全国各类成人高等学校招生考试

标准化综合练习

（二分册）

数学（理工农医） 物理 化学

北京科学技术出版社

全国各类成人高等学校招生考试

标准化综合练习

（二分册）

数学（理工农医） 物理 化学

北京科学技术出版社

全国各类成人高等学校招生考试
标准化综合练习
（二分册）

*

北京科学技术出版社出版
（北京西直门外南路19号）
北京市新华书店发行　各地新华书店经售
机械工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开　11印张　246,000字
1986年12月第一版　1986年12月第一次印刷
印数：1—60,000册
统一书号17274·063　定价：2.00元

前　言

由于电子计算机的应用与发展，成人高考命题与评卷记分逐渐向自动化过渡，卷面标准化试题所占比例逐年增加。但目前我国成人考生对标准化试题十分生疏，社会上又很少有关于标准化训练的书籍。标准化试题以选择、填充、判断为主，题小容量大，知识复盖面广。这就要求考生反应快、判断准、灵活、果断，无须多费笔墨，能在短时间内完成大量试题。如果考生不在考前进行有步骤地、一定数量的标准化训练，将很难应付标准化考试。

本书为《全国各类成人高等学校招生考试标准化综合练习》共分三册，一分册包括：政治、语文、英语(公共)、英语(专业)；二分册包括：数学(理、工、农、医)、物理、化学；三分册包括：数学(文、史)、历史、地理。每分册中各科均设有5～7组练习，以标准化练习为主，难度适中，每组练习后附有参考答案和选注。为了帮助考生了解成人高考命题中各种题型所占比例，我们在各科后编入了1986年成人高考试卷、答案及评分标准。为便于考生全面复习，我们还在最后编入了由国家教委最新修订的1987年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲，本书可配合电大、业大、职大等成人考生复习并作为考前的强化训练。

参加本册编审的同志有尚美、翟连林、林云、罗宝贵、黄一昌等，由于时间仓促，水平有限，编写过程中可能出现错误，敬请读者批评指正。

编者

目　录

数　　学

（理、工、农、医）

数学(理、工、农、医)综合练习(一)

一、选择题:

本题共 10 小题，每小题都给出代号为(A)、(B)、(C)、(D)的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内。

(1) 设$M=\{$幂函数$\}$，$y=\frac{1}{\sqrt{x}}$，下列关系正确的是

(A) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}\subset M$; (B) $\{y=\frac{1}{\sqrt{x}}\}\subset M$;

(C) $\{y=\frac{1}{\sqrt{x}}\}\in M$; (D) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}\notin M$。

[答]( )

(2) 在直角坐标系中，直线 $x+\sqrt{3}y+1=0$ 的倾 角是

(A) $\frac{\pi}{6}$; (B) $\frac{\pi}{3}$; (C) $\frac{2\pi}{3}$; (D) $\frac{5\pi}{6}$。

[答]( )

(3) 已知$(a+1)(b+1)=2$，那么 $\mathrm{arctg}\,a+\mathrm{arctg}\,b$ 的弧度数是

(A) $\frac{\pi}{2}$; (B) $\frac{\pi}{3}$;

(C) $\frac{\pi}{4}$; (D) $\frac{\pi}{6}$。

[答]( )

(4) 使不等式 $x^2<|x|$成立的 x 的取值范围是

(*A*) $x>1$; (*B*) $x<-1$;

(*C*) $-1<x<1$; (*D*) $-1\leqslant x\leqslant 1$。

[答]( )

(5) 等式 $\log_3 x^2=2$ 成立是等式 $\log_3 x=1$ 成立的

(*A*) 充分条件但不是必要条件;

(*B*) 必要条件但不是充分条件;

(*C*) 充分必要条件;

(*D*) 既不是充分条件又不是必要条件。

[答]( )

(6) 函数 $y=\sqrt{1-x^2}\lg(|x|+x)$ 的定义域是

(*A*) $[-1,0)\cup(0,1]$; (*B*) $(0,1]$;

(*C*) $[-1,1]$; (*D*) $[-1,0)$。

[答]( )

