

普通高等教育基础课规划教材

大学物理实验

◆ 杨俊才 何焰蓝 主编

◆ 丁道一 康 强 副主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



普通高等教育基础课规划教材

大学物理实验

主 编	杨俊才	何焰蓝
副主编	丁道一	康 强
参 编	黄松筠	王吉元
	胡 心	兰 勇
	沈 志	黄水花
	刘 菊	高永楣
	蔡益民	



机械工业出版社

本教材是参照教育部高等学校工科物理课程教学指导委员会制定的“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，借鉴国内外面向 21 世纪物理实验教学内容和课程体系研究与改革的成果，并结合多年来的教学实践经验编写而成的。

本教材以层次化为主线，对整个课程体系进行了调整，全书分为六章，共有 60 余个实验，其中既包含有物理实验的基础知识，又包含了以单元划分为基础的物理实验，同时还包含了具有近代物理内容的综合性物理实验、设计性实验和小课题实验。另外，本教材还以军事院校网上物理虚拟实验室为平台，开发了虚拟物理实验。

为了更好地培养 21 世纪创新人才，本教材给出了一些与现代科技前沿接轨的最新应用彩图，并在许多实验之后给出了与之有关的简要历史介绍。

本教材可作为高等院校工科各专业的教科书或参考书，并适合不同层次的教学需要。

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理实验/杨俊才，何焰蓝主编. —北京：机械工业出版社，2004.5

普通高等教育基础课规划教材

ISBN 7-111-14353-1

I. 大... II. ①杨...②何... III. 物理学—实验—高等学校—教材
IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 033726 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：李永联 版式设计：冉晓华 责任校对：张晓蓉

封面设计：饶 薇 责任印制：洪汉军

北京中兴印刷有限公司印刷 · 新华书店北京发行所发行

2004 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

1000mm×1400mm B5 · 10.75 印张 · 16 插页 · 454 千字

定价：35.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

前言

本教材是参照由原教育部高等学校工科物理课程教学指导委员会于20世纪90年代制定的“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，借鉴国内外面向21世纪物理实验教学内容和课程体系改革与研究的成果，结合国防科技大学多年来教学改革和课程建设的实践经验，在原教材（1994年版）的基础上重新编写而成的。

本教材在课程体系的设计上，试图寻求一种优化的模式。由于实验课程往往受到条件限制，教学中学生必须循环进行实验，很难按照教材上的顺序来实施教学。因此，有必要研究和设计与教学实际相适应的最佳的内容组合形式。实际上，掌握正确的实验思想、建立最佳的实验模型、学会典型的实验方法、培养良好的实验技能和素养都是相通的，通过课程体系的设计来追求整体的综合效果，以更好地实现教学目标。

在教学内容的安排上，大力加强基础，同时力求实现现代化。20世纪以来科学技术的巨大成就，应该使我们的实验教学面貌一新，应当把一个生机勃勃的、不断发展的实验内容教给学生，以培养和激发他们的创新精神。另一方面，无论科学技术发展多么迅速，新的知识、新的技术总是在原有科学技术的基础上产生的，掌握了基础，就有了根基，就能不断地自我发展。当然，随着时代的进步，基础也在不断发生变化，我们必须不断地用现代的观点来选择内容载体，用新的视野来确定实验基础，从新的角度来描述经典内容，用新的技术来改造传统实验。

在教学方法的考虑上，力求突出创新精神和创新能力的培养。很多创造性思维方法在物理实验课中都有生动的体现。如观察思维方法、比较思维方法、假设思维方法、目标思维方法、批判思维方法等。实验教学不能满足于从现有理论出发，去验证、模拟理论结果，追求与理论结果或教师期望值相吻合的实验结果。从实验学出发，通过观察、测量、分析去总结变化规律，再上升到理论，对于培养学生的创新能力更为重要。教师的主要作用在于引导，要鼓励学生大胆想象、独立思考、勇于提出自己的见解，实验课尤其要发挥学生的积极性和主动性。实践证明，综合设计性实验是培养学生实验能力和创新能力的有效途径。

基于以上考虑，本教材共分为六章。第1章介绍物理实验基本知识；第2章为模块化基本实验，是物理实验知识、能力、素质的基本训练阶段，书中采用单元实验的形式，每个单元按照实验内容或方法来突出一条主线，每个实验体现一

