

# 学习与评价

配苏教版普通高中课程标准实验教科书

## 课课练



凤凰核心教辅

凤凰出版传媒集团  
江苏教育出版社

# 致同学

## 致同学

亲爱的同学：

如果你理解教科书中的内容，并完成教科书中相关的练习与“感受·理解”部分的习题后，还想进一步加强基础知识的训练，以求加深对所学内容的理解。那么，我们向你推荐这本学习用书。本书的内容是教科书的补充，它可以帮助你完善知识，也可以对你的学习情况进行检验。

你可以根据自己的需要，选择本书中部分或全部内容进行练习。在此基础上，你可以尝试解决“探究·拓展”中的问题。

在解题之前，首先要对所学知识进行整理，总结思考问题的方法与策略。最好先仔细阅读一下教科书，特别是教科书中的例题、习题。

在解题时，要认真观察、分析，综合运用知识。面对一个新的问题，我们要不断地问自己：在何处碰见过类似的问题？将这个问题分解，其中的部分是否是我熟悉的？那时我是怎样解决的？等等。遇到实在解决不了的问题，可以与同学研究或参考解答与提示，再思考解决问题的途径。

一个问题解决之后，不要马上转到另一个问题上，要及时反思：这个问题我是怎样解决的？还可以作哪些推广？等等。

在一个单元或一章结束后，最好做个总结，给出本章的知识结构图、重要的解决问题的思想方法以及你认为“好”的题目。再检测一下自己的学习情况，如果与预期的目标有距离，要及时查漏补缺，不要让自己似懂非懂地转入下一阶段的学习中。

这样，你会觉得学习数学很轻松，而且愈学愈有趣。

苏教版《普通高中课程标准实验教科书·数学》编写组

2006年5月

**本册主编** 陆云泉

**编写人员** 杨志文 陆云泉 陈江辉

赵一中 钱军先 钱 铭

凌世春

**参与讨论** 陈光立 董林伟 丁 骏 樊亚东

冯惠愚 冯建国 葛 军 寇恒清

李洪涛 陆云泉 罗 强 刘 华

祁建新 仇炳生 孙旭东 石志群

徐稼红 徐淮源 袁亚良 于 明

魏贤刚 王红兵 王玉宏 卫 刚

张松年 张乃达 周建勋 周 凯

张建良

# 目 录

001	<b>第1章 解三角形</b>
001	第1课时 正弦定理(1)
003	第2课时 正弦定理(2)
005	第3课时 余弦定理(1)
007	第4课时 余弦定理(2)
009	第5课时 正弦定理、余弦定理的应用(1)
011	第6课时 正弦定理、余弦定理的应用(2)
013	第7课时 正弦定理、余弦定理的应用(3)
015	第8课时 本章复习
021	<b>第2章 数列</b>
021	第1课时 数列的概念和简单表示
023	第2课时 等差数列的概念与通项公式(1)
025	第3课时 等差数列的概念与通项公式(2)
027	第4课时 等差数列的前 $n$ 项和(1)
029	第5课时 等差数列的前 $n$ 项和(2)
031	第6课时 等比数列的概念与通项公式(1)
033	第7课时 等比数列的概念与通项公式(2)
035	第8课时 等比数列的前 $n$ 项和(1)
037	第9课时 等比数列的前 $n$ 项和(2)
039	第10课时 等差数列和等比数列的综合应用(1)
041	第11课时 等差数列和等比数列的综合应用(2)
043	第12课时 本章复习

# 第1章 解三角形

## 第1课时 正弦定理(1)

### 【知识要点】

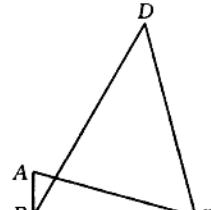
了解正弦定理的由来,掌握正弦定理的证明过程;能够利用正弦定理解决两类解斜三角形的问题.