(7) 集合 $M=\{x|2^x=8,x\in R\}$, $N=\{x|\lg x^2=1,x\in R\}$, 则 $M\cup N$ 等于

(*A*) $\{\pm\sqrt{10}\}$; (*B*) $\{3\}$;

(*C*) $\{\pm\sqrt{10},3\}$; (*D*) ϕ。

[答]( )

(8) 已知直线 $a\parallel$ 平面 M, 直线 $a\perp$ 平面 N, 则平面 M 和平面 N

(*A*) 互相垂直; (*B*) 相交而不垂直;

(*C*) 互相平行; (*D*) 重合。

[答]( )

(9) 复数 z 满足条件 $|z+i|^2-|z-i|^2=1$, 则 z 在复平面上所表示的图形是

(*A*) 直线; (*B*) 双曲线;

(*C*) 圆; (*D*) 椭圆。

[答]( )

(10) 点$(-3,4)$的极坐标形式是

(A) $\left(5,\ \operatorname{arctg}\left(-\frac{4}{3}\right)\right)$;

(B) $\left(5,\ \pi+\operatorname{arctg}\frac{4}{3}\right)$;

(C) $\left(5,\ \pi-\operatorname{arctg}\frac{3}{4}\right)$;

(D) $\left(5,\ \pi-\operatorname{arctg}\frac{4}{3}\right)$。

[答]( )

二、填空题:

(1) 化简: $\sqrt{1-\sin 10}=$____。

(2) 比较大小: $0.7^{1.3}$____$1.3^{0.7}$, $\log_2\frac{3}{4}$____$\log_{\frac{1}{4}}\frac{15}{8}$。

(3) 计算: $(\sin 30°+i\cos 30°)^3=$____。

(4) 化简: $\dfrac{\sin^2(\alpha-\pi)\cos(\pi-\alpha)\operatorname{ctg}(2\pi+\alpha)}{\operatorname{tg}(\pi-\alpha)\cos^3(\alpha-\pi)}=$____。

(5) 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=2n^2-3n+1$, 则$a_n=$____。

(6) 直线$x-y+2=0$与$x-\sqrt{3}y-6=0$的夹角θ为____

(7) 直线$x-2y-2k=0$与$2x-3y-k=0$的交点在圆$x^2+y^2=9$上,则$k=$____。

(8) 有一直径为32厘米的圆柱形水桶, 桶内装满清水, 当一个球全部没入水中时,水面升高9厘米,则这个球的半径=____。

(9) 从$1,i,,-i,1+i,1-i$五个数中, 任取两个相乘, 则所得积中虚数的个数是____;若从五个数中任取两个相除,

则所得商中虚数的个数是____。

(10) 已知椭圆方程为 $16x^2+25y^2=400$，则它的离心率 $e=$____，两个焦点为____，四个顶点为____。

三、求函数 $y=\sqrt{x-2}+\dfrac{1}{x-3}+\lg(5-x)$ 的定义域。

四、求二次函数 $y=ax^2+bx+c\,(a\neq0)$ 的极值。

五、已知 $a>0, b>0$，求证：$\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{ab}}\geqslant a+b$。

六、求证：$\mathrm{tg}^2\theta-\sin^2\theta=\mathrm{tg}^2\theta\cdot\sin^2\theta$。

七、四棱锥 $V-ABCD$ 的底面是边长为 2 的正方形，侧棱 $VA\perp$ 底面 $ABCD$，且 $VA=\sqrt{21}$，求侧面 VBC 的面积以及侧面 VCD 与底面 $ABCD$ 所成的角。

八、求证：$1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$。

九、求和直线 $4x+3y=30$ 相切于点 $A(6, 2)$，且过点 $B(-1,3)$ 的圆的方程。

数学(理、工、农、医)综合练习(一)答案与选注

一、选择题：

(1) 解答选择题常用淘汰法、推算对照法、特殊值验证法、图解法等等。本题我们用淘汰法。这种方法就是利用已知条件和已给的几个答案(即选择支)所提供的“信息”，从 n 个答案中淘汰 $n-1$ 个错误答案，从而选出唯一正确的那个答案。

$y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ 是幂函数，M 是幂函数的集合，元素与集合之间的关系是属于或不属于的关系，这里 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}\in M$，因此可淘

