全国高校素质教育教材研究编审委员会审定

☆21世纪全国高校创新型人才培养"十一五"精品课程规划系列教材☆

概率论与数理统计

教学辅助教材

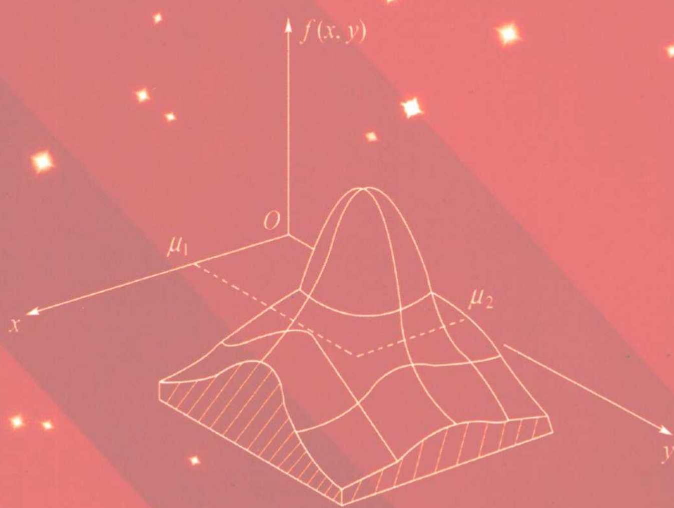
郑一　王玉敏　戚云松 编著

◆ 教材课后习题详解

◆ 考研真题解析

◆ 目标训练试题及其详解

◆ 例题分类解析



中国科学技术出版社

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计教学辅助教材/郑一等编著．—北京：中国科学技术出版社，2007.11

ISBN 978—7—5046—5079—5

I．概… II．郑… III．①概率论—高等学校—教材②数理统计—高等学校—教材

IV．O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 168679 号

概率论与数理统计教学辅助教材

郑一　王玉敏　戚云松　编著

责任编辑：单　亭

责任印制：李春利

封面设计：张骐年

出版发行：中国科学技术出版社

社　　址：北京市海淀区中关村南大街 16 号　**邮编：**100081

电　　话：010—62103210　**传真：**010—62183872

排　　版：科士洁文印中心

印　　刷：北京顺义康华印刷厂

开　　本：787mm×960mm　1/16

印　　张：16

字　　数：412 千字

版　　次：2007 年 11 月第 1 版

印　　次：2007 年 11 月第 1 次印刷

书　　号：ISBN　978—7—5046—5079—5/O·137

定　　价：60.00 元（全三册不含光盘）

本册定价：22.00 元

内容简介

本书包括《概率论与数理统计教材》、《概率论与数理统计教学辅助教材》、《概率论与数理统计教学实验教材》三个分册，是总结编著者多年的教学实践经验，按照国家精品课程建设质量工程的教材改革精神，并根据《概率论与数理统计》教材及其学科特点编写的.

本教材突出了知识结构严密、逻辑思路清晰、叙述详尽易懂、例题习题较多、培养科研思想、便于读者自学等特点. 在遵照教学基本要求的前提下，拓展了概率论与数理统计学科的知识面和应用性.

本教材作为高等院校理工科类、经济和管理类、医学和农学类本科教育、专科教育的《概率论与数理统计》课程的配套教材，可供非数学专业的学生使用，亦可作为大学生考研复习和工程技术人员的参考用书.

序

为了更好地适应当前我国高等教育发展的需要，认真落实国家教育部《关于进一步深化本科教学改革，全面提高教学质量的若干意见》的文件精神，培养创新人才，针对当前本科学生的学习能力以及青年教师的业务水平，由多位教学经验丰富的专家编写与审核了这套高等院校教学用的《概率论与数理统计》系列教材.

在学术思想方面，一是教材贯彻研究性教学方法，体现“提出问题—分析问题—建立理论—方法应用”的研究思想；二是注重知识更新，将近年来考研真题纳入例题和习题；三是各章的内容小节从“研究问题的思路、基本概念、基本理论、基本方法、释疑解惑和学习与研究方法”等方面综合阐述，有利于树立学生的分析问题和解决问题的科学思想，培养学生的创新能力.