### 【分层训练】

1. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $a = 10$ ,  $A = 30^\circ$ ,  $C = 45^\circ$ , 则 $c$ 等于 ( )  
A.  $10\sqrt{3}$       B.  $10\sqrt{2}$       C.  $\frac{10\sqrt{2}}{3}$       D.  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$
2. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $a = 5\sqrt{2}$ ,  $c = 10$ ,  $A = 30^\circ$ , 则 $B$ 等于 ( )  
A.  $105^\circ$       B.  $60^\circ$ 或 $120^\circ$       C.  $15^\circ$       D.  $105^\circ$ 或 $15^\circ$
3. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle A = 30^\circ$ ,  $a = \sqrt{6}$ ,  $b = 4$ , 则满足条件的 $\triangle ABC$  ( )  
A. 不存在      B. 有一个      C. 有两个      D. 不能确定
4. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{a}{b}$ , 则 $\triangle ABC$ 的形状为 \_\_\_\_\_.
5. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\sqrt{3}a = 2b\sin A$ , 则 $B =$  \_\_\_\_\_.
6. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $a + b + c = 30$ ,且 $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$ , 则 $a =$  \_\_\_\_\_,  
 $b =$  \_\_\_\_\_,  $c =$  \_\_\_\_\_.
7. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a = 1$ ,  $b = \sqrt{3}$ ,  $A = 30^\circ$ , 求 $B$ ,  $C$ ,  $c$ .
8. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a = 14$ ,  $b = 7\sqrt{6}$ ,  $B = 60^\circ$ , 求 $A$ ,  $c$ .

拓展延伸

9. 如图,  $AB \perp BC$ ,  $CD = 33$ ,  $\angle ACB = 15^\circ$ ,  $\angle BCD = 75^\circ$ ,  $\angle BDC = 45^\circ$ , 求  $AB$  的长.



(第 9 题)

10. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $a = 5$ ,  $b = 7$ ,  $B = 60^\circ$ , 求  $S_{\triangle ABC}$ .

回顾反思

解完第 7 题与第 8 题后, 你有何体会? 第 10 题中, 如将  $a = 5$  换成  $a = 8$ , 结果又将如何?

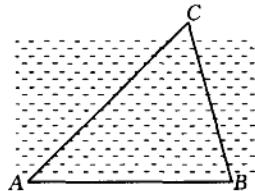
## 第2课时 正弦定理(2)

### 知识要点

会运用正弦定理确定三角形解的情况，能够应用正弦定理求三角形的面积及解决其他一些综合问题。

### 分层训练

1. 在 $\triangle ABC$ 中，下列各式一定正确的是 ( )  
A.  $\frac{a}{c} = \frac{\sin C}{\sin A}$       B.  $\frac{\sin A}{a} = 2R$  ( $R$ 为外接圆半径)  
C.  $c^2 = a^2 + b^2$       D.  $a \sin C = c \sin A$
2. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b = 8$ ,  $c = 5$ ,  $S_{\triangle ABC} = 10$ , 则 $A$ 为 ( )  
A.  $30^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $150^\circ$       D.  $30^\circ$ 或 $150^\circ$
3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b = 2\sqrt{3}$ ,  $a = 3$ , 则 $A$ 的取值范围是 ( )  
A.  $0^\circ < A < 30^\circ$       B.  $0^\circ < A \leqslant 60^\circ$       C.  $0^\circ < A \leqslant 90^\circ$       D.  $30^\circ < A < 60^\circ$
4. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $c = 10\sqrt{2}$ ,  $C = 60^\circ$ ,  $a = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ , 则 $A =$ \_\_\_\_\_.
5. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b = 2$ ,  $\angle B = 45^\circ$ , 且此三角形有两解，则 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.
6. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a = 3$ ,  $b = 2\sqrt{3}$ , 则 $A$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.
7. 如图，为了测得河的宽度，在一岸边选定两点 $A$ 和 $B$ ，望对岸的标志物 $C$ ，测得 $\angle CAB = 45^\circ$ ,  $\angle CBA = 75^\circ$ ,  $AB = 120$  m, 求河的宽(精确到0.01 m).



(第7题)

8. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $C = 2B$ , 求 $\frac{b}{c}$ 的取值范围.

### 『拓展延伸』

9. 在 $\triangle ABC$ 中,已知  $\tan A = \frac{1}{2}$ ,  $\tan B = \frac{1}{3}$ , 且最长边的长为 $5\sqrt{5}$ ,求:  
(1)C;(2)最短边的长.
10. 在 $\triangle ABC$ 中,已知  $2B = A + C$ ,  $b = 1$ , 求  $a+c$  的取值范围.

### 『回顾反思』

学习了正弦定理后,你是否掌握了更多的三角形面积公式?请你在第8题和第10题中认真体会运用三角函数知识与正弦定理解决有关问题的方法.

## 第3课时 余弦定理(1)

### 知识要点

掌握余弦定理及其证明方法,会运用余弦定理解决简单的解三角形问题.

