

专题技术译丛

激 光 技 术

(三)



长沙工学院资料室

3-16-1-3

本集收集四篇文章，第一篇文章讨论氦氖激光器的寿命问题，第二篇是有关谐振腔设计（直线腔，环形腔都包括在内）的重要文献，第三和第四篇都是有关激光陀螺的文章，第三篇文章虽然写作时间已较久，但它是激光陀螺第一个奠基性的基础工作，对于理解以后的工作仍有一定的意义，第四篇文章则是选至1970年有关激光陀螺的总结，附有大量参考文献，提供了一个比较完整的概貌。

译文一般均按原文译出，除了极为明显的错误之外，由于时间仓促都未核算更改，希读者注意。此外由于译者水平有限定有许多不妥之处，欢迎批评指正。

长沙工学院三〇四教研室

1976.4.10

目 录

氦—氖激光器的寿命·····	(1)
含有聚焦元件的光学谐振腔的分析·····	(8)
行波激光器的理论·····	(27)
激光陀螺仪·····	(46)

氦—氖激光器的寿命

计量学对激光器的要求是单频而且尺寸要小。为了使单轴向模有适当的输出功率，端面反射镜就必须相距 15 厘米，甚至更小些，这样使用内部反射镜显然是有利的，因它可以消除通常与布儒斯特窗相联系的损耗（因而就减小了维持振荡所需的放电长度）。而且有利于结构的紧凑。然而当有内反射镜的小的射频激励氦氖激光器制作成功时，发现它们的寿命受到严重的限制，原因是放电作用使反射镜损坏，以及引起气体压力变化所致。

因为气体激光器的增益比较低，故端面的反射镜处必须维持在很低的损耗，通常在 1% 以下。而轻微的损坏就会使损耗超过允许值。另一方面要实现这样低的损耗就需要很精细的介质膜。而放电区域中存在的离子、亚稳原子及很强的紫外光子在正常条件下都可能使膜层损坏。

要维持激光振荡，必须使放电柱内有足够的增益，因而氦氖的压力必须保持在一定限度内。Gordon 和 White 发现对管径在 1-15 毫米范围内的最佳增益，总压力 P 、分压力 P_{He} 、 P_{Ne} （单位为托）有下列关系

$$PD = 2.9 - 3.6 \text{ (托} \cdot \text{毫米)}$$

$$P_{\text{He}} = 5P_{\text{Ne}}$$

其中 2.9 适用于小管径。本文作者发现对管径为 2-7 毫米的射频激励激光器有相同的最佳压强。对于一个典型的管径为 4 毫米的激光器来说，在 6328.4° 时的最大输出约为 1 毫瓦。激光器输出与压力的关系的测量是在氦与氖的比例取在 3:1 与 7:1 之间进行的。对氦、氖所取的每一种比例，激光器输出与总压力的曲线表明大约在 0.75 托处有一极大值。当压力由 0.7 托逐渐增加时，激光器的输出逐渐下降。到 1.5 托处对氦、氖的最佳混合比为 5:1 时激光器的输出功率是峰值功率的 50%；而对混合比例为 3:1 时输出功率是峰值的 10%。当压力由 0.75 托逐渐减小时，激光器输出也迅速下降。当压力低于 0.25 托时，则任何混合比例都不能振荡。因此当放电引起大量气体的清除 (clean up) 而导致气压的降低直到激光停止振荡。

下面报导一些作为研究反射镜损坏以及气体清除的某些因素所作的实验。研究结果，发现所研究的这种典型的实用的小激光器，当在 6328.4° 输出时其有用寿命约为 1 千小时。

反射镜的损坏

在这些实验开始时，反射膜层是在有档板的油扩散泵所产生大约 10^{-5} 托的气压中制成的硫化锌及氟化镁的十三层涂层，它们在大气或真空中似乎有无限寿命，但却经不住真空中 150°C 的持续烘烤。

使反射鏡损坏的有关因素的研究是按以下二个方面进行的：a) 找出导致所观测到的损坏的放电产物。b) 设法避免这种损坏。

a) 放电产物 在激光器的初期工作中就发现不仅是当反射膜层直接暴露在电辉中时遭受破坏，甚至在制作时使可见辉光至少与反射器相隔几个厘米时也遭受破坏。由辉光放电而引起的损坏是由于快速运动的离子。对于可见辉光离反射膜几个厘米处时仍导致损坏，人们认为可能是由于有限数量的离子或亚稳原子继续前进几个厘米的结果。为了研究由扩散离开辉光的放电产物的性质，设计了如图1所示的装置。

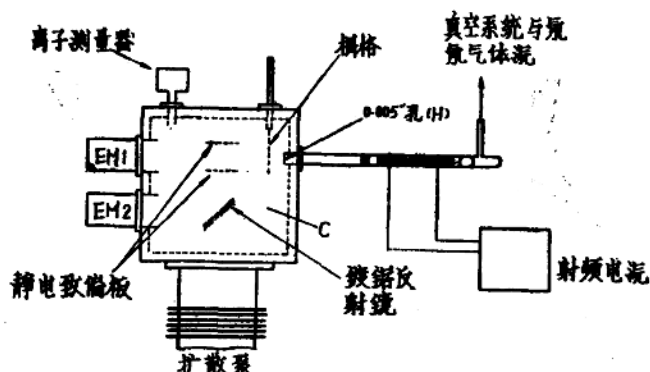


图1 用以分析由辉光放电(G)而产生的产物的装置
EM₁及EM₂是电子倍增检测器的两个可能位置

在管(T)内维持射频放电。辉光(G)在管中位置及强度均可调整，由辉光(G)向外扩散的放电产物可以通过在石英放电管(T)上的直径为0.005吋的孔(H)而进入分析室(C)。放电产物穿过分析的静电场后被放在位置EM₁或EM₂处的电子倍增器检测出来。