在写作特点方面，一是教材遵循案例式教学模式，引入实际问题，体现“数学来源于社会和生产、生活实际，反过来又解决实际问题”的原则；二是阐述由浅入深，理论严谨，兼顾通俗易懂；三是形成立体化教学资料统一体系，本套教材及课件的分层次出版，充分满足各个教学环节与层次的教学需要；四是教学资料数字化，与纸制资料配套的有数字化教学资料，并同时在网站更新发布.

《概率论与数理统计》包括《概率论与数理统计教材》、《概率论与数理统计教学辅助教材》、《概率论与数理统计教学实验教材》三个分册，是建设国家级精品课程《概率论与数理统计》的重要配套成果，是面向高等院校非数学专业的理工科和经济、管理、医学和农学类本科教育的《概率论与数理统计》课程的教材，亦可作为大学生考研复习和工程技术人员的参考用书.

经过精品课程评比和精品课程网站宣传，配合本套教材的《概率论与数理统计教学多媒体课件光盘》和《概率论与数理统计影视

教学视频光盘》，可以预见：该书对于树立学生的科学研究的创新思想，培养学生的分析问题、解决问题的能力，扩大青年教师的知识视野，具有较好的使用价值.

北京师范大学 数学科学学院

王梓坤

5月21日 于北京

前言

概率论与数理统计是研究随机现象并确定其统计规律的一门应用性学科，是广泛应用于工农业生产、自动控制、经济、管理、建筑、机械、教育、生物、医学、化学、林业、地质、气象等几乎所有社会和科学技术领域的定量和定性分析的科学体系.

从学科性质讲，它是一门基础性学科，它为学生的后继专业课程的学习提供理论知识和应用方法. 通过学习该课程，可以帮助学生掌握“概率论和数理统计”的基本概念、基本理论，熟悉数据处理、数据分析、统计推断的各种基本方法，并能用所掌握的理论和方法分析与解决社会、经济、科学等领域所遇到的相关问题.

为适应21世纪高等院校对综合型、创新型人才培养的需要，编著者根据《教育部关于进一步加强高等学校本科教学工作的若干意见》的精神，按照国家精品课程建设质量工程教材改革的要求，及时反映本学科领域的最新科技成果，广泛吸收先进的教学经验，积极整合优秀教改成果，并结合多年来在大学各专业讲授《概率论与数理统计》课程积累的经验以及对深化教学改革、提高人才培养质量进行的积极思考和探索，将《概率论与数理统计》课程的教学资料进行了一体化设计，与多媒体技术有机结合，形成了授课教案、教材、教学辅助教材、教学实验教材、教学多媒体课件、影视教学视频、教学素材库等多方位、多角度、多层次的立体化和数字化的教学资料，同时建有山东省省级精品课程网站. 有关领导和专家对这套教材给予了充分的肯定和较高的评价，中国科学院院士、数学家、原北京师范大学校长王梓坤教授主审了这套教材并作序.

本书是这套系列化、立体化教材中的一本. 编著者在参考了国内外同类教材的基础上，立足于教学的适应性和教材结构的完整性、先进性、系统性、理论性、思想性和逻辑性，充分考虑了该学科的特点和读者的学习特点及认知过程的规律. 在内容的编排上，将学科知识与教学方法相结合，重视体现研究性学习、探究性学习和案例教学等现代先进的教育理念；注重启发读者自主学习，强化对探索、分析、应用、创新能力的培养；由浅入深、循序渐进地介绍概率论和数理统计的基本知识、基本理论和基本方法；独到地解析了各类例题和考研真题，有机地安排并解答了各章训练试题和习题，帮助读者进