### 分层训练

1. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $b^2 = a^2 + c^2 + ac$ ,则 $B$ 为 ( )  
A.  $60^\circ$       B.  $45^\circ$ 或 $135^\circ$       C.  $120^\circ$       D.  $30^\circ$
2. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长的比是 $3:5:7$ ,则 $\triangle ABC$ 的最大角是 ( )  
A.  $\frac{\pi}{2}$       B.  $\frac{2\pi}{3}$       C.  $\frac{3\pi}{4}$       D.  $\frac{5\pi}{6}$
3. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a = 4$ , $b = 6$ , $C = 120^\circ$ ,则 $\sin A$ 的值是 ( )  
A.  $\frac{\sqrt{57}}{19}$       B.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{38}$       D.  $-\frac{\sqrt{57}}{19}$
4. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $a = 2$ , $b = \sqrt{2}$ , $c = \sqrt{3} + 1$ ,则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ .
5. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $C = 120^\circ$ ,两边 $a$ , $b$ 是方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的两根,则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ .
6. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $b = (\sqrt{3} - 1)a$ , $C = 30^\circ$ ,则 $\frac{a^2}{c^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
7. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a = \sqrt{6}$ , $b = 2$ , $c = \sqrt{3} + 1$ ,求 $A$ , $B$ , $C$ 及 $S_{\triangle ABC}$ .
8. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $a = 2\sqrt{3}$ , $c = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ , $B = 45^\circ$ ,求 $b$ 和 $A$ .

### 『拓展延伸』

9. 在 $\triangle ABC$ 中,边 $a, b$ 是方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 的两根,且 $2\cos(A+B) = 1$ ,求:  
(1) $c$ ;(2) $\triangle ABC$ 的面积.

10. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $A$ 最大, $C$ 最小,且 $A = 2C$ , $a+c = 2b$ ,求此三角形三边之比.

### 『回顾反思』

你还能找到与教材不同的证明余弦定理的方法吗?如果能,请写出证明方法.

## 第4课时 余弦定理(2)

### 知识要点

能运用余弦定理解决判断三角形的形状、证明三角恒等式等问题.

### 分层训练

1. 已知三角形三边之比为  $3 : 4 : \sqrt{37}$ , 则此三角形的形状是 ( )  
A. 直角三角形      B. 锐角三角形  
C. 钝角三角形      D. 以上情况都有可能
2. 在  $\triangle ABC$  中,  $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 2 : 4$ , 则  $\cos C$  的值为 ( )  
A.  $-\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $-\frac{2}{3}$       D.  $\frac{2}{3}$
3. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $(b+c+a)(b+c-a) = 3bc$ , 则  $A$  等于 ( )  
A.  $30^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $120^\circ$       D.  $150^\circ$
4. 已知  $\triangle ABC$  的三边长分别为  $m$ ,  $n$ ,  $\sqrt{m^2 + n^2 + mn}$ , 则三角形的最大角的度数为 \_\_\_\_\_.
5. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $BC = 3$ ,  $AB = 10$ ,  $AB$  边上的中线长为 7, 则  $S_{\triangle ABC} =$  \_\_\_\_\_.
6. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $a = 7$ ,  $b = 8$ ,  $\cos C = \frac{13}{14}$ , 则三角形最大角的余弦值为 \_\_\_\_\_.
7. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $B = 45^\circ$ ,  $D$  是边  $BC$  上的一点,  $AD = 5$ ,  $AC = 7$ ,  $DC = 3$ , 求  $AB$  的长.
8. 已知  $(a^2 + bc)x^2 + 2\sqrt{b^2 + c^2}x + 1 = 0$  是关于  $x$  的二次方程, 其中  $a$ ,  $b$ ,  $c$  是  $\triangle ABC$  的三边长.
  - (1) 若方程有两相等实根, 求  $\angle A$  的度数;
  - (2) 若  $\angle A$  为钝角, 试判断方程解的情况.

### 拓展延伸

9. 已知 $\triangle ABC$ 的面积  $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4\sqrt{3}}$ , 求 C.

10. 已知在半径为 R 的圆内接三角形 ABC 中,  $2R(\sin^2 A - \sin^2 C) = (\sqrt{2}a - b)\sin B$ , 求 C.

### 回顾反思

(1) 如果  $a, b, c > 0, A, B, C \in (0, \pi)$ , 且  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B, c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ , 则  $A + B + C = \pi$  吗?

(2) 在第 10 题中, 如何求 $\triangle ABC$  面积的最大值?

