

研 · 究 · 生 · 教 · 材

国防科技大学研究生教材专项经费资助出版

季家镕 冯莹 编著

高等光学教程

——非线性光学与导波光学



科学出版社

www.sciencep.com

高等光学教程

——非线性光学与导波光学

季家谔 冯莹 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书以光的电磁理论为基础,介绍了非线性光学和导波光学的基本原理。在非线性光学部分,首先阐述了非线性光学的基本概念,在此基础上深入讨论了常见的二阶、三阶非线性光学现象。在导波光学部分以无源介质光波导和光纤为讨论对象,介绍了导波光学的基本原理和在目前工程上应用较多的导波光学器件。

本书理论分析深刻,内容涉及面广,可供学时数不多而又需要深入学习非线性光学和导波光学知识的研究生作为教材使用,也可供高年级大学生和从事相关领域研究的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等光学教程:非线性光学与导波光学/季家镛,冯莹编著. —北京:科学出版社,2008

ISBN 978-7-03-021093-7

I. 高… II. ①季…②冯… III. ①非线性光学-高等学校-教材 ②导波光学-高等学校-教材 IV. O43

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第020034号

责任编辑:马长芳 杨 然/责任校对:赵桂芬
责任印制:张克忠/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年4月第一版 开本:B5(720×1000)

2008年4月第一次印刷 印张:33 1/4

印数:1—2 500 字数:640 000

定价:58.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换<长虹>)

前 言

1960年第一台激光器的问世给光学领域带来了革命性的变化，人们经过40多年的努力，使得光学这一古老学科得到迅速发展。它现在已经成为具有多个学科、多个研究方向的领域，科研成果的推广应用形成了国民经济中的一个重要产业，对现代社会的进步有着重大的影响。从事光学研究和工程应用的人与日俱增，希望深入学习和掌握光学知识的人越来越多。

马科斯·玻恩和埃米尔·沃耳夫所著的《光学原理》是举世公认的讲述经典光学原理的权威著作，这本书使一代又一代的人受益。该书第七版的中译本已在国内出版发行，上册中有相当一部分内容已编入本科生光学教材。激光器诞生以后，在经典光学的基础上发展而形成了近代光学的理论，这两个方面的知识对于光学工作者来说都是必不可少的。社会对光学人才的需求在不断增长，更多的人正在进入到这一领域，为了系统深入地学习光学知识，希望出现多种版本的既包括经典光学原理，又涉及近代光学理论的基础教材，供不同背景的读者选用。

《高等光学教程》一书是根据编者在国防科技大学讲授高等光学课程的讲稿整理、编辑而成的。在编写过程中参考了国内外近年来出版的有关著作，主要使用对象是光学工程专业方向的研究生。由于内容较多，现分两册出版，这两部分可以各自独立使用。其中第一部分《高等光学教程——光学的基本电磁理论》已由科学出版社出版，主要介绍光学的基本电磁理论。本书为第二部分，内容包括非线性光学和导波光学。第1章和第2章中首先阐述了非线性光学的基本概念，在此基础上深入讨论了常见的二阶、三阶非线性光学现象。在第3章~第6章中，同样运用了光的电磁理论，主要以无源介质光波导和光纤为讨论对象，介绍了导波光学的基本原理和在工程上应用较多的导波光学器件。目前有关非线性光学和导波光学的教材和专著很多，这些出版物大多内容全面而且紧密结合学科前沿的需求，它们为专门从事这方面研究工作的工程技术人员提供了很好的技术支持。然而，大多数光学工程专业的研究生并非专门以非线性光学和导波光学为研究方向，对这部分人来说学时数很有限，通常每门课只有30~36学时，他们没有足够的时间去学习鸿篇巨著。作者编辑本书的目的就是为这部分学生提供一本内容丰富又有一定深度的教材。本书在编写的过程中力求讲清基本概念，注意各部分知识的联系。为了帮助读者巩固所学知识，书后附有各章习题。习题最好是独立完成，对于确有困难的读者，可访问国防科技大学研究生院的教学网站，编者提供习题的答案或提示。