分析室(C)由铝块加工制成，并由一个有档板的空气冷却的油扩散泵抽成真空，全部真空封口均用园环形的橡皮垫圈。用CVC离子规测量压力。当放电管内真空度抽成 2×10^{-8} 毛充入氦的典型放电压力大约1毛时，室(C)中的压力为 5×10^{-6} 毛，偏转电极由不锈钢制成，而栅极则由细鎢丝网作成，它们都按装在可调整的真空支架上，并且必要时可用鏡片及可移动的石英或氟化鋰活动档板来代替。

实 验

使氦射频放电，辉光终端离孔(H)均为10厘米，由电子倍增器(1000V EHT)得到大约 5×10^{-8} A的一个讯号，其电流可用一个静电放大器测量之。兹假定此讯号是由(1)离子(2)亚稳原子(3)光子这几种东西产生的。由于电子倍增器上的高压的极性，电子是测量不到的。

各种实验都指出讯号的主要部分是由这紫外光子引起的，信号对栅极或偏转器上的电压(300伏以上)变动反应很小。粗略的计算指出在放电管中靠近孔(H)处的离子密度为 10^7 离子数/厘米³ 应该是可以检测出来的。

由离子产生的电子倍增电流仅在放电辉光一直延伸到孔(H)时才能观察到。这时放电很强，倍增器讯号的50%是受栅极以及偏转器的电压影响。大约10伏的栅极电压就

足以中止离子流,再进一步提高栅极电压一直到300伏影响就很小了。

将辉光终点离孔20厘米,在此实验看到此时造成倍增器电流的放电产物(1)通不过氟化锂或石英(2)可被铝镜反射(3)沿放电管从靠近辉光到孔(H)按直线传播。观测(1)是用可动的氟化锂或石英活动挡板进行的。观测(2)是由在位置 EM_2 上的电子倍增器进行的。静电偏转器被移开而用一个铝镜代替之,此镜可绕垂直于图1中的平面来调整。观测(3)是用在放电管内部的可移动的收缩器来进行的。此收缩器是一个内径为2毫米的石英环,它附在一个铁柱上。环或光栏的位置可用磁铁改变之。在移动光栏的时候,电子倍增器的讯号变化的方式就象讯号是由靠近辉光端部的源发出的光子所引起的那样。当光栏接近辉光时观察到光子的俘获效应似乎辉光中的光子源离开辉光大约2厘米左右。在这段距离内光子由于俘获而按漫射运动方式移动。在此过程中按照Holstein的看法,辐射的波长可因都卜勒运动而改变,直到波长离谐振点足够远的光子可以穿过气体而再被吸收的机会很小时为止。因此,按直线传播的辐射就不是由辉光本身射出来的,而是离辉光某段距离处发射出来的。

确定了造成放电能量转移的主要产物以后,就作了一个实验来确定是否实际上紫外光子能使激光器的反射镜变质。此实验装置如图2所示。石英放电管(T)通过一个有过渡层的接口与派力克司玻璃的外壳联结,此外壳包含一个凹形铝反射镜M及介质反射镜S的样品,在氩中射频放电所发辉光被M向S方向反射,由M产生的像由于离轴像差而变形,但它有确定的图样。在真空处理的烘烤以后,样品S的外表面有某些损坏,然而不是均匀的损坏,这显然是来自真空室加热口的物质凝聚的结果。

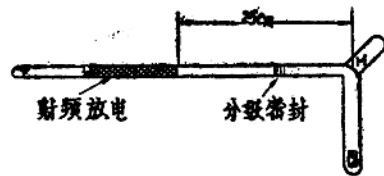


图2 用以研究多层介质反射镜上的光子影响的放电管

在T中激励放电并经50小时以后,样品S的外表面上就有不均匀损坏,经200小时以后,取出样品来,发现损坏面积的形状与由M产生的辉光的像有关,这个证据证实了激光器反射镜的损坏是由光子引起的理论。

(b)减小损坏的设想 上述实验指出目前所用的介质膜能被直接穿过氩及氖的紫外光子所损坏。因此用使介质膜离开放电一段距离以保护介质膜的任何设想将使内反射镜失去优越性,因为这个距离比起激光器本身大的多,故唯一解决的方法似乎是使用较坚固的膜层。

因膜层的材料(硫化锌及氟化镁)是稳定的化合物,看来紫外光的损坏作用可能是由于破坏了其它分子的结果。例如在蒸镀膜层时凝聚的泵油。为了将这种污染减至最小,当膜层蒸镀时将基片(可熔硅)加热,这样污染就不会凝在上面。这样处理得到的膜层很牢固,能经得住象流水冲洗或在真空中烘烤到 250°C 之类的强烈处理而不损坏。

这种膜层试用于激光器,发现它不仅能防获紫外线的破坏作用,而且也能防获直接暴露在放电中的破坏作用。在一次刚超过阈值的激光器(因透射损耗高)的试验中,辉光距离反射镜6厘米,经600小时运行后,还没发现功率下降。然后使放电直接靠近膜层,150小时后由于气体清除,激光器才不出光,但再充气以后仍如前一样工作。

另一种激光器停止工作的情况，看来是由于有来自管的其他部分的溅射物沉淀在膜层上。使直接对着膜层放电4小时，结果激光器又重新出光了，推测是由于溅射物质排除的结果。

在我们目前的实验中，采用十三层硫化锌、氟化镁膜层，只要他们距放电1或2厘米的话，他们的寿命似乎是无限的，同样也知道在膜层与放电辉光接触中可经受100小时的考验，而反射率的损失不超过0.1%。然而危险的是由于离子的直接作用而引起的某些溅射，因此在不必要时，不要将膜层直接暴露在辉光中。