汰(A)、(D)。

又集合之间的关系应是包含、不包含或相等的关系，因此(C)也不对。

既然(A)、(C)、(D)都不对，唯一正确的答案就是(B)了。

故选择(B)。

(2) 用推算对照法。这种方法就是直接从题设条件出发，通过准确的运算，严密地推理，得出正确的结论，与所给选择支对照，从而选出正确的答案。

本题由已给方程知，其斜率

$$k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

而 $k=\operatorname{tg}\alpha$，即 $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$$\text{或}\ \operatorname{tg}(\pi-\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{3}。$$

$$\therefore\quad \pi-\alpha=\frac{\pi}{6}\Longrightarrow\alpha=\frac{5\pi}{6}。$$

故选择(D)。

(3) 用特殊值验证法。这种方法就是取适合题设条件的某些值，进行验证，从而选择正确的那个答案。

本题已知条件是$(a+1)(b+1)=2$，我们可取 $a=0$，$b=1$ 进行验证，有

$$\operatorname{arctg}a+\operatorname{arctg}b=\operatorname{arctg}0+\operatorname{arctg}1=\frac{\pi}{4}$$

故选择(C)。

(4) 用图解法。这种方法就是通过作几何图形或函数图象确定正确答案。

对于本题，我们作函数 $y=x^2$ 和 $y=|x|$ 的图象(如图 1)，

显然，满足 $x^2<|x|$ 的 x 的取值范围是 $-1<x<1$，

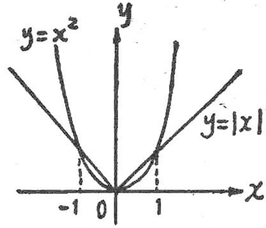

图 1

故选择(C)。

(5) 用推算对照法。

由 $\log_3 x^2=2 \not\Longrightarrow 2\log_3 x=2$，

即由 $\log_3 x^2=2 \not\Longrightarrow \log_3 x=1$。

所以 $\log_3 x^2=2$ 成立不是 $\log_3 x=1$ 成立的充分条件。

又由 $\log_3 x=1 \Longrightarrow 2\log_3 x=2 \Longrightarrow \log_3 x^2=2$。

因此，$\log_3 x^2=2$ 成立是 $\log_3 x=1$ 成立的充分必要条件。

故选择(B)。

注：由 $A \Longrightarrow B$，则 A 是 B 的充分条件。

由 $\bar{A} \Longrightarrow \bar{B}$，则 A 是 B 的必要条件，即没有 A 也就没有 B。

根据原命题与逆否命题的等价性，由 $\bar{A} \Longrightarrow \bar{B}$ 可得 $B \Longrightarrow A$（从形式上看，箭头对准的 A 是 B 的必要条件）。

如果由 $A \Longrightarrow B$，又能由 $B \Longrightarrow A$，则 A 是 B 的充分必要条件，由条件与结论的相对性，也可以说，B 是 A 的充分必要条件，充分必要条件简称充要条件。

(6) 由 $\begin{cases}1-x^2\geqslant 0\\ |x|+x>0\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}-1\leqslant x\leqslant 1\\ x>0。\end{cases}$

$\therefore\ x\in(0,1]$，故选择(B)。

此题若注意(A)、(C)、(D)中均有 $x=-1$，而 $x=-1$ 会使 $\lg(|x|+x)$ 无意义，故皆排除，剩下的(B)自然就是正确了。

(7) $\because\ 2^x=8$，则 $2^x=2^3$，$\therefore\ x=3$。

又 $\lg x^2=\lg 10$，则 $x^2=10$，$\therefore x=\pm\sqrt{10}$。

故 $M\cup N=\{\pm\sqrt{10},3\}$，选择(C)。

(8) 过 a 作平面 P 与平面 M 交于直线 a'，则 $a /\!/ a'$。
已知 $a\perp$ 平面 N，则 $a'\perp$ 平面 N，
而平面 M 过 a'，$\therefore$ 平面 $M\perp$ 平面 N，
故选择(A)。
(9) 设 $z=x+yi$，则

$$|x+yi+i|^2-|x+yi-i|^2=1$$
$$\Longrightarrow x^2+(y+1)^2-[x^2+(y-1)^2]=1$$
$$\Longrightarrow 4y=1。$$