作者衷心感谢南开大学现代光学研究所博士生导师翟宏琛教授，翟教授在百忙之中审阅了本书的初稿，并提出了宝贵的修改意见。

高等光学为国防科技大学研究生院“十一五”期间重点建设的精品课程之一，本教程的编写和出版得到了国防科技大学研究生院和光电科学与工程学院的大力支持。在《高等光学教程》出版之时，作者衷心感谢中国工程院高伯龙院士多年来对编者科研和教学工作的鼓励和支持。作者同时也感谢多年来选修这门课程的学生，在教学过程中是他们经常提出一些看似简单实际上是很深刻的问题，促使编者进行更深层次的思考，同时也丰富了教材的内容。作者感谢国防科技大学博士研究生宁禹和王艺敏两位同学，由于她们的努力，使与该教材相配套的网上教学课件的制作顺利地完成。

光学是一个仍在不断发展中的学科，知识需要不断更新才能跟得上时代的步伐。由于编者水平有限，书中难免出现不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编 者

2008年2月

目 录

前言

第 1 章 光学介质的非线性极化和二阶非线性光学现象	1
1.1 介质的极化、极化强度和极化率	1
1.1.1 介质的线性极化和线性波动方程	1
1.1.2 光频电磁场在介质中产生电极化效应的物理机制	2
1.1.3 光波场的数学表示	3
1.1.4 介质的电极化响应函数和电极化强度	5
1.1.5 电极化率 $\chi^{(1)}$ 、 $\chi^{(2)}$ 、 $\chi^{(3)}$ 数量级的估计	7
1.1.6 电极化强度的展开式	8
1.2 研究介质极化响应的经典模型	12
1.2.1 非中心对称介质中的电极化	12
1.2.2 中心对称介质中的电极化及其 $\chi^{(1)}$ 、 $\chi^{(3)}$ 的讨论	19
1.3 非线性电极化率的性质和倍频电极化率	23
1.3.1 电极化率张量的一般性质	23
1.3.2 倍频极化率	26
1.3.3 描述三波相互作用的二阶极化率张量 $\chi^{(2)}$ 独立张量元的数目	31
1.4 非线性光学介质中的波动方程和三波混频的耦合方程组	32
1.4.1 非线性光学介质中的波动方程	32
1.4.2 三波混频的耦合方程组	34
1.4.3 门莱-罗(Manley-Rowe)关系	37
1.5 和频的产生和耦合波振幅方程	39
1.5.1 和频光波为小信号条件下耦合波振幅方程的解	39
1.5.2 频率上转换	40
1.5.3 三波耦合的相位匹配	44
1.5.4 有效倍频极化率	46
1.6 光学二次谐波的产生	49
1.6.1 二次谐波产生的耦合波方程	49
1.6.2 二次谐波产生的稳态小讯号解	51
1.6.3 二次谐波产生的一般解	52
1.7 二次谐波产生中的相位匹配	56

1.7.1	相位匹配条件的物理意义	56
1.7.2	二次谐波产生中的角度匹配方法	56
1.8	差频的产生和光学参量放大	60
1.8.1	波矢匹配情况下差频耦合波方程的解	61
1.8.2	描述光学参量放大过程耦合波方程的一般解	62
1.9	光学参量振荡器	65
1.9.1	参量振荡器的耦合方程	65
1.9.2	参量振荡器的振荡条件	66
1.9.3	双共振参量振荡器	68
1.9.4	单共振参量振荡器	70
1.9.5	参量振荡器的频率调谐	71
1.9.6	光学参量振荡器中的准相位匹配	76
1.10	聚焦高斯光束产生的非线性光学相互作用	80
1.10.1	近轴波动方程	80
1.10.2	高斯光束的表示	80
1.10.3	用聚焦高斯光束产生谐波	82
	参考文献	84
第2章	三阶非线性光学现象	85
2.1	光学克尔效应	85
2.1.1	各向同性介质中的三阶极化率张量元	85
2.1.2	光学克尔效应	86
2.1.3	光场感应折射率变化和电光效应	91
2.1.4	利用光学克尔效应制作快速光开关	93
2.2	强光通过各向同性非线性介质后偏振状态的变化	94
2.2.1	频率为 ω 的泵浦光通过各向同性非线性介质时的电极化强度	94
2.2.2	一般椭圆偏振光通过各向同性非线性介质时偏振椭圆主轴的旋转	95
2.3	高斯光束的自聚焦	98
2.3.1	高斯光束通过非线性介质时的自聚焦、自陷及自散焦现象	98
2.3.2	稳态自聚焦理论	99
2.4	光学双稳态	103
2.4.1	腔中含有非线性介质的 F-P 干涉仪	104
2.4.2	吸收型光学双稳态	105
2.4.3	色散型光学双稳态	107
2.4.4	全光型光学双稳态器件简介	109
2.4.5	用干涉仪实现的 optical 双稳态的实验研究介绍	110

