

概率论与数理统计 同步练习册

陈水林 编著

湖北长江出版集团
湖北科学技术出版社

概率论与数理统计 同步练习册

陈水林 编著

湖北长江出版集团
湖北科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计同步练习册 / 陈水林编著. — 武汉:
湖北科学技术出版社, 2006.11
ISBN 7-5352-3671-5

I. 概... II. 陈... III. ①概率论—习题②数理统计—习题 IV. 021-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第131243号

概率论与数理统计同步练习册

© 陈水林 编著

责任编辑: 武又文

封面设计: 戴旻 甘玲

出版发行: 湖北长江出版集团
湖北科学技术出版社

电话: 87679468

地址: 武汉市雄楚大街268号湖北出版文化城B座12-13层

邮编: 430070

印刷: 咸宁市新泉印刷厂

邮编: 437000

787毫米×1092毫米 16开 9.5印张

232千字

2006年11月第1版

2006年11月第1次印刷

定价: 19.50元

本书如有印装质量问题 可找承印厂更换

内 容 简 介

本书按照教育部最新《概率论与数理统计课程教学基本要求》，结合近几年来概率论与数理统计教学改革的变化和发展及编者十几年的教学实践编写而成。内容包括：概率论的基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理、样本及抽样分布、参数估计、假设检验。本书每章由五部分组成：每节同步练习题、全章复习题、双语教学英文数学题、自测题和考研训练题。书后附有参考答案或提示。

本书可供高等院校本科各专业学生使用，对于有志报考研究生的读者，本书也是一本有价值的复习用书。

前 言

根据编者多年的教学实践,按照新形势下概率论与数理统计教学改革的精神,应许多数学同仁和广大学生的强烈要求编写了本书。

本书每一章包括五个部分:

1. 每节同步练习题:该部分按照教材顺序,针对书上的知识点,配置了适量的同步练习题。该部分题目题型丰富,有是非题、填空题、选择题和计算证明综合题,选题力求使读者对有关的基本概念、重要公式和定理获得深入的理解和全面掌握。

2. 复习题:在这一部分中精选了能反映本章知识综合运用的一定数量题目,使读者通过做复习题,达到对本章知识能灵活运用。

3. 双语教学英文数学题:为了适应双语教学的发展趋势和配合部分院校双语教学的需要,在此部分中,列出了一些有针对性的英文数学题目,该英文数学题目生动有趣。当然,没有接受双语教学的同学,也可做该部分英文题目,以提高自己的数学水平。

4. 自测题:在这一部分中精选了能反映教育部最新《概率论与数理统计课程教学基本要求》的题目,读者通过练习该部分题目,能了解概率论与数理统计的基本要求,掌握概率论与数理统计的基本内容。

5. 考研训练题:在这一部分中精选了近几年考研真题和一批典型试题,读者通过练习该部分题目,可对考研的要求全面了解,并能提高自己的应试能力。

本书的形式为学生的同步练习本,这样既使概率论与数理统计的教学标准化,又给学生提供了更广泛、更新颖的题目,同时也给教师在布置作业、携带作业和批改作业方面带来了方便。本书在我校历经 15 年试用,多次修订而成。

在本书的编写过程中,湖北工业大学理学院领导和数学系的教师提出了许多宝贵的意见和建议,编者在此表示诚挚的谢意。欢迎各位读者提出批评和建议。

陈水林

2006 年 8 月于湖北工业大学

目 录

第一章 概率论的基本概念	1
习题一 随机试验、随机事件	1
习题二 随机事件的概率	5
习题三 条件概率	7
习题四 独立性	9
复习题	11
双语教学英文数学题:EXERCISES 1	14
自测题	16
考研训练题	18
第二章 随机变量及其分布	21
习题五 随机变量、离散型随机变量及其分布律	21
习题六 随机变量的分布函数、连续型随机变量及其概率密度	25
习题七 随机变量的函数的分布	29
复习题	33
双语教学英文数学题:EXERCISES 2	36
自测题	38
考研训练题	41
第三章 多维随机变量及其分布	43
习题八 二维随机变量	43
习题九 边缘分布、条件分布	45
习题十 相互独立的随机变量	47
习题十一 两个随机变量的函数的分布	51
复习题	55
双语教学英文数学题:EXERCISES 3	58
自测题	60
考研训练题	63
第四章 随机变量的数字特征	65
习题十二 数学期望	65
习题十三 方差	69
习题十四 协方差及相关系数	73
复习题	75
双语教学英文数学题:EXERCISES 4	78
自测题	80
考研训练题	82
第五章 大数定律及中心极限定理	85
习题十五 大数定律及中心极限定理	85