气体逃逸 (Gas clean-up)

大家知道当装在一个封闭容积中的气体放电时，结果引起气体压力逐渐减小，这一现象称为“清除”。它是由两种原因引起，一是趋于管壁的快速运动的气体离子被拉入管壁，二是原子由于溅射作用而被埋藏在放电管壁上。在超高真空领域的工作者曾研究了相似的现象。Radhead, Hobson 和 Kornelson 等人在参考文献4里对有关资料作了评述。如前面所提到的由于氦氖激光器中的增益是受压力及混合气体的成分影响的，所以实验的目的在于确定：(a) 影响气体从放电管中移走的速率的因素 (b) 在清除过程中留在放电管中氦、氖的相对数量。

影响清除速率的因素

由于实验的目的在于寻找射频激励氦-氖激光器的工作的最佳条件，所以研究是在放电条件严格地类似于激光器的管中进行的

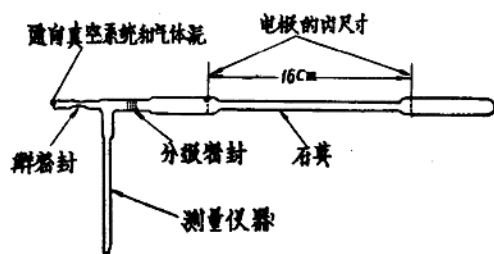


图3 在清除实验中所用的石英放电管

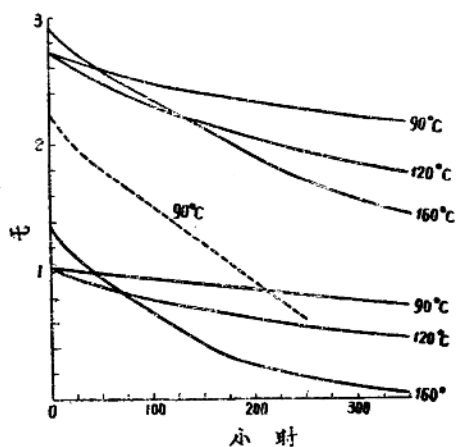


图4 气体清除实验，实线表示电极面积为15厘米²时所得数据，采用三个壁温90°，120°，160°，虚线表示面积为0.3厘米²而壁温为90°时所得数据

几个尺寸大小如图3所示的石英放电管被抽成真空，并用火焰烧成红热，系统中最后的压力约为 10^{-8} 托，然后充以压力大约2托的氦及氖（氖为17%）的混合气。每个管子都通过过渡接口装上一个派力克斯玻璃作的 Pirani 压力计。薄金属作成的外部电极绕在管上如图所示。在27兆周时，用可以调节输出到200瓦的射频功率源来激励放电。功率的调整可以产生不同壁温，而壁温的测量是采用铁-康铜热电偶接触石英管而得。

试验中用了二个不同尺寸的电极,一个电极面积约为 0.3厘米^2 ,而另一个约 15厘米^2 。用电极为 15厘米^2 的管子所作实验的一些结果如图4所示,它是在图中所示三种不同壁温($90^\circ, 120^\circ, 160^\circ\text{C}$)的情况下压力随时间的变化曲线。其中还包括一条用电极面积为 0.3厘米^2 的管子并将壁温控制在 90°C 时所得曲线(即虚线)。此曲线是取自用以确定放电管中氦氖的相对数量的测量。可以看出(a)壁温(即放电功率)低和(b)电极面积大时清除最小

开始迅速的清除,以后压力降低的速率即恒定。这个压力降低的速率即使在长时间的试验中进行观察也保持不变。已清除的气体,甚至将石英放电管加热到红热也不能在数量上有明显的恢复。这一事实与放电管的每单位面积的气体被清除总数的计算一样,导致的结论是:气体原子贯穿到石英中相当深的距离(是原子直径的几十倍)。

在所获得的资料基础上,制作了儘可能大的电极面积、并工作在最小的有用功率的激光管。一个总容积为 30厘米^3 的1毫瓦的激光器,其寿命超过1000小时仍未遭到由于气体清除所造成的熄灭。

又对一个尺寸与图3相同但完全是派力克斯玻璃制成的放电管进行了清除实验,这种管子的清除很快,约 10^3 倍于在同一条件下石英放电管的结果。

本文研究的结果与 Seigles 及 Dieke 的结果可相比较,他们两人的论文是讨论在派力克斯玻璃中氦及氖的清除,他们采用比本文所介绍的石英放电管所用功率低得多的无电极放电。然而可得出以下的结论:a)在相同放电条件下派力克斯玻璃中的清除要比石英中的快得多。b)派力克斯玻璃管中气体清除可用加热办法使之恢复,而石英管就不行。

关于改变外部射频电极的物理尺寸对清除的影响,Seigles 及 Dieke 是未讨论过,但可观测到与他们所描述相类似的其他现象,例如a)当外部电极移到放电管的另一部分(对派力克斯玻璃及石英均适用)时,被清除的气体回到气相。b)对派力克斯玻璃来说当放电已经停止,管子处于室温时,一些清除气体逐渐回到气相

对派力克斯玻璃管中氦及氖的清除的进一步研究正在进行中。

研究气体在放电管中的损耗时,还应考虑气体通过石英及派力克斯玻璃外壳的正常扩散效应。在放电管中充以压力为2托的氦及氖的混合气体做实验,管外绕加热带以维持石英在 300°C 的温度,放置了5天,在此期间内由于氦通过石英的扩散而使压力逐渐下降,到5天的最后其压力约为初始值的一半。由实验计算出氦在石英中的渗透率符合于 Alcmose 所得到资料(在实验误差内)。假定靠近等离子体的石英温度为某一合理数值,于是可以粗略地计算出氦在激光管中的扩散率,这种计算表明,在观察到的最低清除之下,氦的主要损耗是扩散。