2.5	两光束耦合	112
2.5.1	动态光栅和非线性折射率 n_{NL}	112
2.5.2	非线性介质中的两光束耦合	114
2.6	光孤子	115
2.6.1	自相位调制	116
2.6.2	群速度色散	118
2.6.3	光脉冲传播的方程	119
2.7	光学相位共轭	123
2.7.1	相位共轭波介绍	123
2.7.2	畸变修正定理	125
2.7.3	相位共轭光的产生	127
2.8	受激拉曼散射	133
2.8.1	拉曼散射现象	133
2.8.2	受激拉曼散射的经典理论	136
2.8.3	斯托克斯波和反斯托克斯波的耦合振幅方程	140
2.8.4	耦合振幅方程组的求解	145
2.8.5	斯托克斯波和反斯托克斯波的耦合增益与波矢失配关系的讨论	148
2.8.6	受激拉曼散射的方向性	151
2.9	受激布里渊散射	153
2.9.1	受激布里渊散射的量子模型	154
2.9.2	强光作用下介质中的声波场方程	157
2.9.3	存在弹性光学效应时的电磁场方程	159
2.9.4	受激布里渊散射	160
2.9.5	受激布里渊散射的多级散射谱线结构	163
2.10	光折变效应	165
2.10.1	光折变效应概述	165
2.10.2	Kukhtarev 光折变方程	170
2.10.3	光折变晶体中的两光束耦合	172
2.10.4	光折变晶体中的简并四波混频	180
	参考文献	182
第3章	介质光波导的模式理论	184
3.1	平板波导的线光学模型	184
3.1.1	三层平板波导	184
3.1.2	线光学模型确立的平板波导中模式本征方程	185
3.1.3	模式本征方程的图解方法	188

3.1.4	波导的归一化参量	191
3.1.5	波导的有效厚度	194
3.2	介质光波导电磁理论的基本原理	196
3.2.1	介质光波导中场量及其分量所满足的方程	196
3.2.2	波导的模式	197
3.2.3	介质光波导中的波动方程	199
3.2.4	由对称性得出的波导本征模的性质	200
3.2.5	波导模式的正交性	202
3.2.6	波导模式的展开式和归一化	204
3.3	三层平板波导的电磁理论	206
3.3.1	平板波导中模式的一般讨论	206
3.3.2	对称平板波导中的导模	208
3.3.3	不对称平板波导中的导模	212
3.3.4	三层平板波导中波导层等效厚度和古斯-汉欣位移的估算	217
3.4	具有渐变折射率分布的平板波导	218
3.4.1	具有平方律分布的平板波导	219
3.4.2	具有指数型分布的平板波导	223
3.4.3	WKB近似法	226
3.4.4	一维扩散平板波导	233
3.5	条形介质波导	236
3.5.1	矩形介质波导的马卡提里近似分析方法	237
3.5.2	有效折射率法及其在矩形波导模式分析中的应用	243
3.5.3	脊形波导	246
3.6	渐变折射率矩形波导	248
3.6.1	一维扩散条载波导	248
3.6.2	二维扩散条形波导	251
	参考文献	256
第4章	介质光波导器件和原理	258
4.1	模耦合振幅方程的一般形式	258
4.1.1	微扰波导中的微扰极化波源 $\Delta P(r, t)$	258
4.1.2	模耦合振幅方程一般形式的推导	258
4.2	定向耦合	262
4.2.1	两相邻波导模式耦合的耦合振幅方程	263
4.2.2	两相邻波导模式间的同向耦合	263
4.2.3	两相邻波导模式间的反向耦合	271