第六章 样本及抽样分布	89
习题十六 随机样本、抽样分布	89
第七章 参数估计	93
习题十七 点估计	93
习题十八 基于截尾样本的最大似然估计、估计量的评选标准	95
习题十九 区间估计	97
复习题	101
双语教学英文数学题: EXERCISES 7	103
自测题	105
考研训练题	107
第八章 假设检验	109
习题二十 假设检验、正态总体均值的假设检验	109
习题二十一 正态总体方差的假设检验、置信区间与假设检验之间的关系、 样本容量的选取	113
习题二十二 分布拟合检验、秩和检验	115
复习题	117
双语教学英文数学题: EXERCISES 8	119
自测题	121
考研训练题	123
参考答案或提示	125

第一章 概率论的基本概念

习题一 随机试验、随机事件

一、判断题

下列各题中的 A, B, C 均表示事件, \emptyset 表示不可能事件:

- $(A - B) \cup B = A$ 。 ()
- $\overline{A \cup B C} = \overline{A} \overline{B} \overline{C}$ 。 ()
- $AB(A\overline{B}) = \emptyset$ 。 ()
- 若 $A \cup C = B \cup C$, 则 $A = B$ 。 ()
- 若 $A \subset B$, 则 $A = AB$ 。 ()
- 若 $AB = \emptyset, C \subset A$, 则 $BC = \emptyset$ 。 ()
- 袋中有 1 个白球, 3 个红球, 今随机取出 3 个, 则:
 - 事件“含有红球”为必然事件; ()
 - 事件“不含白球”为不可能事件; ()
 - 事件“含有白球”为随机事件。 ()
- 互斥事件必为互逆事件。 ()

二、填空题

- 一次掷两颗骰子,
 - 若观察两颗骰子各自出现的点数搭配情况, 这个随机试验的样本空间为_____;
 - 若观察两颗骰子的点数之和, 则这个随机试验的样本空间为_____。
- 化简事件 $(A \cup B)(\overline{A \cup B})(A \cup B) =$ _____。
- 设 A, B, C 为三事件, 用 A, B, C 表示下列事件:
 - A 不发生, B 与 C 都发生可表示为_____;
 - A 与 B 都不发生, 而 C 发生可表示为_____;
 - A 发生, 但 B 与 C 可能发生也可能不发生可表示为_____;
 - A, B, C 都发生或都不发生可表示为_____;
 - A, B, C 中至少有一个发生可表示为_____;
 - A, B, C 中至多有一个发生可表示为_____;
 - A, B, C 中恰有一个发生可表示为_____;
 - A, B, C 中至少有两个发生可表示为_____;
 - A, B, C 中至多有两个发生可表示为_____;
 - A, B, C 中恰有两个发生可表示为_____。

三、选择题

1. 对飞机进行两次射击, 每次射一弹, 设 A 表示“恰有一弹击中飞机”, B 表示“至少有一弹击中飞机”, C 表示“两弹都击中飞机”, D 表示“两弹都没击中飞机”, 则下列说法中错误的是()。

A、 A 与 D 是互不相容的

B、 A 与 C 是相容的

C、 B 与 C 是相容的

D、 B 与 D 是相互对应的事件

2. 下列关系中能导出“ A 发生则 B 与 C 同时发生”的有()。

A、 $ABC = A$

B、 $A \cup B \cup C = A$

C、 $BC \subset A$

D、 $A \subset \overline{B} \cup \overline{C}$

四、写出下列随机试验的样本空间

1. 记录一个小班一次数学考试的平均分数(设以百分制记分);
2. 一个口袋中有 5 个外形相同的球, 编号分别为 1、2、3、4、5, 从中同时取出 3 个球;
3. 某人射击一个目标, 若击中目标, 射击就停止, 记录射击的次数;
4. 在单位圆内任意取一点, 记录它的坐标。