个重点, 实际教学时可按照单元进行循环, 以便由浅入深、循序渐进, 增强实验内容之间的联系性; 第3章为综合性实验, 此阶段为提高性阶段, 主要培养学生综合运用实验方法和实验仪器, 来解决实际问题的能力; 第4章为设计性实验, 首先介绍一些关于科学实验的基本方法和思维方式, 比如如何选择课题、如何选择实验方法、如何选配实验仪器等; 第5章为小课题实验, 提出一些新技术、新物理效应或综合性的小课题, 由学生自主完成实验, 学生也可以自提课题, 由实验室提供条件, 通过小科研课题式的设计性实验的训练, 进一步培养学生的实验设计能力和创新素质, 为提高科研能力奠定基础。

第6章为计算机模拟实验, 目的是作为实验室操作实验的补充和完善。书中以军事院校网上物理虚拟实验室为平台, 介绍其操作使用。学生可以在网上进行实验预习和模拟实验, 也可以在完成实验室操作实验后, 再在网上进行深入学习和复习, 特别是学生还可以在网上自行设计实验、进行探索性实验、开展学科竞赛等。

本教材在许多实验之后还给出了一些关于该实验的简要历史介绍, 并提供了一些与现代科技前沿接轨的最新应用彩图, 以努力使大学物理实验课程成为一个开放性的展示现代科技发展的窗口, 激发学生的学习热情和兴趣。

实验课程建设是一项集体的事业, 需要长期不懈的努力, 日积月累、与时俱进、不断改革、潜心建设。多年来, 所有在物理实验室工作过的人员, 都为该课程的建设做出了贡献, 时值本教材出版之际, 在此一并致谢。

参加此次教材编写的教师, 都具有多年从事物理实验教学的丰富经验, 编写方案几经集体讨论, 个人分工撰写, 反复修改而成。具体撰写人有杨俊才、何焰蓝、丁道一、康强、黄松筠、王吉元、胡心、兰勇、沈志、黄水花、刘菊、高永楣、蔡益民、杜慧娴、卓尚攸等。有的教师虽然没有具体执笔编写, 但也吸收了他们的意见和经验, 使得该教材成为集体智慧的结晶。杨俊才同志对整个教材的体系的调整给出了指导性的意见, 本书的统稿和全部图的绘制均由何焰蓝同志完成。丁道一同志与何焰蓝同志一起参与了本教材的修改。

本教材在编写过程中, 参考了许多兄弟院校的教材和会议资料, 吸收了国内外物理实验教学改革的经验; 北京工业大学邓金祥教授审阅了全书, 提出了许多宝贵意见, 在此一并表示衷心的感谢。由于我们的水平有限, 书中难免存在不妥之处, 敬请读者批评指正。