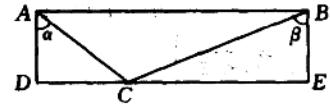
## 第5课时 正弦定理、余弦定理的应用(1)

### 知识要点

能运用正弦定理、余弦定理解决较复杂的解三角形问题、证明三角恒等式、判断三角形的形状。

### 分层训练

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 18$ ,  $b = 22$ ,  $A = 45^\circ$ , 则这样的三角形 ( )  
A. 仅一个      B. 有两个      C. 个数不确定      D. 不存在
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos B}{b}$ , 则 $B$ 等于 ( )  
A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $90^\circ$
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\frac{a}{\cos \frac{A}{2}} = \frac{b}{\cos \frac{B}{2}} = \frac{c}{\cos \frac{C}{2}}$ , 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ( )  
A. 等腰三角形      B. 等边三角形      C. 直角三角形      D. 等腰直角三角形
4. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a \cos B = b \cos A$ , 则 $\triangle ABC$ 的形状是 \_\_\_\_\_.
5. 三角形两边的长分别为 $1$ ,  $\sqrt{3}$ , 第三边上的中线长为 $1$ , 则三角形的外接圆半径为 \_\_\_\_\_.
6. 如图所示, 四边形 $ADEB$ 是矩形, 且 $\alpha + \beta = 120^\circ$ ,  $AC = 90$ ,  $BC = 150$ , 则 $DE =$  \_\_\_\_\_.
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 求证:  $a^2 \sin 2B + b^2 \sin 2A = 2ab \sin C$ .

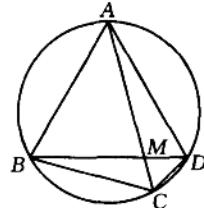


(第6题)

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\lg a - \lg c = \lg \sin B = \lg \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且 $B$ 为锐角, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

拓展延伸

9. 如图,四边形ABCD内接于圆,AC交BD于M, $\angle ADB = 60^\circ$ , $\angle CBD = 15^\circ$ ,  
 $BC = \sqrt{2}$ , $AD = 1 + \sqrt{3}$ ,求DM与AB的长.



(第9题)

10. 在 $\triangle ABC$ 中,求证: $\frac{a^2 - b^2}{c^2} = \frac{\sin(A - B)}{\sin C}$ .

回顾反思

请从本节习题中总结出使用正弦定理和余弦定理解决判断三角形形状、证明三角恒等式等问题时的基本方法.

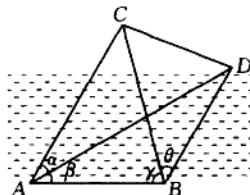
## 第6课时 正弦定理、余弦定理的应用(2)

### 知识要点

体验数学建模的基本思想,掌握求解实际应用问题的一般步骤,熟练地运用正弦定理和余弦定理解决与测量、航海、军事、工程等有关的实际问题.

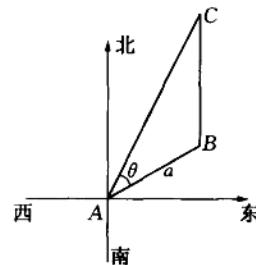
### 分层训练

- 如果某人向正东方向走 $x$  km后,向右转 $150^\circ$ ,然后朝前走3 km,结果他离出发点恰好 $\sqrt{3}$  km,那么 $x$ 的值为 ( )  
A.  $\sqrt{3}$       B.  $2\sqrt{3}$       C.  $2\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$       D. 3
- 在某海域,一货轮航行到 $M$ 处,测得灯塔 $P$ 在货轮的北偏东 $15^\circ$ 并与灯塔 $P$ 相距 $20$  n mile,随后货轮按北偏西 $30^\circ$ 方向航行 $30$ 分钟,又测得灯塔 $P$ 在货轮的东北方向,则货轮的速度为 ( )  
A.  $20(\sqrt{6} + \sqrt{2})$  n mile/h      B.  $20(\sqrt{6} - \sqrt{2})$  n mile/h  
C.  $20(\sqrt{6} + \sqrt{3})$  n mile/h      D.  $20(\sqrt{6} - \sqrt{3})$  n mile/h
- 已知某零件上有 $A$ , $B$ , $C$ 三个小孔,测得孔心距分别为 $AB = 5$  cm, $AC = 1$  cm, $BC = 3\sqrt{2}$  cm. 现要在直线 $BC$ 上钻一新孔 $D$ ,使新孔孔心 $D$ 和 $A$ 的连线垂直于直线 $BC$ ,则 $D$ 与 $B$ 的距离应为 \_\_\_\_\_ cm.
- 海上有 $A$ , $B$ 两个小岛相距 $10$  n mile,从 $A$ 岛望 $C$ 岛和 $B$ 岛成 $60^\circ$ 的视角,从 $B$ 岛望 $A$ 岛和 $C$ 岛成 $75^\circ$ 的视角,则 $B$ 岛和 $C$ 岛的距离是 \_\_\_\_\_ n mile.
- 如图,为测量不可到达的河北岸 $C$ , $D$ 两点间的距离,在河南岸选取 $A$ , $B$ 两点,测得 $AB = 100$  m,  $\alpha = \beta = 30^\circ$ ,  $\gamma = 75^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,试求 $C$ , $D$ 间的距离(精确到 $0.1$  m).