一步融会贯通和拓展相关知识，提高学习效率．在编排模式上有创新和特色，综合性、针对性、实用性强．主要体现在：

1．在“主要内容归纳”部分，作者进行了“讲评”，指明了教学时应该明确的相关问题．其作用是帮助读者系统地、全面地、深入地理解和掌握基本概念、基本理论和基本方法．

2．在“例题分类解析”和“考研真题解析”两部分，作者采用“分析—解—讲评—扩展”的教学方法，对每一道题目均依次进行了“分析—解—讲评—扩展”．其中，在“分析”时，重点指明“本题目涉及到的相关或相近的概念（或性质），提问用到的相关理论或公式，题设条件隐含的作用”，来帮助读者分析问题，旨在提高读者分析问题的能力．在“解”当中，详尽指明了“解答过程的内在的逻辑关系，解题步骤分段落处理”，注意详略得当，给读者留有一定的思考余地和演练空间．在“讲评”时，重点讲解“解题的关键步骤，容易失误之处，解题技巧和特点，解题过程是否具有程序化特点”等．在“扩展”当中，重点指明“在题设条件方面，是否可以增加或者减少条件；在题目结论方面，是否可以进一步修改当前的结论；在理论（方法）应用方面，题目是否可以进一步抽象成某类题型等问题”．整个“分析—解—讲评—扩展”过程，完成了各个问题的“案例教学”．

3．本书通过分类详细解答了自 1995 年至 2007 年全国硕士研究生入学考试“概率论与数理统计”试题，对准备考研复习大有裨益．特别是，在学习《概率论与数理统计》课程的“同时”，读者就同步地接触和熟悉了相关知识的考研真题，可以增强读者考研的信心，提高学习和考研的效果．其学习效果是任何一本纯粹考研内容的辅导书所不能代替的．

本书编著的目的在于：全面贯穿《概率论与数理统计》课程教学的要求，体现研究性学习、探究性学习和案例教学等现代先进的教育理念；引导和帮助读者全面地、深入地理解和掌握基本概念、基本理论和基本方法，把握重点，突破难点；启发和帮助读者开拓解题思路、培养科研思想、提高分析问题和解决问题的实际应用能力，提升创新能力．

本书是高等院校理工科类、经济和管理类、医学和农学类本科教育、专科教育的《概率论与数理统计》课程的教学辅助教材，供非数学专业的学生使用，亦可作为大学生考研复习和工程技术人员的参考用书．

《概率论与数理统计》全套教材在编著、出版的过程中，有幸得到了王梓坤院士的鼎力支持和精心指教；得到了山东省教育厅和青岛理工大学以及理学院领导和专家的高度重视和格外的关心、支持和鼓励，在此谨致以最诚挚的谢意！特别是赵洪亮、冯宝成和陈倩华对本书给予了大力支持和热忱帮助，

全国高校素质教育教材研究编审委员会对这套教材的出版也给予了高度重视和大力支持，本书的部分题目来自数学同行的辛勤工作，在这里一并表示衷心的感谢！

限于作者水平，书中难免存在不妥和不足之处，恳请同行及广大读者提出批评和指正．有任何问题请通过下列方式与我们联系：

网　址　http://jx. qtech. edu. cn/gailv
郑　一　zhengone@qtech. edu. cn
王玉敏　wangyumin@qtech. edu. cn
戚云松　hdshx001@qtech. edu. cn

作　者
2007 年 8 月

目　录

第一章　随机事件及其概率

从客观存在的两类现象——确定性现象和随机现象——出发，考察了随机试验及其三个特点. 将随机试验出现的每一个可能结果定义为样本点，所有的样本点组成样本空间，样本空间的子集定义为随机事件，从而将集合论的基本理论引入概率论中.

对于随机事件，首先，研究了事件之间的各种关系，提出了和事件、积事件、差事件、对立事件、互不相容事件等概念. 其次，定义了在每一次试验中事件发生的可能性大小的数量指标——概率. 第三，分析了两个事件发生的先后影响关系——条件概率问题. 第四，分析了两个事件或多个事件的横向影响关系，建立了事件的独立性理论.

本章重点：1. 随机事件的概念及其有关运算；
2. 概率的定义及其计算；
3. 乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式及其应用；
4. 条件概率的问题及其有关运算；
5. 随机事件的独立性.

本章难点：1. 用集合表示样本空间和事件；
2. 乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式及其应用；
3. 随机事件的独立性.

第一节　内容归纳与例题分类解析

一、主要内容归纳

1. 基本概念

表 1—1　随机事件的概念

样本点	随机试验 E 的每一个可能的结果，称为样本点. 通常用 ω 表示.
样本空间	随机试验 E 的所有样本点组成的集合，称为样本空间. 通常用 S 表示.
随机事件	样本空间中满足某些条件的子集称为随机事件，简称事件. 通常用 $A,B,C,\cdots$ 表示.
必然事件	每次试验中一定发生的事件，记为 S.
不可能事件	每次试验中一定不发生的事件，记为 $\varnothing$.