杨俊才 何焰蓝

2003年9月于长沙

目 录

前言

第 1 章 物理实验基本知识 1

1.1 绪论 1

1.2 基本测量仪器 26

1.3 实验报告示例 44

第 2 章 单元实验 48

2.1 第一单元 48

实验 1 单摆法测定重力加速度 48

实验 2 自由落体法测定重力加速度 50

实验 3 牛顿第二定律的研究 55

实验 4 碰撞过程研究 62

实验 5 周期运动 65

实验 6 用谐振子测定重力加速度 69

实验 7 用复摆测定重力加速度 71

2.2 第二单元 74

实验 8 金属弹性模量的测量 74

实验 9 线膨胀系数的测定 79

实验 10 液体表面张力系数的测量 82

实验 11 非良导体热导率的测定 85

实验 12 气体比热容比 c_p/c_v 的测定 90

2.3 第三单元 93

实验 13 单臂电桥 93

实验 14 热敏电阻的温度特性 99

实验 15 用双臂电桥测低电阻 101

实验 16 变阻器的特性研究 104

实验 17 用电位差计测量电动势 110

实验 18 交流电桥 113

实验 19 RLC 电路稳态特性的研究 120

实验 20 RLC 电路暂态特性的研究 125

2.4 第四单元 130

实验 21 电子束在电场、磁场中的聚焦和偏转	130
实验 22 示波器的使用	136
实验 23 用电流场模拟静电场	149
实验 24 非均匀磁场的测量	158
实验 25 霍尔效应及其应用	164
实验 26 密立根油滴法测量电子电荷	171
2.5 第五单元	177
实验 27 牛顿环	177
实验 28 劈尖干涉	180
实验 29 迈克尔逊干涉仪	182
实验 30 分光计的调整与使用	190
实验 31 光的色散的研究	196
实验 32 光栅衍射 1	201
实验 33 普通照相与底片的冲洗	204
实验 34 全息照相 1	217
实验 35 全息照相 2	224
第 3 章 综合性实验	230
实验 36 声速的测定	230
实验 37 用波尔共振仪研究受迫振动	236
实验 38 核磁共振法测磁场	243
实验 39 声光效应及其应用	250
实验 40 动态法测弹性模量	255
实验 41 光电效应及光电管特性研究	258
实验 42 光热偏转效应	263
实验 43 Chua's Circuit 混沌实验	266
实验 44 氢原子光谱	270
实验 45 光栅光谱	276
实验 46 箔式应变片性能研究——传感器原理实验 1	283
实验 47 霍尔传感器的应用——电子秤——传感器原理实验 2	288
实验 48 光纤传感器——传感器原理实验 3	289
实验 49 乐器(吉他)弦振动的研究	292
第 4 章 设计性实验	297
概述	297
实验 50 扭摆法测定物体的转动惯量	305
实验 51 单摆法测重力加速度系统误差的修正	310
实验 52 粘滞性阻尼常数的测定	311

实验 53 电阻测温	313
实验 54 用电位差计校准电流表	316
实验 55 用迈克尔逊干涉仪测量白光光源的相干长度	319
实验 56 用迈克尔逊干涉仪测量压电陶瓷的电致伸长系数	320
实验 57 金属细丝直径的测量	321
实验 58 用分光计测反射光的偏振特性	322
实验 59 光栅衍射 2——用光栅观测斜入射光线的衍射	323
实验 60 全息光学透镜的制作	325
第 5 章 小课题实验	327
第 6 章 物理虚拟实验室	328
附录	331
附录 A	331
附录 B	338
参考文献	366

第1章 物理实验基本知识

1.1 绪论

本篇主要介绍的测量误差理论、实验数据处理、实验结果表述等初步知识,是进入大学物理实验前必备的基础,也是今后从事科学实验工作所要了解和掌握的。但是,这部分内容涉及面广,深入的讨论将超出本课程的范围,如测量误差理论,应属于数理统计学或计量学的范围。因此,本篇只侧重于介绍一些基本概念,引用一些结论和计算公式,以满足本课程教学的需要。在以后的实验过程中,还将适当安排一些内容,通过实际运用加深理解,逐步掌握。

1.1.1 测量误差

1. 测量及其误差

(1) 测量及其分类 物理实验是以测量为基础的。不论是研究物理现象、验证物理原理,还是研究物质特性等,都要进行测量。所谓测量,就是用一定的量具或仪器,通过一定的方法,直接或间接地与被测对象进行定量比较。测量的结果应包括数值、单位以及用不确定度表示的可信赖程度。

测量可分为直接测量和间接测量。如果待测量的大小可以直接从测量仪器或量具上读出,称为直接测量;如果待测量是由若干个直接测量量经过一定的函数关系运算后获得,称为间接测量。例如,用米尺测量物体的长度、用秒表计时等都是直接测量;而测量物体的密度,需先测出物体的体积和质量,再用公式 $\rho = m/V$ 计算得出密度值,因此是间接测量。

测量方式又可分为等精度测量与非等精度测量。同一测量者,用同样的方法,使用同样的仪器并在相同的条件下对同一物理量进行的多次测量,称作等精度测量。尽管各次测量值可能不相等,但没有理由认为哪一次(或几次)的测量值更可靠或更不可靠。实际上,一切物质都在运动中,没有绝对不变的人和事物,只要其变化对实验的影响很小乃至可以忽略,就可认为是等精度测量。以上所述各项,如有一项发生变化,导致明显影响实验结果,即为非等精度测量。本篇中以后说到的多次测量,都是指等精度测量。