4.2.4	耦合波导系统的本征模式——超模	273
4.2.5	半导体激光器阵列中的模耦合	278
4.3	光波导结构中的光栅理论	284
4.3.1	集成光路中使用的无源光栅器件介绍	284
4.3.2	光栅耦合的模耦合方程一般形式	285
4.3.3	共线耦合	287
4.3.4	周期平板介质波导中的反向耦合	289
4.3.5	用作光滤波器和反射器的周期性光波导	294
4.4	常用光束——波导耦合方法和原理	298
4.4.1	光栅耦合器	298
4.4.2	棱镜耦合器	308
4.4.3	端面的耦合方法	316
4.5	电光波导调制器和开关	317
4.5.1	相位调制器	317
4.5.2	强度调制器	320
4.5.3	定向耦合调制器和开关	322
4.6	光波导波分复用器件	327
4.6.1	马赫-曾德尔干涉仪复用器	328
4.6.2	采用电光开关定向耦合结构的复用器	330
4.6.3	阵列波导光栅复用器	332
4.7	光波导偏振器	338
4.7.1	金属包覆介质波导偏振器	338
4.7.2	覆盖层使用各向异性晶体的偏振器	342
4.7.3	钛扩散和质子交换组合波导偏振器	343
	参考文献	343
第5章	光纤的模式理论和传输特性	345
5.1	光纤的类型和阶跃型折射率光纤的光线理论分析	345
5.1.1	常用光纤的结构和分类	345
5.1.2	光纤中光线的种类	347
5.1.3	子午光线传输特性分析	348
5.1.4	偏斜光线传输特性分析	351
5.1.5	传导偏斜光线的模式本征方程	353
5.2	圆柱坐标系中的波动方程	356
5.3	阶跃型折射率光纤中的模式理论	360
5.3.1	阶跃型折射率光纤中导模的模式本征方程	361

5.3.2	阶跃型折射率光纤中导模的类型、特征和模截止条件	365
5.3.3	一般情形下用图解法求解阶跃型折射率光纤中模式本征方程	370
5.3.4	光纤横截面内低阶导波模的电力线分布图	373
5.4	阶跃型折射率光纤中的线偏振模式——LP 模	374
5.4.1	弱导条件下 TE_{0m} 模和 TM_{0m} 模的简并	374
5.4.2	弱导条件下 $HE_{l+1,m}$ 模和 $EH_{l-1,m}$ 模的本征方程和模式简并	375
5.4.3	弱导光纤中由 $HE_{l+1,m}$ 模和 $EH_{l-1,m}$ 模形成的叠加模式场分量	376
5.4.4	线偏振模式 LP_{lm}	378
5.4.5	阶跃型折射率光纤中 LP 模式的特性	382
5.4.6	阶跃型折射率光纤中的功率流	387
5.5	渐变折射率光纤的近似分析方法	389
5.5.1	折射率具有平方律分布的光纤中模式近似分析方法	390
5.5.2	在折射率具有圆对称平方律分布的光纤中光脉冲的传播	393
5.5.3	具有平方律分布的光纤在柱坐标系中模场分布的近似解析解	394
5.5.4	具有平方律分布的光纤中模式场分布的 WKB 近似分析方法	397
5.5.5	用 WKB 近似法得到的结果求渐变折射率光纤中导模的容量	402
5.6	光纤的损耗	404
5.6.1	光纤的衰减系数	404
5.6.2	光纤的损耗机理	404
5.7	光纤的色散	411
5.7.1	群延时间和群延时率,模内色散简介	412
5.7.2	模内色散之一——材料色散	413
5.7.3	模内色散之二——波导色散	418
5.7.4	群速度色散对单个模式构成的光脉冲传播的影响	421
5.7.5	多模色散	425
参考文献		426
第 6 章 单模光纤:性质、器件和传感应用		428
6.1	单模光纤的性质	428
6.1.1	单模光纤中的传播模式和场的径向分布	428
6.1.2	单模光纤中的色散	431
6.2	单模光纤横向场分布的近似表示和耦合损耗的讨论	435
6.2.1	单模光纤模式近场分布的高斯近似	435
6.2.2	存在对准误差情况下单模光纤的耦合损耗	438
6.3	单模光纤的双折射及其对脉冲展宽的影响	440
6.3.1	纤芯不圆引起的形状双折射	440

6.3.2	各向异性应力通过弹光效应引起的应力双折射	442
6.3.3	保偏光纤	444
6.4	单模光纤无源器件介绍	447
6.4.1	光纤耦合器	447
6.4.2	光纤偏振器	450
6.4.3	光纤偏振控制器	452
6.4.4	光纤光栅	453
6.4.5	光纤相位调制器	458
6.5	掺铒光纤放大器	459
6.5.1	掺铒光纤放大器简介	459
6.5.2	掺铒光纤放大器的工作原理	460
6.5.3	掺铒光纤放大器中的速率方程	462
6.5.4	掺铒光纤放大器中的泵浦光功率 $P_p(z)$ 和信号光功率 $P_s(z)$	466
6.5.5	掺铒光纤放大器的增益	471
6.5.6	掺铒光纤放大器中的噪声	476
6.5.7	掺铒光纤放大器的结构	476
6.6	光纤传感器简介	477
6.6.1	马赫-曾德尔干涉仪型光纤传感器	478
6.6.2	光纤电流传感器	482
6.6.3	光纤旋转传感器(光纤陀螺)	484
	参考文献	488
	练习题	490
	附录 A 单色平面波平均光强的计算公式	505
	附录 B 分贝	507
	附录 C 单模光纤中模场分布的高斯近似	508
	附录 D 萨奈克效应的经典证明	510
	索引	512