(第5题)

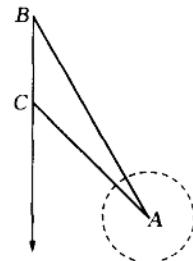
6. 如图,甲船在  $A$  处观察到乙船在它的北偏东  $60^\circ$  方向的  $B$  处,两船相距  $a$  海里,乙船向正北方向行驶. 若甲船的速度是乙船的  $\sqrt{3}$  倍,问甲船应取什么方向前进才能尽快追上乙船? 相遇时乙船已行驶了多少海里?



(第 6 题)

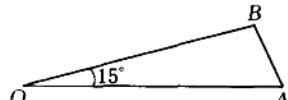
**拓展延伸**

7. 如图,海中小岛  $A$  周围  $38 \text{ n mile}$  内有暗礁,一船正在向南航行,在  $B$  处测得小岛  $A$  在船的南偏东  $30^\circ$ ,航行  $30 \text{ n mile}$  后,在  $C$  处测得小岛在船的南偏东  $45^\circ$ ,如果此船不改变航向继续向南航行,有无触礁危险?



(第 7 题)

8. 垒球比赛时,击球手甲在本垒  $O$  处击球,游击手乙在  $A$  处准备跑动接球,若甲击出的球的水平速度为乙的最大跑速的 4 倍,且甲击出的球飞行方向与  $OA$  成  $15^\circ$  角,游击手乙是否可能接到球? 为什么?



(第 8 题)

**回顾反思**

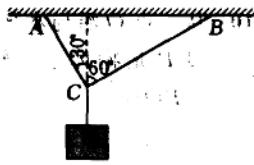
本节内容涉及到的是有关解斜三角形的数学应用问题,这是数学学习的一个重点,也是一个难点,这类问题从阅读理解、信息迁移、数学化方法、创造性思维等方面,多角度培养我们分析问题和解决问题的能力,请思考这类问题的一般解题步骤.

## 第7课时 正弦定理、余弦定理的应用(3)

### 知识要点

能运用正弦定理、余弦定理解决一些物理方面的问题及有关综合问题.

### 分层训练

- 已知向量  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角为  $60^\circ$ , 且  $|\mathbf{a}| = 4$ ,  $|\mathbf{b}| = 3$ , 则  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$  等于 ( )  
A.  $\sqrt{13}$       B.  $\sqrt{15}$       C.  $\sqrt{19}$       D.  $\sqrt{37}$
- 已知一艘船以  $4 \text{ km/h}$  的速度沿着与水流方向成  $120^\circ$  角的方向航行, 河水流速为  $2 \text{ km/h}$ , 则该船  $\sqrt{3} \text{ h}$  的航程为 ( )  
A.  $2\sqrt{15} \text{ km}$       B.  $6 \text{ km}$       C.  $2\sqrt{21} \text{ km}$       D.  $8 \text{ km}$
- 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C + \cos B \cos C + \cos A$ , 则  $A$  等于 ( )  
A.  $60^\circ$       B.  $120^\circ$       C.  $135^\circ$       D.  $150^\circ$
- 力  $F_1$ ,  $F_2$  共同作用在某质点上, 已知  $F_1 = 5 \text{ N}$ ,  $F_2 = 12 \text{ N}$ , 且  $F_1$  与  $F_2$  方向的夹角为  $60^\circ$ , 则质点所受合力的大小为 \_\_\_\_\_ N.
- 如图, 用绳子  $AC$  和  $BC$  吊一重物, 绳子与竖直方向的夹角分别为  $30^\circ$  和  $60^\circ$ . 若绳子  $AC$  和  $BC$  能承受的最大拉力分别为  $150 \text{ N}$  和  $100 \text{ N}$ , 则此重物的重力不能超过 \_\_\_\_\_ N.  

- 在一条两岸平行、水速为  $1 \text{ km/h}$  的河流中, 速度为  $\sqrt{2} \text{ km/h}$  的小船要从河的一边驶向河的对岸, 为使所行的路程最短, 小船应朝 \_\_\_\_\_ 方向行驶.
- 已知平面上三个力  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  作用于一点且处于平衡状态,  $F_1 = 1 \text{ N}$ ,  $F_2 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \text{ N}$ ,  $F_1$  与  $F_2$  的夹角为  $45^\circ$ , 求  $F_3$  的大小及  $F_3$  与  $F_1$  的夹角.

(第5题)