(2) 误差的概念 测量的目的是为了知道待测物理量的数值大小。在一定条件下,任何物理量的大小都有一个客观存在的真实值,称为真值。被测量的真值

是一个理想的概念,一般说来是不知道的,在某些特殊情况下,用约定真值来代替真值。在实际测量中,通常只能根据对测量数据进行全面分析和适当处理的结果,得到一个可能最接近真值的测量值,这个测量值被称为测量的最佳值。

每个具体测量都是依据一定的理论或方法,在一定的环境中使用一定的仪器,由一定的人进行的。由于理论及测量方法的局限性或近似性、环境的不稳定性、实验仪器灵敏度和精度的局限性、人的测量技能和判断能力等的影响,测量得到的结果不可能与客观存在的真值完全相同,它们之间或多或少地总是存在一定的偏差,这种包含偏差的测量结果被称为测量值,而测量值与真值之差称为测量值的误差。实践证明,误差存在于一切测量之中,而且贯穿于测量过程的始终。因此,分析测量中产生的各种误差,尽量减小或消除其影响,并对测量结果中未能消除的误差作出估计,给出测量结果的不确定度是物理实验和任何科学实验中必不可少的工作。为此,必须了解误差的概念、特性、产生的原因及测量结果的不确定度的概念与估算方法等有关知识。

测量误差就是测量结果与待测量的真值(或约定真值)之差值。测量误差的大小反映了测量结果的准确程度。测量误差可以用绝对误差 ϵ 表示,也可以用相对误差 E 或百分误差 E_0 表示。

$$\epsilon = \text{测量值} x - \text{被测量的真值} a$$

$$E = \frac{\text{绝对误差} \epsilon}{\text{测量最佳值} \bar{X}} \times 100\% \quad (1-1)$$

$$E_0 = \frac{|\text{测量最佳值} - \text{约定真值}|}{\text{约定真值}} \times 100\%$$

绝对误差反映了测量值偏离真值的大小和方向;相对误差或百分误差则表示误差对测量结果影响的严重程度,因它的表示不仅需要考虑误差的大小,还需要考虑被测量本身的大小,所以它能全面评价测量的优劣。

在上述传统的误差定义中,由于真值一般不可能准确知道,测量误差也就不可能确切获知,因此测量结果的误差无法真正表示出,也无从计算。在大学物理实验教学中,一般只能计算或估计误差分布的数值特征,用以表示测量结果的不确定性。与误差的定义并不一致,它不指具体的误差值,而是用来表示和一定置信概率相联系的误差分布范围即误差限。为此,本课程采用国际通用的“不确定度”新概念来量化评定测量质量。

不确定度是指由于测量误差的存在,被测量量的真值以一定概率落于其中的量值范围评定,其实质是对误差的一种具体的估计。

应当注意的是,不确定度和误差是两个完全不同的概念,它们之间既有联系,又有本质区别。在物理实验教学中,用不确定度来评价测量质量,进行定量计算,但在实验的设计、分析处理中,常常需要通过误差分析来指导修正、完善

实验方案,使理论设计过渡到实际可行的测量方案中,这都要涉及到误差的基本概念。从易学考虑,将不确定度放在后边具体讨论。

2. 误差的分类

如前所述,误差存在于一切测量的始终。产生误差的原因是多方面的,其表现亦各不相同。根据误差的性质,可将其划分为两类:

(1) 系统误差 在等精度条件下对同一被测量多次测量时,误差的数值与符号保持恒定或以可预知方式变化的测量误差分量,称为系统误差,其特征是它具有确定性。

(2) 随机误差 在等精度条件下对同一被测量多次测量时,误差的数值与符号以不可预知、无法控制的方式变化的测量误差分量,称为随机误差,其特征是它具有随机性。

3. 评价测量结果的“三度”

评价测量结果,常用到精密度、准确度和精确度三个概念。

(1) 精密度 是指测量结果随机误差的大小。它是描述测量的重复程度的尺度,如测量结果彼此相近,则精密度高。

(2) 准确度 是指测量结果系统误差的大小。它是描述测量结果接近真值程度的尺度,测量数据的平均值偏离真值较少,说明测量的准确度高。

(3) 精确度 是对测量的系统误差和随机误差的综合评定。它反映各次测量重复性好坏及测量结果与真值接近的程度。测量的精确度高,是指测量数据比较集中在真值附近,即测量的系统误差和随机误差都比较小。

图 1-1 是以打靶时弹着点的弥散情况为例,示意“三度”的涵义:

图 1-1a 表示射击的精密度较高但准确度较低;

图 1-1b 表示射击的准确度较高但精密度低;

图 1-1c 表示精密度和准确度均较高,即射击的精确度高。

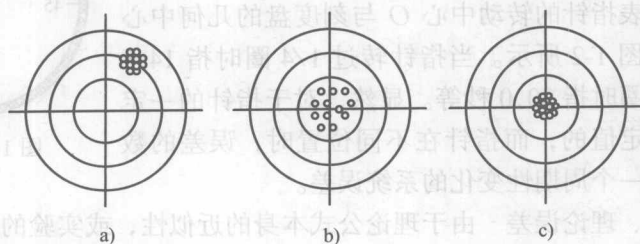


图 1-1 射击弥散情况

4. 测量仪器的误差

测量结果的精密度和准确度是与测量仪器的精确度等级密切相关的,通常用精度和级别来描述仪器的这种性质。

仪器的精度通常是指它能分辨的物理量的最小值。仪器的精度越高,即它的分度越细,允许的偏差就越小。在正确使用仪器的条件下,用某种级别的仪器进行测量时,测量所得结果的最大允许偏差称作仪器的极限误差,用 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示。

仪器的级别和最大允许偏差有关。如指针式电表级别分为5.0、2.0、1.5、1.0、0.5、0.2、0.1等。每一量程的量允许偏差

$$\Delta_{\text{仪}} = \text{量程} \times \text{级别} \%$$

它表示在该量程下正确使用仪器进行测量结果可能出现的最大误差。

物理实验中所遇到的多数仪器,都由生产厂家或计量机构参照国家标准给出了精度等级或允许误差范围,一般 $\Delta_{\text{仪}}$ 可直接在产品说明书或仪器手册中查找得到,或根据仪器级别、量程等算出。为了简化和实用,本课程约定:仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 一般取仪表、器具的基本误差限;未明确给出基本误差限的仪器,则取其示值误差限。关于常用仪器 $\Delta_{\text{仪}}$ 的取值,在以后的章节中还要作介绍。

1.1.2 误差处理

1. 系统误差

根据系统误差的特性,可将系统误差分为定值系统误差和变值系统误差。在整个测量过程中,误差的大小和符号始终保持不变的为定值系统误差;在测量条件变化时,误差按一定规律变化的为变值系统误差。另外,从实验者对系统误差掌握的程度来分,又可分为可定系统误差与未定系统误差。在实验过程中,能确定其大小和方向的为可定系统误差,不能确定其大小和方向的为未定系统误差。

系统误差来源于以下几个方面:

(1) 仪器误差 由于仪器本身的固有缺陷或没有按照规定条件使用而引起的误差。如仪器的刻度不准、天平臂不等长、零点没有校准等。



图 1-2 秒表

又如,秒表指针的转动中心 O 与刻度盘的几何中心 O' 不重合,如图1-2所示。当指针转过 $1/4$ 圈时指14.8秒,转过 $1/2$ 圈时指30.0秒等。显然,对于指针的一定位置,误差是定值的;而指针在不同位置时,误差的数值不同。这是一个周期性变化的系统误差。

(2) 方法、理论误差 由于理论公式本身的近似性,或实验的装置和方法不能完全满足理论公式所规定的要求而引起的误差。如单摆周期公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 的成立条件是摆角趋于零,而测量中又必须具有一定的摆角;又如用落球法测重力加速度时没有考虑空气的阻力影响等等。

(3) 个人误差 由于实验者个人的心理或生理特点而引起的恒定的误差。如有的人对准目标时总是偏左或偏右,致使读数偏大或偏小,有的人反应速度迟

缓、固有习惯不正确等。

(4) 环境误差 外界环境因素造成的误差。如在 20℃ 标定的标准电阻、标准电池在较高或较低的温度下使用等。

发现系统误差的方法:

一般情况下,多次测量并不能发现系统误差,必须对整个实验原理、方法、测量步骤、仪器等可能引起误差的因素进行仔细分析。常用的方法有:

(1) 对比分析法 对同一个物理量,采用不同的方法,或用不同的仪器,或改变实验中的某些参量,或改变某些测量条件,或不同的实验者等进行对比测量,看结果是否一致,如不一致,就可能存在系统误差。