五、在分别标有1,2,3,4,5,6,7,8的八张卡片中任取一张。设事件A表示“抽得一张标号不大于4的卡片”；事件B表示“抽得一张标号为偶数的卡片”；事件C表示“抽得一张标号为奇数的卡片”。请用基本结果表示如下事件：

$A \cup B, AB, \bar{B}, A - B, B - A, BC, \overline{B \cup C}, (A \cup B)C。$

六、在计算机系的学生中任选一名学生,设事件 A 表示“被选学生是女生”,事件 B 表示“被选学生是一年级学生”,事件 C 表示“被选学生是运动员”。

1. 叙述事件 $\overline{AB\bar{C}}$ 的意义;

2. 什么时候 $ABC = C$?

3. 什么时候 $\overline{A} = B$?

习题二 随机事件的概率

一、判断题

1. 概率为零的事件一定是不可能事件。 ()
2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。 ()
3. $P(A - B) = P(A) - P(AB)$ 。 ()
4. $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(AB)$ 。 ()
5. 若 $B \subset A$, 则 $P(B) = P(AB)$ 。 ()
6. 若 $P(AB) = 0$,
 (1) 则事件 A 和 B 不相容; ()
 (2) 则 $P(A) = 0$ 或 $P(B) = 0$ 。 ()

二、填空题

1. 设事件 A, B 互不相容, $P(A) = 0.5, P(B) = 0.2$, 则 $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 已知 $A \subset B, P(A) = 0.3, P(B) = 0.5$, 则 $P(\overline{A}) = \underline{\hspace{2cm}}, P(AB) = \underline{\hspace{2cm}},$
 $P(\overline{AB}) = \underline{\hspace{2cm}}, P(\overline{A \overline{B}}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 若 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A \overline{B}) = 0.3$, 则 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}, P(\overline{AB}) = \underline{\hspace{2cm}},$
 $P(\overline{A \overline{B}}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、选择题

1. 设事件 A, B 互不相容, $P(A) = p, P(B) = q$, 则 $P(\overline{AB}) = (\quad)$ 。
 A、 $(1-p)q$ B、 pq C、 q D、 p
2. 设当事件 A 和 B 同时出现时事件 C 也随之出现, 则()。
 A、 $P(C) < P(A \cup B)$ B、 $P(C) \geq P(A) - P(\overline{B})$
 C、 $P(C) > P(AB)$ D、 $P(C) = P(AB)$

四、设 A, B 是两事件, 且 $P(A) = 0.6, P(B) = 0.7$,

1. 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最大值, 最大值是多少?
2. 在什么条件下 $P(AB)$ 取得最小值, 最小值是多少?

五、设 A, B, C 是三事件, 且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = P(BC) = 0$,

$P(AC) = \frac{1}{8}$ 。求 A, B, C 至少有一个发生的概率。

六、设有 10 件产品, 其中 6 件正品, 4 件次品, 从中任取 3 件, 求下列事件的概率:

1. 只有 1 件次品;
2. 最多 1 件次品;
3. 至少 1 件次品。

七、口袋中有 a 个白球, b 个黑球, 从中一个一个不返回地摸球, 直至留在口袋中的球都是同一种颜色为止。求最后是白球留在口袋中的概率。

八、设有 3 个人及 4 种就业机会, 每人可随机选取任一个就业机会, 求各个就业机会最多达到 1 人、2 人、3 人选择的概率各是多少?

习题三 条件概率

一、判断题

1. 设 S 表示样本空间, 则 $P(A|S) = 1$ 。 ()
2. $P(A|\bar{B}) = 1 - P(A|B)$ 。 ()
3. 若 $A \subset B$, 则 $P(B|A) = 1$ 。 ()
4. 若 $A \subset B$, 则 $P(C|A) \leq P(C|B)$ 。 ()
5. 若 $A \subset B, P(B) > 0$, 则 $P(A) \leq P(A|B)$ 。 ()
6. 若 $P(A|B) > P(A)$ 和 $P(B|C) > P(B)$, 则 $P(A|C) > P(A)$ 。 ()