故选择(A)。
(10) 由直角坐标化极坐标的公式，得

$$\rho=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5,$$
$$\operatorname{tg}\theta=\frac{y}{x}=-\frac{4}{3},$$

由于 $x<0, y>0$，则 θ 为第二象限角，

$$\therefore\quad \theta=\pi-\operatorname{arc\,tg}\frac{4}{3},$$

故应选择(D)。
二、填空题：
(1) $\cos 5-\sin 5$。
注：若弧度概念不清楚，把 $\sin 10$ 误认为是 $\sin 10^\circ$，就犯了偷换论题的错误。若算术根概念不清楚，则会得出如下错误结果：

$$\sqrt{1-\sin 10}=\sqrt{(\sin 5-\cos 5)^2}=\sin 5-\cos 5。$$

事实上，5 是第四象限角，因此 $\sin 5<0$，$\cos 5>0$，因此 $\sin 5-\cos 5<0$。所以正确结果是：$\cos 5-\sin 5$。
(2) $\because\quad 0.7^{1.3}<1, 1.3^{0.7}>1,$
$\therefore\quad 0.7^{1.3}<1.3^{0.7}$。

$$\log_2\frac{3}{4}=\log_4\frac{9}{16},\ \log_{\frac{1}{4}}\frac{15}{8}=\log_4\frac{8}{15}$$

∵ $\log_4 x$ 是增函数，

而 $\frac{9}{16}>\frac{8}{15}$

∴ $\log_2\frac{3}{4}>\log_{\frac{1}{4}}\frac{15}{8}$。

注：指数函数与对数函数的性质不好记，我们可以结合它们的图象帮助记忆。

拿指数函数的图象来说，只有两种情形:要么一“撇”，要么一“捺”，而且被(0,1)点掐成两段，如图2，结合图象容易记住:

① 当 $a>1$ 时，图象是一“撇”，自然有:

1) $x>0$ 时，$y>1$;

2) $x<0$ 时，$0<y<1$。

② 当 $0<a<1$ 时，图象是一“捺”，自然有:

1) $x>0$ 时，$0<y<1$;

2) $x<0$ 时，$y>1$。

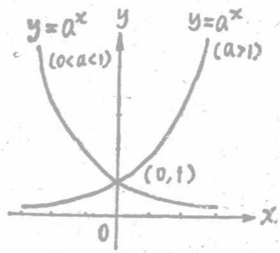

图 2

对于本题马上知道：$0.7^{1.3}<1, 1.3^{0.7}>1$。

类似地，我们也可以通过图象如(图3)记忆对数函数的性质:

① 当 $a>1$ 时，有

1) $x>1$ 时，$\log_a x>0$;

2) $0<x<1$ 时，$\log_a x<0$。

② 当 $0<a<1$ 时，有

1) $x>1$ 时，$\log_a x<0$;

2) $0<x<1$ 时，$\log_a x>0$。

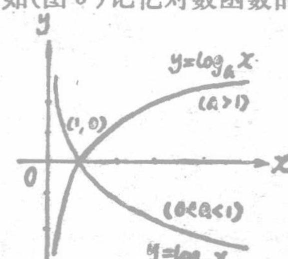

图 3

对于本题,从图象上一眼看出 $\log_4 x$ 是增函数。

(3) $(\sin 30°+i\cos 30°)^3=\sin 90°+i\cos 90°=1$ 是错误的。

因为棣莫弗定理是:

$$[r(\cos\theta+i\sin\theta)]^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)。$$

本题正确解法是:

$$\begin{aligned}(\sin 30°+i\cos 30°)^3&=(\cos 60°+i\sin 60°)^3\\&=\cos 180°+i\sin 180°\\&=-1。\end{aligned}$$