(2) 理论分析法 分析测量所依据的理论公式、所要求的条件是否与实际情况相符;分析仪器所要求的条件是否满足。

(3) 数据分析法 等精度测量的一系列数据应服从统计分布,如果分析发现偏差的大小规律地变化,则可能有系统误差。

系统误差的消除或减小:

系统误差的处理是一个非常重要的问题。一个实验结果的优劣,往往就在于系统误差是否已被发现并被尽可能消除。应预见和分析一切可能产生系统误差的因素,并设法减小它们。能否及时发现并正确处理系统误差,对实验结果的准确度有着极为重要的影响,也是实验者科学实验素质高低的重要表现。对于初学者来说,从一开始就应注意积累这方面的经验。

消除或减小系统误差是一件复杂而困难的事情,需要根据具体情况处理,但主要取决于实验者的经验、技巧和分析能力。常用的方法有:

(1) 测量结果引入修正量(可定系统误差消除法) 由于仪器、仪表不准确产生的误差通常可通过与更准确(级别更高)的仪表作比较来得到修正量;由于理论、公式的不完善产生的误差可通过理论分析得出修正量。

(2) 采用合适的测量方法(未定系统误差补偿和消除法)

① 交换法:交换被测物与参考物的位置。如用于“不等臂天平”、“电桥比率臂”等;

② 替代法:用标准参考物替代被测物。如用于“电位差计”、“电桥”等;

③ 异号抵消法:改变测量条件使两次测量中系统误差的符号相反从而可在求平均值时被抵消。如用于“霍尔效应”、“载流螺线管测 B 时抵消地磁场”等;

④ 半周期期间测法:用相隔半个周期的测量结果取平均,可有效地消除周期性变值系统误差等。如用于“测角仪器中转轴偏心、分光计”等。

2. 随机误差

讨论随机误差问题,是假定在消除了系统误差或系统误差已减小到可以忽略的前提下进行的。

随机误差是实验过程中各种随机的或不确定因素的微小变动引起的。例如,实验装置和测量机构在每次调整操作上的变动性,测量仪器指示数值的变动性,实验环境中的温度、湿度、电源电压、杂散电磁场等的起伏变动性,以及观察者在判断和估计读数上的变动性等等。这些因素的共同影响使测量值围绕着测量的平均值发生有涨有落的变化,这变化量就是各次测量的随机误差。它的显著特点是在任意一次测量之前无法事先预知误差的大小和方向。

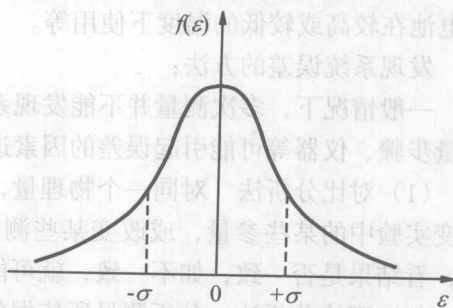


图 1-3 随机误差分布图

(1) 测量列的标准误差和高斯分布(随机误差的高斯分布规律) 随机误差的出现,对某一测量值来说是没有规律的,其大小和方向都不能预知。但在等精度条件下,对一个量进行足够多的测量,则会发现它们的随机误差是按一定的统计规律分布的。其中最典型的一种是高斯分布,又称为正态分布。标准化的正态分布曲线如图 1-3 所示:当测量次数 n 趋于 ∞ 时,其分布为一连续曲线,像一个倒扣的钟罩。图中 ϵ 为绝对误差, σ 称为标准误差, $f(\epsilon)$ 为概率密度函数, $f(\epsilon)d\epsilon$ 则表示误差落在 $(\epsilon, \epsilon + d\epsilon)$ 范围内的概率,对应于曲线下某一区间的面积。

由概率论的数学方法可以证明

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\epsilon^2/2\sigma^2} \quad (1-2)$$

式中的 σ 定义为测量列的标准误差(又称均方差)

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2}{n}} \quad (1-3)$$

在实际测量中,测量次数 n 总是有限的,而且真值也不可知,因此标准误差只有理论上的价值。对标准误差 σ 的实际处理只能进行估算。估算标准误差的方法很多,最常用的是贝塞尔法,它用实验标准偏差近似代替标准误差,其表达式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