氦及氖的相对清除

在最初为确定清除以后的氦及氖的相对数量的实验中,对剩余气体用质谱仪进行分析。由于样品的性质且数量少,故此法导致不合理的结果,故改用光学光谱仪分析正在放电的放电管中的成分。采用如图3所示的石英管,将它充以总压力大约为2托的氦氖混合气体(16.8%的氖),并将它从真空系统封切下来。对皮拉尼(Pirani)压力计采用温度控制,并用与 Granville Philipo 膜压力计相連的 Mcleod 压力计定算,准确到 $\pm 2\%$ 。为了使实验持续时间不要太长,在放电管内放置小电极使清除率显著地加快。放

电功率的调整使壁温在 $90^{\circ}\text{--}110^{\circ}\text{C}$ 范围内, 用带 (p2) 光电倍增器的光栅频谱仪, 静电放大器及 Leedo 和 Nosthup 计泵仪对放电所发光进行分析并计泵下来。另一完全一样的放电管 仍与真空系统封接在一起, 并检验射频功率, 气体压力和氖的浓度对此种放电光谱的各条谱线的影响。也研究了毛细管不同部分的幅射。今选译以下几条谱线作为分析氖氦混合气之用: 氦的 $4026\text{\AA}$ 线, 氖的 5222 , 5234 , 5330 , $5400\text{\AA}$ 线, 这些谱线对电流相当不灵敏, 它们的强度受放电气体的压力及成分的影响很强烈, 并有规律地变化。以作为标准的 4026 谱线为参考来确定相对强度。每一条线的强度均乘以一任意的固定因子, 此因子在整个实验期间都固定下来, 故弱线及强线均可采用同一个方便的刻度反映出来。

实验结果在图中表示, 图中标出了不同谱线的相对强度。为表达清楚起见, 对每一特殊光谱的点用一条线联结。因此在清除过程中的不同阶段由清除放电所发射的谱线中可得出若干条实线, 而由已充以已知压力及成分的比较灯管中所发射的谱线可得若干条虚线。

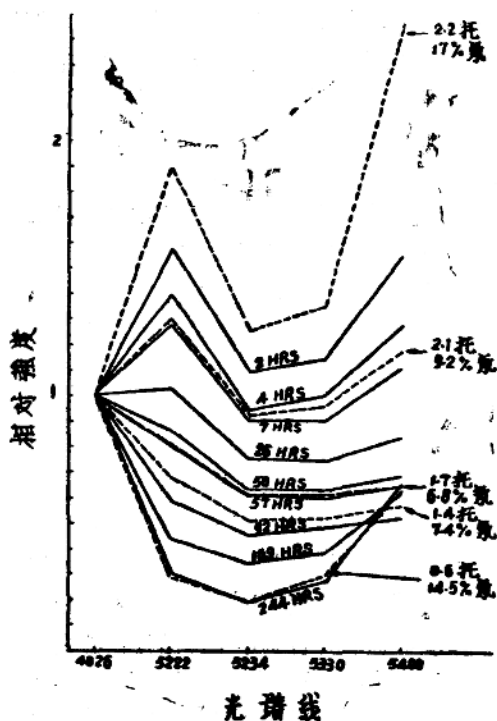


图 5 图中所示为按照压力及氖的浓度的函数关系的氦及氖光谱的相对强度
实线表示所在清除过程中由于一定时间 (以小时为单位) 由管清除而发射的光谱, 而虚线表示由一充以已知压力及氖浓度的比较管所发射的谱线

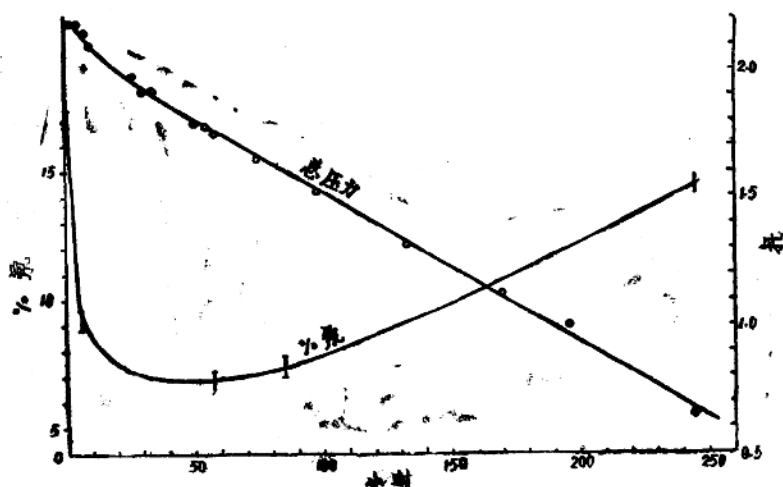


图 6 在清除过程中总压力及氖浓度。画在氖浓度曲线中的点子的相应比较光谱在图 5 中

后一种光谱记下很多,但为了避免引起混乱,在图5中仅表示出少数有关的几条线。显然在最初阶段中,在逃逸放电中氮的百分比迅速下降,当总压力大约1毛,氮的浓度大约7%时就达到了一个明显的浓度稳定区域。此后,氮更快地逃逸,大致200小时以后氮的百分比又升到17%。

图7表示氮及氟的分压与时间的函数关系,它是根据图6所示氮的百分比和压力数据计算出来的。

进一步的还在进行的工作就是要确定不同充气压力及成分,放电管尺寸及材料等等的的影响。

讨 论

上面所描述的实验,其目的在于获得制造小型化而且具有相当寿命的射频激励的激光器时有用的一般性资料,实验的结果,对于制造一种适用的石英管直径仅几个毫米的氮氟激光器已经提供了有用的数据。