(4) $原式=\dfrac{\sin^2\alpha(-\cos\alpha)\operatorname{ctg}\alpha}{(-\operatorname{tg}\alpha)(-\cos^3\alpha)}$

$$=-\operatorname{tg}^2\alpha\log^2\alpha=-1。$$

(5) $a_1=s_1=2\times1^2-3\times1+1=0,$

$$\begin{aligned}a_n&=s_n-s_{n-1}(n\geqslant2)\\&=2n^2-3n+1-[2(n-1)^2-3(n-1)+1]\\&=4n-5。\end{aligned}$$

$$\therefore\quad a_n=\begin{cases}0(n=1),\\4n-5(n\geqslant2)。\end{cases}$$

(6) 设已知两直线的斜率分别为 k_1, k_2, 则

$$\operatorname{tg}\theta=\left|\frac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}\right|=\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}=2-\sqrt{3}$$

$\therefore\quad \theta_1=\operatorname{arc\,tg}(2-\sqrt{3}), \theta_1=15°$

$\theta_2=\pi-\operatorname{arc\,tg}(2-\sqrt{3}), \theta_2=165°$

(7) 分析: 解 $x-2y-2k=0$ 与 $2x-3y-k=0$ 组成的方程组得交点。其交点坐标满足方程 $x^2+y^2=9$, 则必在这个圆上。

解：由$\begin{cases}x-2y-2k=0\\2x-3y-k=0\end{cases}$

$\Longrightarrow(-4k,-3k)$，即交点。

交点在圆 $x^2+y^2=9$ 上，则

$$(-4k)^2+(-3k)^2=9\Longrightarrow k=\pm\frac{3}{5}$$

(8) 分析：水面升高部分的圆柱体的体积就是球的体积。

解：设球的半径为 R，圆柱的半径为 r，则

$$\frac{4}{3}\pi R^3=\pi\cdot r^2h$$

$$\Longrightarrow\frac{4}{3}\pi R^3=\pi\cdot16^2\cdot9$$

$$\Longrightarrow R=12(\text{厘米})。$$

(9) 我们知道，乘法满足交换律，因此任取两个数相乘，不必考虑乘数与被乘数的顺序，于是所得积的个数是 C_5^2，题目要求所得积中虚数的个数，因此要去掉积中非虚数：

$$i(-i)=-i^2=1,$$

$$(1+i)(1-i)=1-i^2=2$$

故所得积中虚数的个数是 $C_5^2-2=8$。

由于除法不满足交换律，因此任取两个数相除，要考虑除数与被除数的顺序，于是所得商的个数是 P_5^2，题目要求所得商中虚数的个数，因此要去掉商中非虚数：

$$\frac{i}{-i}=-1,\frac{-i}{i}=-1$$

故所得商中虚数的个数是 $P_5^2-2=18$。

(10) 把已知方程化成标准方程 $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$。

这里 $a=5, b=4$，则 $c=\sqrt{25-16}=3$。

因此离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{3}{5}=0.6$，两个焦点分别是 $F_1(-3, 0)$ 和 $F_2(3, 0)$，椭圆的四个顶点是 $A_1(-5, 0)$、$A_2(5, 0)$、$B_1(0, -4)$ 和 $B_2(0, 4)$。

三、分析：求函数的定义域，就是求在实数范围内使函数解析式有意义的自变量的取值集合。在这里，要使 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则必须 $x-2 \geqslant 0$；由于分式的分母不能为零，所以 $\frac{1}{x-3}$ 当 $x \neq 3$ 时有意义；负数与零没有对数，所以 $\lg(5-x)$ 当 $5-x>0$ 时有意义。综合起来得下面解法。

解：对偶次根式来说，$x-2 \geqslant 0$，

对分式来说，$x-3 \neq 0$，

从对数来说，$5-x>0$。

综合起来，只要满足不等式组：

$$\begin{cases} x-2 \geqslant 0, \\ x-3 \neq 0, \\ 5-x>0。\end{cases}$$

就是
$$\begin{cases} x \geqslant 2, \\ x \neq 3, \\ x<5。\end{cases}$$

从数轴上找不等式组的解集(如图 4)。

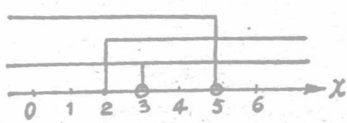

图 4

可知函数的定义域是