其统计意义是指当测量次数足够多时,测量列中任一测量值与平均值的偏离落在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间的概率为 68.3%,这一公式称为贝塞尔公式。

测量列的平均值是指对物理量 x 做 n 次等精度测量,得到包含 n 个测量值

$x_1, x_2, \dots, x_n$ 的一个测量列。由于是等精度测量，我们无法断定哪个值更可靠，由概率论可以证明，其平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-4)$$

为最佳值，也称期望值，是最可以信赖的。即当 $n \rightarrow \infty$ 时，算术平均值趋于真值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = a \quad (1-5)$$

因此，可取算术平均值 $\bar{x}$ 作为测量结果的最佳值。

正态分布具有以下特点：

- 1) 单峰性 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。
 - 2) 对称性 绝对值相等的正负误差出现的概率相同。
 - 3) 有界性 绝对值很大的误差出现的概率趋近于零，即误差的绝对值不超过一定限度。
 - 4) 抵偿性 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加越来越趋近于零。
- 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - a) = 0 \quad (1-6)$$

由上可知，增加测量次数对提高算术平均值的可靠性、减小测量结果的随机误差是有利的。但在实际工作中，并不是测量次数越多越好。因为增加测量次数必定要延长测量时间，这将给保持稳定（等精度）的测量条件带来困难，同时也引起观测者的疲劳，又可能带来较大的观测误差。另外，增加测量次数只能对降低随机误差有利而与系统误差的大小无关。误差理论指出，随着测量次数的不断增加，随机误差的降低越来越缓慢。图 1-4 表示算术平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 随测量次数 n 的变化情况。可以看出，当测量次数 $n > 10$ 后， $\sigma_{\bar{x}}$ 的减小极慢。所以，在实际测量中次数不必过多。在科学研究中，一般取 10~20 次，而在物理实验教学中，一般取 5~10 次。

在整个测量过程中，除上述两种性质的误差以外，还可能发生读数、记录上的错误，仪器损坏、操作不当等造成的测量上的错误等。错误不是误差，它是不允许存在的。含有错误的测量数据称为坏值，在处理实验数据时应当剔除。

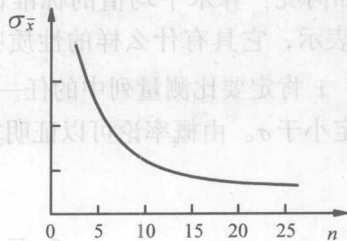


图 1-4 $\sigma_{\bar{x}}$ 随 n 变化图

(2) 直接测量的随机误差估计 当某个直接测量量 x 的等精度测量列 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的随机误差服从正态分布时，概率密度函数 $f(\varepsilon)$ 由式 (1-2) 表示。当测量

次数 n 较大时, 由贝塞尔公式 (1-3) 可以准确计算该测量列的标准误差 σ 。

从正态函数积分表得到

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\epsilon) d\epsilon = 1$$

$$\int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\epsilon^2/2\sigma^2} d\epsilon = p(\sigma) = 0.683$$

$$\int_{-2\sigma}^{+2\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\epsilon^2/2\sigma^2} d\epsilon = p(2\sigma) = 0.954$$

$$\int_{-3\sigma}^{+3\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\epsilon^2/2\sigma^2} d\epsilon = p(3\sigma) = 0.997$$

以上各式表明, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 任何一次测量值与平均值之差落在 $(-\infty, \infty)$ 区间的概率为 1, 满足归一化条件; 而落在 $(-\sigma, \sigma)$ 区间的概率为 0.683, 即表示置信概率或置信水平为 68.3%, 记为 $p_1 = 68.3\%$; 落在 $(-2\sigma, 2\sigma)$ 区间的概率为 0.954, 置信概率 $p_2 = 95.4\%$; 落在 $(-3\sigma, 3\sigma)$ 区间的概率为 0.997, $p_3 = 99.7\%$ 。参见图 1-3, 不同的置信概率 p 对应不同区间内 $f(\epsilon)$ 曲线下的面积, 这就是标准误差 σ 的统计意义。它表示在一定条件下等精度测量列随机误差的概率分布情况, 是一个统计特征值。当测量次数无限多时, 测量误差的绝对值大于 3σ 的概率仅为 0.3%, 对于有限次测量, 这种可能性是微乎其微的, 因此可以认为是测量失误, 该测量值是“坏值”, 应予剔除。在分析多次测量的数据时, 这是很有用的 3σ 判据。