对一个内径为毫米的激光管来说,反射镜和放电条件如上所述,则有效的工作寿命可达1000小时以上。为了考虑逃逸效应及氮通过石英的扩散效应,激光器可以充气到稍高于最佳功率时的压力。由于氮最初的逃逸速度很快,因此氮多充一些。一个充气总压为1.5毛氮氟比例为3:1气体容积为30厘米³,反射镜间距为30厘米,放电管内径为4毫米的激光器可以在稍大于 $\frac{1}{2}$ 毫瓦的功率之下工作,寿命超过1000小时。同样功率的更小一些的激光器可按比例减小反射镜间距,放电管直径,以及压力的倒数来做成。为了寿命也相当,其容积当然仍要保持相同。

为了对于气体在放电管中的逃逸所包含的物理性质获得一个比较完整的了解,需要进行很长而且详尽的研究,这是因为放电的性质十分复杂,严重影响逃逸速率的参数很多。放电电流、毛细管直径,管壁的经历,总压力及氮氟的相对压力等等都和观察可能的阈值影响以及溅射使原子附着,快速离子直接渗透管壁所造成的效应的分别作用一样,每个参数都必须单独地确定,这些研究已超出了本文的范围。

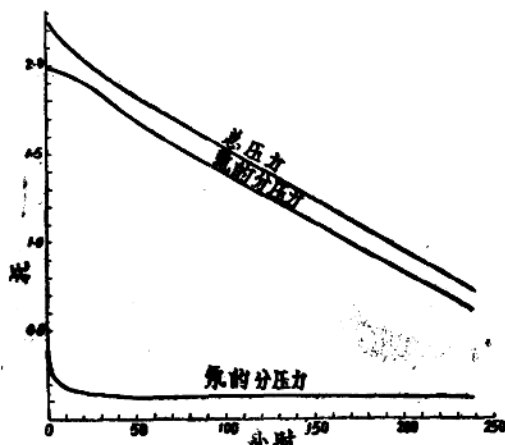


图7 图中所示为氮及氟的分压及逃逸过程中的总压力,分压力是由图5及图6所得数据中计算出来

含有聚焦元件的光学谐振腔的分析

S.A.Jv.Collins 著

提 要 本文是研究含有聚焦元件的光学谐振腔中的电磁场。我们仅限于研究电磁场在任一光学元件的边界上是很小的情况，所以不存在有限的孔径问题。文中介绍了谐振腔内两参考面（通常是两端面镜）上的场的解析解答，且用图表来描述谐振腔内外的场。解析解是运用惠更斯原理，但保留有普遍性，其中与具体光学谐振腔有关的几何特性表达留在常数项中，此常数能由谐振腔的特性很简单地计算出来。给出了场（通过参考面的）表达式、谐振频率和稳定条件。谐振腔内外的场是根据可以由实验观察到的两个变量——相前的曲率半径和光斑尺寸用图表进行描述，图表用来使这些变量的简单数字表达成为沿轴位置的函数，并能简单计算出高次横模的频率。

引 言

含有大孔径聚焦元件的光学谐振腔用到激光器上是很有利的，因为它们有低的衍射损耗。对于这样的光学谐振腔的场本文给予一般性的描述，此描述是有充分的普遍性，所以能应用到许多光学谐振腔中（直形腔或环形腔），只要这些腔含有可忽略的孔径效应的透镜或曲面镜就行。

我们所研究的光学谐振腔的普遍形式如图1所示，具体地说这种光学谐振腔是由镜片组成，这些镜片围成一个光学系统。本文所介绍的不限于轴对称的透镜系统，也包含如图1所示的相对于两个垂直平面对称的透镜系统。

Fox 和 Li, Kotik 和 Newstein 以及 Barane 等作了一些初步的工作，他们研究了由两个平面镜所组成的光学谐振腔的模。

Boyd 和 Gordon, Boyd 和 Kogelnik, Fox 和 Li 以及 Soohoo 研究了由两个球面反射镜所组成的光学谐振腔的情况。Clark 研究了由四个镜片所组成的环形谐振腔，但仅讨论其稳定条件。本文同 Boyd 和 Gordon 所作的类似，但它可推广应用用于更多类型的谐振腔结构中。

确定光学谐振腔的场的工作可分为两个部分，第一部分是解建立在惠更斯

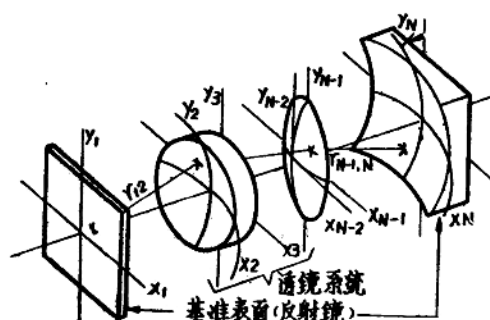


图1 带有坐标系统的一般象散光学谐振腔

原理基础上的积分方程, 这些解给出了通过两个参考面(直形腔中的两端面鏡)的場、谐振频率、以及衍射损耗的概况(不管解是否稳定)。解的第二部分将通过两参考面的場藉助于惠更斯-菲涅尔积分进行扩展, 从而给出谐振腔内外任意处的場。

在研究环形谐振腔的模结构时, 我们注意到对于含有聚焦元件的光学谐振腔, 它们的积分方程都可简化为如式(4a)和(4f)所示的同一普遍形式, 这就有可能将积分方程的解用普遍项的形式表达出来, 这些普遍项对很多含有聚焦元件的光学谐振腔均适用。当将这个解应用到某一具体的谐振腔结构时, 只要确定某些被称为“光学距离系数”的系数的形式, 这是比较简单的, 只不过展开二项式或者代入到某些已导出的表达式中。