第 1 章 光学介质的非线性极化和二阶非线性光学现象

当强光入射至介质中时,会产生非线性极化。本章用经典的电磁场理论讨论介质极化率张量的表示和性质。在此基础上进一步分析了非中心对称晶体中的二阶非线性光学效应,如和频、差频、光学参量放大和参量振荡等。

1.1 介质的极化、极化强度和极化率^[1~6]

1.1.1 介质的线性极化和线性波动方程

1. 介质的线性极化和线性电极化率

理想的电介质中不存在自由电子或自由离子,它的电导率 $\sigma = 0$ 。在外加电场 E 的作用下电介质中的宏观电偶极矩分布会发生变化。若从宏观上描述介质的极化状态,则可将它看成是一个连续介质并用电极化强度矢量 P 来描述。设 E 是一个弱场($E < 10^5 \text{ V/m}$),对于均匀各向同性介质来说,电极化强度 P 和宏观电场 E 之间存在着下式所描述的线性关系,即

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad (1.1.1)$$

这时,式中的 χ 为一常数,它是均匀各向同性介质中的线性电极化率。在这类介质中,由一个弱场所产生的介质电极化强度 P 和 E 的方向是一致的。

各向异性介质中介质的极化用介电张量来描述,在弱场条件下,电极化强度只与 E 的一次方有关,表示为

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad (1.1.2a)$$

或

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j \quad (i, j = 1, 2, 3 \text{ 或 } x, y, z) \quad (1.1.2b)$$

式中, χ 是一个二阶张量,它有 9 个张量元,用 χ_{ij} 来表示。

介质中的电位移矢量

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 (1 + \chi) E = \epsilon_0 \epsilon E = \epsilon E \quad (1.1.3a)$$

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j \quad (i, j = 1, 2, 3 \text{ 或 } x, y, z) \quad (1.1.3b)$$

式中,介电张量 ϵ 是一个二阶张量, ϵ_{ij} 是它的张量元。在晶体光学中介绍过能量守恒定律要求 ϵ 为一对称张量,即 $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$,在各向异性介质中

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3 \text{ 或 } x, y, z) \quad (1.1.4)$$

式中, δ_{ij} 是克罗内克(Kronecker)符号, 由上式可以推知 χ 也为一对称张量, 其张量元

$$\chi_{ij} = \chi_{ji}$$

2. 线性波动方程

无论是在各向同性介质中还是在各向异性介质中若关系(1.1.1)式或(1.1.2a)式成立, 则当一个单色光波入射至介质中时, 电极化强度 \mathbf{P} 以与 \mathbf{E} 同样的频率发生简谐变化, 并辐射出相同频率的电磁波, 这也就是次波辐射。由次波辐射与入射光波相互作用所得的结果可以解释光的反射、折射和散射现象。

在均匀各向同性介质中的线性波动方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.5)$$

上述方程是 \mathbf{E} 的三个分量的一组线性微分方程组, 因此当不同频率的光同时入射至介质中时光波之间不发生相互耦合作用, 因而也不会产生新的频率的光。在各向异性介质里, (1.1.5)式中的介电常数应代以介电张量 ϵ , 这时组成矢量 \mathbf{E} 的某一频率光波的电场三个分量之间会有交叉相互作用, 但由于波动方程中只有 \mathbf{E} 的一次方, 因而不同频率分量之间仍然是独立作用的, 在不同频率的光波之间没有出现交叉耦合, 它们各自满足一个波动方程。

以 \mathbf{P} 和 \mathbf{E} 的线性极化关系为基础所讨论的光学现象服从线性波动方程(1.1.5), 由此得到的结论可以用来阐明光的叠加原理、独立传播原理等, 它属于线性光学范围。

1.1.2 光频电磁场在介质中产生电极化效应的物理机制^[4]