2. 随机事件运算及其性质

表 1—2　随机事件运算

事件的包含	事件 A 的发生必然导致事件 B 的发生，称事件 B 包含事件 A，记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$.
事件相等	如果有 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，称事件 A 与事件 B 相等，记作 $A=B$.

续表

事件的和(并)	事件 A 与 B 中至少有一个事件发生,称为事件 A 与事件 B 的和事件,记作 $A\cup B$ 或 $A+B$.
事件的积(交)	事件 A 与 B 同时发生,称为事件 A 与事件 B 的积事件,记作 $A\cap B$ 或 AB.
事件的差	事件 A 发生而事件 B 不发生,记作 $A-B$.
互斥事件	事件 A 与事件 B 不能同时发生,即 $A\cap B=\varnothing$,也称 A 与 B 为互不相容事件.
对立事件或逆事件	若 A 是一个事件,令 $\overline{A}=S-A$,称 $\overline{A}$ 是 A 的对立事件或事件 A 的逆事件.

讲评 (1) 在一次试验中,基本事件都是两两互斥的.

(2) 对立事件一定是互斥事件,但互斥事件不一定是对立事件.

表 1—3 随机事件的运算性质

交换律	$A\cup B=B\cup A,AB=BA$.
结合律	$A\cup B\cup C=A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C,ABC=(AB)C=A(BC)$.
分配律	$A(B\cup C)=AB\cup AC$,或 $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$, $A\cup BC=(A\cup B)(A\cup C)$,或 $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.
对偶律	$\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B}$,$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$.
	$\overline{\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap\limits_{i=1}^{n}\overline{A_i},\overline{\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup\limits_{i=1}^{n}\overline{A_i},\overline{\bigcup\limits_{i=1}^{+\infty}A_i}=\bigcap\limits_{i=1}^{+\infty}\overline{A_i},\overline{\bigcap\limits_{i=1}^{+\infty}A_i}=\bigcup\limits_{i=1}^{+\infty}\overline{A_i}$.
互反律	$\overline{(\overline{A})}=A$.

讲评 (1) 对偶律通常叫做德·摩根律,在处理关于和事件、积事件的对立事件的问题时经常会使用到它.

(2) 经常利用文氏图帮助分析事件的运算关系.

3. 概率的公理化定义

设 E 是随机试验,S 是 E 的样本空间.若对于 E 的每一随机事件 A,有确定的实数 $P(A)$ 与之对应,如果集合函数 $P(\cdot)$ 满足下列条件:

(1) **非负性**:对于每一事件 A,有 $P(A)\geqslant0$;

(2) **规范性**:对必然事件 S,有 $P(S)=1$;

(3) **可列可加性**:对于两两互不相容的可列无穷多个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$,有

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)+\cdots,$$

则实数 $P(A)$ 称为事件 A 的**概率**.

4. 概率的性质

性质 1 对于两两互不相容的 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$,有

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n).$$

性质 2 若 $A\subset B$,则 $P(B-A)=P(B)-P(A)$.

若 $A\subset B$,则 $P(A)\leqslant P(B)$.

性质 3 设 $\overline{A}$ 是 A 的对立事件,则 $P(\overline{A})=1-P(A)$.

性质 4 设 A,B 为任意的两个事件,则

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB).$$

推广　$P(A_1\cup A_2\cup A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1A_2)-P(A_1A_3)-P(A_2A_3)+P(A_1A_2A_3).$

$$P(A_1\cup A_2\cup A_3\cdots\cup A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n}P(A_iA_j)+\sum_{1\leqslant i<j<k\leqslant n}P(A_iA_jA_k)+\cdots+(-1)^{n-1}P(A_1A_2\cdots A_n).$$

讲评　(1) 性质1与性质4的区别:仅当 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是两两互斥事件组时才可用性质1.

(2) 巧妙地运用对立事件的性质,即性质3,可收到事半功倍的效果.一般地讲,求事件"至多出现多少次"或"至少出现多少次"的概率时,用它的对立事件求解较为方便.