在实际工作中, 人们取算术平均值 $\bar{x}$ 作为测量结果的最佳值, 来表示真值的期望值。但随着测量次数 n 的增减变化, 可以发现 $\bar{x}$ 也是一个随机变量, 那么算术平均值 $\bar{x}$ 本身的可靠性如何呢? 算术平均值的标准误差用 $\sigma_{\bar{x}}$ 表示, 它具有什么样的性质呢? 显

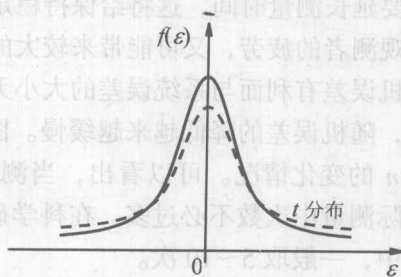


图 1-5 $f(\epsilon)$ - ϵ 分布图

然, $\bar{x}$ 肯定要比测量列中的任一测量值 x_i 更可靠, 其算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 肯定小于 σ 。由概率论可以证明算术平均值 $\bar{x}$ 的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 为

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-7)$$

$\sigma_{\bar{x}}$ 的统计意义为: 待测量的真值落在 $(\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}})$ 区间内的概率为 68.3%, 落在 $(\bar{x} - 2\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + 2\sigma_{\bar{x}})$ 区间内的概率为 95.4%, 落在 $(\bar{x} - 3\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}})$ 区间内的概率为 99.7%。它反映了和一定置信概率相联系的误差分布范围, 即误差

限。该测量列的平均值的标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ ，也称做该测量列的 A 类不确定度。

有限次测量的情况和 t 因子：

以上是当测量次数 n 趋于无限多次，随机误差严格服从正态分布的情况下推出的。但是，测量次数趋于无穷只是一种理论情况，当次数减少时，测量结果不是严格遵从正态分布，概率密度曲线变得平坦（见图 1-5 虚线），成为 t 分布，也叫学生分布。当测量次数趋于无限时， t 分布过渡到正态分布。对有限次测量的结果，要保持同样的置信概率，显然要扩大置信区间，将 $\sigma_{\bar{x}}$ 乘以一个大于 1 的因子 t 。在 t 分布下，常用 S_x 来估计测量列平均值的偏差：

$$S_x = t\sigma_{\bar{x}} = t\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-8)$$

t 值与测量次数 n 有关，也与置信概率 p 有关。在物理实验教学中，约定取置信概率 $p=95\%$ 。表 1-1 给出了 $p=95\%$ 时的 $n-t$ 对应值，供实验时查用。

表 1-1 $n-t$ 对应值

$n/\text{次}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	60	∞
$tp=0.95$	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.09	2.00	1.96

至此，在已经消除系统误差的情况下，对一个直接测量的物理量进行 n 次等精度测量的随机误差可用 S_x 表示。其意义是指待测量 x 的真值落在 $(\bar{x} - S_x, \bar{x} + S_x)$ 范围内的概率为 95%。

(3) 间接测量的随机误差传递 物理实验中的测量几乎都是间接测量。间接测量的结果由直接测量结果根据相应的数学公式计算得到。显然，由于直接测量结果存在误差，间接测量结果也必然存在误差，这就是误差的传递。表达各直接测量值误差与间接测量值误差之间的关系式，称为误差传递公式。

设间接测量量 N 与各直接测量量 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 有下列函数关系

$$N = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (1-9)$$

其中， $x_1, x_2, \dots, x_m$ 为彼此独立的直接测量量。

1) 误差传递的基本公式 对式 (1-9) 求全微分有

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_m} dx_m \quad (1-10)$$

上式表示，当 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 有微小改变 $dx_1, dx_2, \dots, dx_m$ 时， N 也有微小改变 dN 。通常误差远小于测量值，故可把 $dx_1, dx_2, \dots, dx_m$ 看作误差，式 (1-10) 即为误差传递公式。

对式 (1-9) 取自然对数，再求全微分，可得

$$\ln N = \ln f(x_1, x_2, \dots, x_m)$$