光频电磁场入射到介质中时, 在介质中所产生的极化无论是线性的还是非线性的, 其物理机制主要有以下几个方面。

1. 电子云畸变

在入射光场作用下, 组成介质原子电子云的负电荷中心和原子核的正电荷中心不再重合, 因而由于电子云的畸变而产生电偶极矩, 这种类型的极化也称为电子极化。电子极化的响应时间极快, 大约等于电子轨道运动的本征周期, 一般为 $10^{-16} \sim 10^{-15}$ s 的量级。当入射的光频接近原子的某一吸收带时, 相应极化率 χ 的值将大大地增强。

2. 离子位移极化

在入射光场作用下,组成离子键的介质中正负离子存在相对运动,因而引起振动、扭曲或键角的变化,由此产生对感应电偶极矩的附加贡献。这种过程的响应时间与离子本征振动的周期同数量级,为 $10^{-14} \sim 10^{-12}$ s 的量级。

3. 偶极子取向极化

组成介质的分子具有一定的本征电矩,由于热运动使得介质内总的电矩的矢量和为 0。在外界光频电场的作用下,重新做规则取向运动,从而导致了感应电极化的附加贡献。这一过程的响应时间为 $10^{-13} \sim 10^{-12}$ s 的量级,具体的大小依赖于分子转动阻尼的大小。

4. 介质中感应声学运动的贡献

在入射强光场的作用下,介质内部的带电质点如离子产生位移,因而介质中的密度分布受到外加电场的支配,在介质内部产生了由于电致伸缩效应而引起的宏观声波场,进而对介质的感应极化产生附加的贡献。这种过程的响应时间为 $10^{-9} \sim 10^{-8}$ s 的量级,具体的响应时间与介质所处的状态是固态、液态还是气态有关。

5. 粒子数按能级分布变化的贡献

介质的电极化效应与组成它的粒子如分子、原子在不同能级上的分布状态有关。在强共振作用的情况下,外加光场使得粒子数在不同能级上的分布发生变化,从而导致介质感应电极化的附加变化。这种贡献机制的响应时间和弛豫时间与所涉及的共振跃迁过程的动力学输运特性有关,响应时间一般慢于上述第一、第二两种类型。

以上所列举的只是产生介质极化的主要的几种物理机制,对于某一个非线性光学现象来说,产生它的物理原因可能不止一个,究竟是哪一个或几个过程在起作用得看具体的实验条件。

1.1.3 光波场的数学表示

一个时间的非周期性实函数 $E(t)$ 可以用傅里叶积分表示成

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega) e^{-j\omega t} d\omega \quad (1.1.6)$$

由于 $E(t)$ 是实函数,所以 $E(\omega) = E^*(-\omega)$,也就是说 $E(t)$ 的频谱函数是厄米的。

在非线性光学中我们遇到的问题更多的是单个或多个具有分立谱的光波入射至介质中的情形。一个频率为 ω_n 用实函数描述的简谐波,它的电场矢量

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = E_0 \cos(\omega_n t - \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}) \quad (1.1.7)$$

(1.1.7)式也可以表示为

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} E_0 e^{i\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}} e^{-j\omega_n t} + \frac{1}{2} E_0 e^{-i\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}} e^{j\omega_n t}$$

令复振幅

$$\mathbf{E}(\omega_n) = \frac{1}{2} E_0 e^{i\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}}$$

则(1.1.7)式变成

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\omega_n) e^{-j\omega_n t} + \mathbf{E}^*(\omega_n) e^{j\omega_n t} \quad (1.1.8)$$

定义

$$\mathbf{E}^*(\omega_n) = \mathbf{E}(\omega_{-n}) = \mathbf{E}(-\omega_n)$$

(1.1.8)式又可表示为

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\omega_n) e^{-j\omega_n t} + \mathbf{E}(-\omega_n) e^{-j(-\omega_n)t} = \sum_{n=\pm n} \mathbf{E}(\omega_n) e^{-j\omega_n t} \quad (1.1.9)$$

如果在入射光中含有频率为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ 的成分, 则总的入射光场由下式表示:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n' \mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{E}(\omega_n) e^{-j\omega_n t} \quad (1.1.10)$$

式中, 求和记号 \sum_n 表示 $n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$, 而 \sum_n' 表示 n 只取上述 $2n$ 个值中的正数值, 即 $n = 1, 2, \dots, n$ 。