(3) 一般求差公式:即性质2可推广为:设 A,B 为任意的两个事件,则

$$P(B-A)=P(B\overline{A})=P(B)-P(AB).$$

5. 条件概率的问题

设 A,B 为随机试验 E 的两个事件,且 $P(A)>0$,则称

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

为在事件 A 发生的条件下事件 B 发生的**条件概率**.

乘法公式　对于任意的事件 A,B,

(1) 若 $P(A)>0$,则 $P(AB)=P(A)P(B|A)$;

(2) 若 $P(B)>0$,则 $P(AB)=P(B)P(A|B)$.

推广　设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是 $n(n\geqslant2)$ 个事件,且 $P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$,则有

$$P(A_1A_2\cdots A_{n-1}A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}).$$

特别地,当 $n=3$ 时,对于三个事件 A,B,C,若 $P(AB)>0$,则有

$$P(ABC)=P(A)P(B|A)P(C|AB).$$

讲评　注意 $P(AB)$ 与 $P(B|A)$ 的区别:(1) 凡涉及到 A 与 B"同时"发生,用 $P(AB)$;有"包含"关系或主从条件关系的用 $P(B|A)$.(2) 从样本空间上讲,计算 $P(B|A)$ 的样本空间为 S_A,而计算 $P(AB)$ 的样本空间为 S.

6. 全概率公式

设试验 E 的样本空间为 S,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 S 的一个划分,且 $P(B_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$,则对 E 的任一事件 A,有

$$P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+\cdots+P(B_n)P(A|B_n)=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A|B_i).$$

特别地,

$$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B}).$$

讲评　全概率公式是计算概率的一个很重要的公式,通常把 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 看成导致 A 发生的一组原因(或情形).如若 A 是"次品",必是 n 个车间生产了次品;若 A 是"某种疾病",必是几种病因导致了 A 发生;若 A 表示"被击中",必有几种方式或几个人击中.

(1) 何时用全概率公式:所论问题一般出现先后两次试验;或所论结果发生是由几种情形导致的.

(2) 如何用全概率公式:将第一次试验的样本空间分解成两两互斥的完备事件组;或"几种情形"构成完备事件组.

7. 逆概率公式(贝叶斯公式)

设试验 E 的样本空间为 S. A 为 E 的事件,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为样本空间 S 的一个划分,且

$P(A)>0, P(B_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$，则

$$P(B_i|A)=\frac{P(AB_i)}{P(A)}=\frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(B_j)P(A|B_j)}\ (i=1,2,\cdots,n).$$

特别地，
$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}.$$

讲评 贝叶斯公式可以这样记忆：分母为全概率公式，是 n 项之和；分子是分母中的某一项.

8. 随机事件的独立性

设 A,B 是两个事件，若满足等式 $P(AB)=P(A)P(B)$，则称事件 A 与 B 是**相互独立**的，简称 A,B **独立**.

推广 设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是 $n(n\geqslant 2)$ 个事件，如果对于任意的 $k(k\leqslant n)$ 个事件 $A_{i_1},A_{i_2},\cdots,A_{i_k}$，都有

$$P(A_{i_1}A_{i_2}\cdots A_{i_k})=P(A_{i_1})P(A_{i_2})\cdots P(A_{i_k}),$$

则称这 n 个事件**相互独立**.

讲评 (1) 若四对事件 A 与 B，A 与 $\overline{B}$，$\overline{A}$ 与 B，$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 中有一对独立，则另外三对也独立，即这四对事件或者都独立，或者都不独立.

(2) $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立 $\Rightarrow A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两相互独立.

$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两相互独立 $\nRightarrow A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立.

特别地，三个随机事件 A_1,A_2,A_3 相互独立与两两独立是不同的两个概念.

(3) 不要把两个事件的独立与互不相容混为一谈. 独立与互斥之间没有必然的互推关系. 但有结论：若 A 与 B 互斥，且 $P(A)>0, P(B)>0$，则 A 与 B 不独立. 用定义即可得证.

二、例题分类解析

1. 按随机事件的运算关系求解

例 1 (多选题)设 A,B 是两个随机事件，则 $\overline{AB}$ 表示事件(　　).