因此, 本文第一部分介绍积分方程的解, 光斑尺寸、谐振频率以及稳定条件的表达式均用光学距离系数的一些项表示给出。附录B帮助我们确定任一具体的光学谐振腔的光学距离系数的形式。

光学谐振腔的问题的第二部分——确定谐振腔内外的場——利用惠更斯-菲涅尔积分乃是一个直接了当的方法, 但是如果谐振腔包含许多透鏡或聚焦元件, 那么这种方法就很冗长, 这就引起我们提出一个结构简单的图表, 它能表征由一些透鏡和曲面鏡所组成的光学谐振腔内外的場。除此之外, 用一图表还可以很容易地确定含有高次横模的谐振频率。

[解 析 解]

解析方法是与其他作者采用的方法相似。研究如图1所示的那样一个光学谐振腔, 它处于两个参考面之间, 并由一些曲面划分成若干不同的区域。在图1中两参考面取在端面鏡处, 而若干不同区域就是透鏡内部和透鏡间的空间, 所有这些区域都是由透鏡表面划分的。

设有坐标系 x_1, y_1 和 x_N, y_N , 它们是由相互垂直的对称平面同参考面的交线所确定, 并设 x_p, y_p ($p=2, \dots, N-1$) 是第 p 个表面用相似的方法确定出来的坐标系。那么方程(1)就将两参考面上的場联系起来, 它是连续运用惠更斯原理所导出的, 这个原理把每个面上的場用它前面的那些面上的場相联系:

$$\begin{aligned}
 E_N(x_N, y_N) = & \left[\frac{ik}{4\pi} \right]^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 + \cos\theta_{N-1}) e^{-ikr_{N-1,N}}}{r_{N-1,N}} \\
 & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 + \cos\theta_{N-2}) e^{-ikr_{N-2,N-1}}}{r_{N-2,N-1}} \dots \dots \dots x \\
 & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 + \cos\theta_2) e^{-ikr_{23}}}{r_{23}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 + \cos\theta_1) e^{-ikr_{12}}}{r_{12}} \\
 & E_1(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \dots \dots \dots dx_{N-1} dy_{N-1} \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中 $r_{p,p+1} = r_{p,p+1}(x_p, y_p, x_{p+1}, y_{p+1})$ 是沿 p 面上的 x_p, y_p 点和 $p+1$ 面上的 x_{p+1}, y_{p+1} 点连线上的光学距离, 而 θ_p 是 x_p, y_p 点表面法线同该连线的夹角。

光学距离 $r_{p,p+1}$ 是一个含有数据量, 这数据关系到所研究的具体谐振腔的数学关系

式。 $r_{p,p+1}$ 可以用 $x_p, y_p, x_{p+1}, y_{p+1}$ 的项表达, 如式(2)所示:

$$\begin{aligned} r_{p,p+1}(x_p, y_p, x_{p+1}, y_{p+1}) = & r_0 + r_{x_p, p} x_p^2 - r_{x_p, p+1} x_p x_{p+1} \\ & + r_{x_{p+1}, p+1} x_{p+1}^2 + r_{y_p, p} y_p^2 - r_{y_p, p+1} y_p y_{p+1} + r_{y_{p+1}, p+1} y_{p+1}^2 \\ & + \text{高次项} \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)是 $r_{p,p+1}$ 麦克劳伦级数展开式, 仅保留 $x_p, y_p, x_{p+1}, y_{p+1}$ 的二次项。 $r_{\mu p, p} r_{\mu p, p+1}$ 和 $r_{\mu p+1, p+1}$ ($\mu = x, y$) 由附录B得出。 [参看式B(19)]

不出现一次项意味着 $r_{p,p+1}$ 有极值, 同时

$$\rho = \sum_{p=1}^{N-1} r_{p,p+1}$$

也有极值。极值的路径处于谐振腔的轴上。 [注意式(2)中 $r_{\mu p, p+1}$ 的负号]

忽略高次项的要求相当于这样一个条件, 即假定模是由衍射决定而不是由三阶透镜效应决定。例如在直形谐振腔中两半径为 b 的曲面镜相距为 d , 而 $d=b$, 则 kr 展开式的下一个高次项将是 ka^4/d^3 , 其中 a 是横向距离, 在该距离上场降低到可以忽略的数值。要求高次项大大地小于 2π , 即 $a^4/d^3 \ll \lambda/a$ 。这也就是三次透镜效应可以忽略 (作旁轴光线近似)。

谐振腔的横模定义为一种场的结构形式, 这种结构形式保持着解的形状, 即是 E_1 和 E_N 除了比例因子外都是相同的。

$$E_1(x_1, y_1) = e_1 F\left[\frac{x_1}{x_{10}}, \frac{y_1}{y_{10}}\right] \text{ 和 } E_N(x_N, y_N) = e_N F\left[\frac{x_N}{x_{N0}}, \frac{y_N}{y_{N0}}\right] \quad (3)$$

其中 $x_{10}, y_{10}, x_{N0}, y_{N0}, e_1$ 和 e_N 是比例因子, 而 F 是函数形式。

当积分限扩展到 $-\infty$ 到 $+\infty$ 之间时, 这个定义是严格的。而实际上的限制是某一孔径的边缘处场已降至可以忽略的一个很小的数值, 这是很明显的, 并不是过分的限制, 因为在一般情况下, 所用的镜子和透镜都比光斑尺寸大得多。大的光学元件的确是经常需要的, 因为孔径会引起谐振腔衍射损耗的增加。