二、填空题

1. 已知 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A|B) = 0.5$, 则 $P(B|A) = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $P(\bar{A} \cup \bar{B} | A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 已知 $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{6}$, 则 $P(\bar{A} | \bar{B}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 已知 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B|A) = \frac{1}{4}, P(A|B) = \frac{1}{6}$, 则 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 甲乙两人独立地对同一目标射击一次, 其命中率分别为 0.6 和 0.5, 现已知目标被击中, 则它是甲射中的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、已知在 10 只产品中有 2 只次品, 在其中取两次, 每次任取一只, 作不放回抽样, 求下列事件的概率:

1. 两只都是正品;
2. 一只是正品, 一只是次品;
3. 第二次取出的是次品。

四、某商店出售的电灯泡由甲、乙两厂生产,其中甲厂的产品占 60%,乙厂的产品占 40%。已知甲厂产品的次品率为 4%,乙厂产品的次品率为 5%。一位顾客随机地取出一个电灯泡,求它是合格品的概率。

五、有三只盒子,在甲盒中装有 2 枝红芯圆珠笔,4 枝蓝芯圆珠笔,乙盒中装有 4 枝红芯圆珠笔,2 枝蓝芯圆珠笔,丙盒中装有 3 枝红芯圆珠笔,3 枝蓝芯圆珠笔。今从其中任取一枝。设到三只盒子取物的机会相同。

1. 求它是红芯圆珠笔的概率;
2. 若已知取得的是红芯圆珠笔,问它取自甲、乙和丙哪个盒子的可能性大?

六、求证下列各题成立:

1. $P(B \cap \bar{C} | A) = P(B | A) - P(B \cap C | A)$;
2. 设 $P(A) = a, P(B) = b$, 则 $P(A|B) \geq \frac{a+b-1}{b}$ 。

习题四 独立性

一、判断题

1. 概率为零的事件与任何事件都是独立的。 ()
2. 设 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 若 A 与 B 为对立事件, 则 A 与 B 相互独立。 ()
3. 设 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 若 A 与 B 相互独立, 则 A 与 B 相容。 ()
4. A, B, C 相互独立的充分必要条件是它们两两相互独立。 ()
5. 从一大批产品中“不返回”地抽取, 则可以认为各次抽取间产生的事件是独立的。 ()

二、填空题

1. 设事件 A 与 B 相互独立, 已知 $P(A) = 0.5, P(A \cup B) = 0.8$, 则 $P(\overline{A} \overline{B}) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等, 则 $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、选择题

1. 设 $P(A) = 0.8, P(B) = 0.7, P(A|B) = 0.8$, 则下列结论正确的是()。

A、 A 与 B 互不相容	B、 $A \subset B$
C、 A 与 B 互相独立	D、 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
2. 将一枚硬币独立地掷两次, 引进事件: $A_1 = \{\text{掷第一次出现正面}\}; A_2 = \{\text{掷第二次出现正面}\}; A_3 = \{\text{正、反面各出现一次}\}; A_4 = \{\text{正面出现两次}\}$, 则()。

A、 A_1, A_2, A_3 相互独立	B、 A_2, A_3, A_4 相互独立
C、 A_1, A_2, A_3 两两独立	D、 A_2, A_3, A_4 两两独立

四、设第一只盒子中装有 3 只蓝球, 2 只绿球, 2 只白球; 第二只盒子中装有 2 只蓝球, 3 只绿球, 4 只白球。独立地分别在两只盒子中各取一只球。

1. 求至少有一只蓝球的概率;
2. 求有一只蓝球一只白球的概率;
3. 已知至少有一只蓝球, 求有一只蓝球一只白球的概率。

五、甲乙两人投篮,甲投中的概率为 0.6,乙投中的概率为 0.7。今各投 3 次。求:

1. 两人投中次数相等的概率;
2. 甲比乙投中次数多的概率。

六、证明下列各题

1. 已知 $P(A) = p, P(B) = q, P(A \cup \bar{B}) = 1 - q + pq$, 证明 A, \bar{B} 相互独立;
2. 设 A, B, C 三事件相互独立, 试证:
 $A \cup B, AB, A - B$ 皆与 C 相互独立。