(A) A,B 都不发生.　　　　(B) A,B 不同时发生.

(C) A,B 中至多有一个发生.　　(D) A,B 中至少有一个不发生.

分析 本题目涉及两个事件之间的关系的定义与运算.

解 因为 AB 表示事件 A 与 B 同时发生，所以它的对立事件 $\overline{AB}$ 应表示"A 与 B 不同时发生"，而不是 A 与 B 都不发生，因此去掉选项(A). 又因为 $\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$，所以 $\overline{AB}$ 表示"$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 至少有一个发生"，即"A,B 中至少有一个不发生"，因此有选项(D). 而对于两个事件来说，"至少有一个不发生"，也就是"至多有一个发生". 综上分析，答案应选(B)，(C)，(D).

讲评 考查事件的文字表述与数学符号描写的对应关系. 同一事件可以有不同的表述方式.

扩展 此题目可以进一步对三个或多个事件进行考查. 日常语言、文字表述与数学符号描写的正确对应关系是我们学好概率论的基础，是读者数学素质和数学能力的表现. 因此，读者应有意识地加强这方面的训练. 参见例 2.

例 2 设 A,B,C 是三个事件，用 A,B,C 的运算关系表示下列事件：

(1) A,B 都发生，而 C 不发生；

(2) A,B,C 中至少有一个发生；

(3) A,B,C 中恰有一个发生；

(4) A,B,C 中恰有两个发生；

(5) A,B,C 中不多于一个发生；

(6) A,B,C 中不多于两个发生；

(7) A,B,C 都不发生；

(8) A,B,C 至少有两个发生；

(9) A,B 至少有一个发生，C 不发生.

分析 本题目涉及到事件运算的定义.要正确表示事件，首先要准确理解所要表示的事件的意义及事件运算的定义.

解 (1) $AB\overline{C}$；

(2) $A\cup B\cup C$；

(3) $A\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C$；

(4) $AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC$；

(5) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\cup A\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C$；

(6) $\overline{ABC}$或 $\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$；

(7) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$；

(8) $ABC\cup AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC$；

(9) $(A\cup B)\overline{C}$.

讲评 对事件的文字表述与数学符号描写的对应关系的考查是考试的重点之一.

扩展 此题目可以进一步考查多个事件之间的运算关系.参见例 1.

2. 古典概型的概率计算问题

例 3 若 10 个产品中有 7 个正品，3 个次品.

(1) 不放回地每次从中任取一个，共取 3 次，求取到 3 个次品的概率；

(2) 每次从中任取一个，有放回地取 3 次，求取到 3 个次品的概率；

(3) 一次性地任取 3 个，求取到 2 个正品 1 个次品的概率.

分析 本题目涉及到有放回抽取与无放回抽取.关键是搞清楚两者的区别.

解 (1) 设 A="取到 3 个次品"，由于此试验是不放回抽取 3 次，所以 3 次取产品分别是从 10 个、9 个、8 个中任取一个，共有 $10\times9\times8=720$ 种不同的取法，而 3 次取到 3 个次品共有 $3\times2\times1=6$ 种不同取法，所以

$$P(A)=\frac{6}{720}=0.0083.$$

(2) 设 A="取到 3 个次品"，由于此试验是有放回抽取 3 次，所以 3 次取产品分别都是从 10 个中任取一个，共有 $10\times10\times10=1\,000$ 种不同取法，而 3 次取到 3 个次品共有 $3\times3\times3=27$ 种不同取法，于是

$$P(A)=\frac{27}{1000}=0.027.$$

(3) 设 A="取到 2 个正品，1 个次品"，将试验理解为从 10 个产品中一次任取 3 个产品，于是样本空间中样本点的个数为 C_{10}^3，事件 A 包含的样本点个数为 $C_7^2C_3^1$，于是

$$P(A)=\frac{C_7^2C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}=0.525.$$

讲评 该题目意在加深对古典概型概念的理解，在计算样本空间所含的样本点的个数及事件所含的样本点的个数时常用到排列、组合、乘法定理和加法定理等重要知识.

扩展 (1) 在理论应用方面，此题目可以进一步概括为摸球问题或产品抽样问题等.