcal{A}(\Lambda)_1$ 的李子代数。但是他没有找到 $K(mod\Lambda)$ 的泛包络代数与 $\mathcal{A}(\Lambda)_1$ 的关系。这是值得进一步考虑的问题。

另一个值得研究的问题是,去掉条件 $End S \simeq k$ 对任一单模 S 成立(即涉及任一有限表示型代数),是否有相应的结论。

我们看到,至目前为止,Hall 多项式的存在性发挥了很大作用。

Ringel 在他的有关 Hall 代数的第一篇文章^[19]中证明了:任一直向代数有 Hall 多项式。

郭^[8]证明了任一循环单列代数有 Hall 多项式。

上述两类代数都是有限表示型代数并且是两个极端的代数类,一类是每个不可分解模都直向,另一类是每个不可分解模都不直向。基于这种观察,Ringel^[24]猜测:

任一有限表示型代数有 Hall 多项式。

在证明这个猜测方面已有一些重要进展:

最近,彭^[14]证明了,如果 Λ 是有限表示型平凡扩张代数,那么对任意 $M, N \in mod\Lambda$ 和 $X \in ind\Lambda$, Λ 有 Hall 多项式 $\varphi_{N,X}^M$ 和 $\varphi_{X,N}^M$ 。

后来,基于上述结论,郭和彭^[4]进一步证明了,任一有限表示型平凡扩张代数有 Hall 多项式。同时,他们也证明了,如果 $mod\Lambda$ 没有短循环,那么 Λ 有 Hall 多项式。

3 遗传代数与量子包络代数的正部份

设 Δ 是不可分解的广义 Cartan 矩阵并且 $g = g(\Delta)$ 是复数域上相应的 Kac-Moody 李代数, $g = n_- \oplus h \oplus n_+$ 是它的三角分解。进一步设 Δ 是有限型。设 Λ 是 k 上的型为 Δ 的遗传代数,它是有限表示型的。

设 $K_0(\Lambda)$ 是所有 Λ -模相对于正合裂的 Grothendieck 群。对任一 $M \in mod\Lambda$, 它在 $K_0(\Lambda)$ 中相应的元记为 $\dim M$ 。如果我们记 $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ 是所有单模同构类的一个代表元集,那么 $K_0(\Lambda)$ 可辨认为带有基 $\dim S_1, \dots, \dim S_n$ 的自由 Abel 群。设 $\langle -, - \rangle$ 是 $K_0(\Lambda)$ 上的 Euler 特征,所以对 $M_1, M_2 \in mod\Lambda$, 我们有

$$\begin{aligned} \langle \dim M_1, \dim M_2 \rangle &= \sum_{i \geq 0} (-1)^i \dim_k Ext_{\Lambda}^i(M_1, M_2) \\ &= \dim_k Hom_{\Lambda}(M_1, M_2) - \dim_k Ext_{\Lambda}(M_1, M_2). \end{aligned}$$

注意对 k 的任一扩域 E 和相应的代数 Λ^E , $\langle -, - \rangle$ 是一个不变量。

设 v 是一个变量并且记 $q = v^2$ 。注意 Λ 有 Hall 多项式,我们可定义 Λ 的 twisted generic Hall 代数 $\mathcal{A} * (\Lambda, q)$ 如下^[26]:

$\mathcal{A} * (\Lambda, q)$ 是以 $\{\mu_{[M]}\}_{M \in mod\Lambda}$ 为基的自由 $\mathbb{Q}(v)$ -模并且具有乘法

$$u_{[L]} * u_{[N]} = v^{(\dim L, \dim N)} \sum_{[M], M \in mod\Lambda} \varphi_{LN}^M(q) u_{[M]},$$

它是一个具有单位元 $u_{[0]}$ 的结合环。