求解方程(1), 假定特解由式(3a) - (3c)给出:

$$E_i = E_{ixn}(x_i) E_{iym}(y_i) \quad (3a)$$

其中函数

$E_{ixn}(x_i)$ 和 $E_{iym}(y_i)$ 是:

$$E_{ixn} = e_{ixn} \frac{2^{1/4}}{\sqrt{x_{i0}}} H_n\left(\frac{x_i \sqrt{2}}{x_{i0}}\right) \exp\left[-\left(\frac{x_i}{x_{i0}}\right)^2\right] \quad (3b)$$

$$E_{iym} = e_{iym} \frac{2^{1/4}}{\sqrt{y_{i0}}} H_m\left(\frac{y_i \sqrt{2}}{y_{i0}}\right) \exp\left[-\left(\frac{y_i}{y_{i0}}\right)^2\right] \quad (3c)$$

式中 H_ν ($\nu = n, m$) 是 ν 阶 H_{ermi} 多项式, 而 e_{ixn}, e_{iym}, x_{i0} 和 y_{i0} 是可调正的待定参数。对于有物理意义的低衍射损耗的解来说, 要求 x_{i0}, y_{i0} 是实数。按照 B_{ovd} 和 G_{osdon} 的说法, 分别称 x_{i0} 和 y_{i0} 是在 x 方向和 y 方向上的光斑尺寸。

将式(3a) - (3c) 代入方程(1)中, 并要求 θ 角很小, 则 $\cos\theta_p \approx 1$, 经简化得方程 [4a] - (4d)

$$E_{Nzn}\left[\frac{x_N}{x_{N0}}\right] E_{Nym}\left[\frac{y_N}{y_{N0}}\right] = \frac{ik \exp(-ikp_0)}{2\pi \prod_{p=1}^{N-1} r_{p,p+1}} \times I_n(x_N) I_m(y_m) \quad (4a)$$

其中

$$I_\nu(\mu_N) = e_{1,\nu} \frac{2^{\frac{N-1}{2}}}{\sqrt{\mu_{10}}} \times \int_{-\infty}^{\infty} K_{1N}(\mu_1, \mu_N) H_\nu\left[\frac{\mu_1 \sqrt{2}}{\mu_{10}}\right] \exp\left[-\left(\frac{\mu_1}{\mu_{10}}\right)^2\right] d\mu_1$$

$$\mu = x, \nu = n; \mu = y, \nu = m \quad (4b)$$

$$K_{1N}(\mu_1, \mu_N) = \left(-\frac{ik}{2\pi}\right)^{\frac{N-2}{2}} \times \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{p=2}^{N-1} d\mu_p$$

$$\times \exp\left[-ik \sum_{p=1}^{N-1} (r_{\mu pp} \mu_p^2 - r_{\mu p p+1} \mu_p \mu_{p+1} + r_{\mu p+1, p+1} \mu_{p+1}^2)\right] \quad (4c)$$

和

$$\rho_0 = \sum_{p=1}^{N-1} r_{p0} \quad (4d)$$

这个核函数 $K_{1N}(\mu_1, \mu_N)$ 在附录 A 中已计算出来, 其结果是式 (A6)

$$K_{1N}(\mu_1, \mu_N) = \frac{1}{2^{\frac{N-2}{2}} \sqrt{|A_\mu|}} \exp[-ik(\rho_{\mu 11} \mu_1^2 - \rho_{\mu 1N} \mu_1 \mu_N + \rho_{\mu NN} \mu_N^2)] \quad (4e)$$

其中行列式 $|A_\mu|$ 在附录 A 中有定义。

x_1, y_1 点和 x_N, y_N 点之间的最短光学距离也表示在附录 A 中, 它是:

$$\rho = \rho_0 + \rho_{x11} x_1^2 - \rho_{x1N} x_1 x_N + \rho_{xNN} x_N^2 + \rho_{y11} y_1^2 - \rho_{y1N} y_1 y_N + \rho_{yNN} y_N^2 \quad (4f)$$

系数 ρ_0 和 $\rho_{\mu ij}$ ($\mu = x, y; i, j = 1, N$): 由 (4f) 确定, 这些系数被称作光学距离系数。(注意 $\rho_{\mu 1N}$ 的负号) 它们都是一些参数, 如距离, 焦距和折射率的函数, 而这些参数或附录 A 和 B 所指出的, 又是描述具体的谐振腔的。对于双镜谐振腔来说 $\rho_{\mu ij}$ 以简明的形式与 $F_{\mu z}$ 和 L_i 所定义的因子 g_1, g_2 相联系。

将 (4e) 代入 (4b) 得 (4g)

$$I_\nu(\mu_N) = e_{1,\nu} \frac{2^{\frac{N-1}{2}}}{\sqrt{\mu_{10}}} \frac{\exp(-ik\rho_{\mu NN} \mu_N^2)}{2^{\frac{N-2}{2}} \sqrt{|A_\mu|}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-ik(\rho_{\mu 11} \mu_1^2 - \rho_{\mu 1N} \mu_1 \mu_N) - \left(\frac{\mu_1}{\mu_{10}}\right)^2\right] H_\nu\left[\frac{\mu_1 \sqrt{2}}{\mu_{10}}\right] d\mu_1 \quad (4g)$$

其中 $\mu = x; \nu = n; \mu = y, \nu = m$ 。

式 (4a) 和 (4b) 表明上述的对称情况。因为公式可分解为 x 项函数和 y 项函数的乘积。这样的分析可应用到任意系统, 但要这些系统对于含激光轴线的两个垂直平面对称。