参照以上入射光场电矢量 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 的实数表示方法, 也可以将相应的磁场强度 \mathbf{H} 表示成类似的形式, 由此出发用坡印亭矢量大小的时间平均值 $\langle S \rangle$ 去计算光强。设入射光场中仅含频率为 ω 、复振幅为 $\mathbf{E}(\omega)$ 的光, 入射光的光强表示如下:

在 MKS 制中

$$I = 2n \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{2}} |\mathbf{E}(\omega)|^2 = \frac{2n}{Z_0} |\mathbf{E}(\omega)|^2 \quad (1.1.11a)$$

在高斯制中

$$I = \frac{nc}{2\pi} |\mathbf{E}(\omega)|^2 \quad (1.1.11b)$$

式中, n 为介质的折射率, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $Z_0 = 377 \Omega$, 在 MKS 制中光强的单位是 W/m^2 , 在高斯制中光强的单位是 $\text{erg}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$ ($1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$)。

比较(1.1.6)式和(1.1.10)式, 可以看到电场为时间非周期性函数时具有连续谱, 而电场为时间周期性函数时具有分立谱, 这两个式子在本质上是一致的, 都是场的傅里叶展开。在有些文献中 $\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t)$ 是用下面式子表述的:

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\omega_n) e^{-j\omega_n t} + \text{c. c.}$$

将上式与(1.1.8)式相比较,可以看到对于同样的外加光场,这一表达方式中的 $\mathbf{E}(\omega_n)$ 值增大到两倍。由此得到的有些公式和结果在形式上会有差别,关于这一点提醒读者注意。

在线性光学中我们根据处理不同问题的需要,在表示光场的电矢量时有时使用复数形式,有时使用实数形式。在非线性光学中大量的问题都牵涉到 E^2 和 E^3 ,对于这类非线性运算问题,必须将 E 表示成实数形式。

为了方便读者查对,在附录A中列出了光学中常用的三种场量表示方法,同时也给出了在MKS制中坡印亭矢量和平均光强的表达式。

1.1.4 介质的电极化响应函数和电极化强度^[5]

在外加光场作用下,介质中的电极化强度为线性电极化强度 $\mathbf{P}^{(1)}$ 和各阶非线性电极化强度之和

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}^{(1)}(t) + \mathbf{P}^{(2)}(t) + \mathbf{P}^{(3)}(t) + \cdots + \mathbf{P}^{(n)}(t) + \cdots \quad (1.1.12)$$

式中,上标 (n) 表示极化的阶数,它与外加电场强度的 n 次幂有关。极化是一个物理过程,不同的极化机理有着不同的弛豫时间。 t 时刻介质的电极化强度 $\mathbf{P}(t)$ 与 t 时刻以前的任一时刻 τ 的电场强度 $\mathbf{E}(\tau)$ 之间的联系用一个电极化响应函数 $\mathbf{R}(t-\tau)$ 来描述。

在线性极化的情形中,相应的电极化强度

$$\mathbf{P}^{(1)}(t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \mathbf{R}^{(1)}(t-\tau) \cdot \mathbf{E}(\tau) d\tau \quad (1.1.13)$$

式中, $t-\tau$ 为考察的时刻 t 与光场入射的时刻 τ 之差,以它作为自变量说明电极化响应只与时间差 $t-\tau$ 有关,而与时间坐标原点的选取无关。换句话说 $\mathbf{R}^{(1)}(t-\tau)$ 是一个时间不变函数,入射光场在时间上的平移只是使感生极化产生同样的平移。(1.1.13)式也反映了感生电极化与入射光场之间的因果性关系。在(1.1.13)式中 \mathbf{E} 和 \mathbf{P} 都是实际可测量的物理量,都是实函数。这就要求电极化响应函数满足真实性条件,即 $\mathbf{R}^{(1)}$ 必须为一实张量。(1.1.13)式中的 $\mathbf{R}^{(1)}$ 是一个二阶张量,它与 $\mathbf{E}(\tau)$ 点乘后得一矢量,并以此作为被积函数。

由因果性原理,当 $\tau > t$ 时

$$\mathbf{R}^{(1)}(t-\tau) = 0$$

根据这一补充定义,(1.1.13)式中的积分上限可扩展至 $+\infty$,这时

$$\mathbf{P}^{(1)}(t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{R}^{(1)}(t-\tau) \cdot \mathbf{E}(\tau) d\tau \quad (1.1.14)$$

对(1.1.14)式作变量代换,最后得到