计算 (4g) 式的积分, 得到 (5a)-(5e) 式:

$$E_{Nz11}\left(\frac{x_N}{x_{N0}}\right) E_{Nym}\left(\frac{y_N}{y_{N0}}\right) = \lambda_{zn} \lambda_{ym} f_z\left(\frac{x_N}{x_{N0}}\right) f_y\left(\frac{y_N}{y_{N0}}\right) E_{Nzn}\left(\frac{x_N}{x_{N0}}\right)$$

$$\times K_{Nym}\left(\frac{y_N}{y_{N0}}\right) \quad (5a)$$

$$\text{其中} \quad \lambda_{\mu\nu} = \frac{e_{1\mu\nu}}{e_{N\mu\nu}} \times \exp \left[-i \left(\frac{k\rho_0}{2} - \left(\nu + \frac{1}{2} \right) \alpha_\mu \right) \right] \quad (5b)$$

$$\text{和} \quad f_\mu \left(\frac{\mu_N}{\mu_{N0}} \right) = \exp \left[-ik \left(\rho_{\mu NN} \mu_{N0}^2 - \rho_{\mu 11} \mu_{10}^2 \right) \left(\frac{\mu_N}{\mu_{N0}} \right)^2 \right] \quad (5c)$$

其中 $\mu=x, \nu=n, \mu=y, \nu=m$, 这里量 $x'_{N0}, y'_{N0}, \alpha_x$ 和 α_y 由式(5d)和(5c)确定。

$$\mu_{N0}^2 = \frac{2\sqrt{1 + (k\rho_{\mu 11} \mu_{10}^2)^2}}{k\rho_{\mu 11} \mu_{10}} \quad (5d)$$

$$\cot \alpha_\mu = k\rho_{\mu 11} \mu_{10}^2 \quad (5e)$$

其中 $\mu=x, y$. 角 α_x 和 α_y 与 Boyd 和 Gordon 定义的 φ 角有关。对于他们所研究的轴对

称共焦腔来说, $\alpha_x = \alpha_y = \left[\frac{\pi}{2} - \varphi \right]$

式(5a)表明, 四个条件必须得到满足, 这样式(3a)-(3c)所假定的解才能满足方程(1), 这些必要条件在数学上由(6a), (6b), (8b), (8c)说明。现在我们研究这些条件:

$$\mu_{N0}^2 = \mu_{N0} \quad (6a)$$

$$\rho_{\mu 11} \mu_{10}^2 = \rho_{\mu NN} \mu_{N0}^2 \quad (6b)$$

其中 $\mu=x, y$.

式(6a)说明第二参考面上的场的大小与用惠更斯原理所确定的光斑大小相同。方程(6b)除了使得解具有指定的形式外, 要求 $f(\mu_N/\mu_{N0})=1$, 还可认为是从低损耗的要求而导出来的, (6b)就是一个复指数项来描述第二参考面的场。这说明它是径向行波, 这种行波引起高的衍射损耗。式(5d)(6a)和(6b)用以确定光斑尺寸。

解 x_{10}, x_{N0}, y_{10} 和 y_{N0} 得到式(7):

$$\mu_{i0} = \left[k |\rho_{\mu i i}| \sqrt{\frac{\rho_{\mu 11}^2}{4\rho_{\mu 11} \rho_{\mu NN}} - 1} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (7)$$

其中 $i=1, N; \mu=x, y$.

这些方程就可以确定光斑尺寸, 再通过方程(3)就能确定参考面上的场。

谐振腔的谐振频率可以从式(5a)中得到, 其中要求本征值的乘积 $\lambda_{xN} \lambda_{yN}$ 是实数。其结果是式(8):

$$\nu_{q,m,n} = \frac{c}{2\rho_0} \left[\gamma q + \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\alpha_x}{\pi} + e + \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\alpha_y}{\pi} \right], \quad (8a)$$

$$\cos \alpha_\mu = \sqrt{\frac{4\rho_{\mu 11} \rho_{\mu NN}}{\rho_{\mu 11}^2}} \quad (8b)$$

$$e_{1\mu\nu} = e_{N1\mu\nu} \quad (8c)$$

其中 $\mu=x, \nu=n; \mu=y, \nu=m$. γ 和 e 的值取决于谐振腔的类型。如果谐振腔是直形的, 就要求在镜面上场等于另, 则 $\gamma=1$. 如果谐振腔是环形的, 则在一个参考面的二边场是相同的, 结果是 $\gamma=2$. 对一直管形激光器, e 等于另。而对于环形激光器,

$$e = \begin{cases} 0 & \text{偶数镜片, } n \text{ 为偶数} \\ 0 & \text{偶数镜片, } n \text{ 为奇数} \end{cases}$$

$$e = \begin{cases} 0 & \text{奇数鏡片, } n \text{ 为偶数} \\ 1 & \text{奇数鏡片, } n \text{ 为奇数} \end{cases}$$

e 項的出現是由于奇数鏡面在环形平面內, 坐标变号所引起的。 a_x 和 a_y 的表达式由 (8b) 式给出。

式 (8c) 将两参考面上的場振幅联系起来。(8c) 的出現是由于方程 (3) 归一化的结果。它表示光束行波中能流是守恒的。

稳定条件可被简单地导出, 在一个象散的光学谐振腔中, 对于 x 方向和 y 方向分别有其稳定条件。为了使方程 (7) 和 (8b) 对 x_{10} 和 x_{N0} 具有实数解, 需有不等式 (9a)。这就是第一稳定条件。改写 (8b) 式得到不等式 (9b) 为第二稳定条件。

$$\frac{4\rho_{\mu 11}\rho_{\mu NN}}{\rho_{\mu 1N}^2} \leq 1 \quad (9a)$$

$$\frac{\mu_{10}^2}{\mu_{N0}^2} = \frac{\rho_{\mu NN}}{\rho_{\mu 11}} \geq 0 \quad (9b)$$

其中 $\mu = x, y$ 。而 $\frac{2\rho_{\mu 11}}{\rho_{1N}}$ 和 $\frac{2\rho_{\mu NN}}{\rho_{\mu 1N}}$ 描绘在图 2 中, 它给出稳定工作的区域。对由两个曲面鏡所组成的谐振腔, 这就变成由 F_{0x} 和 L_i 提出来的图解。

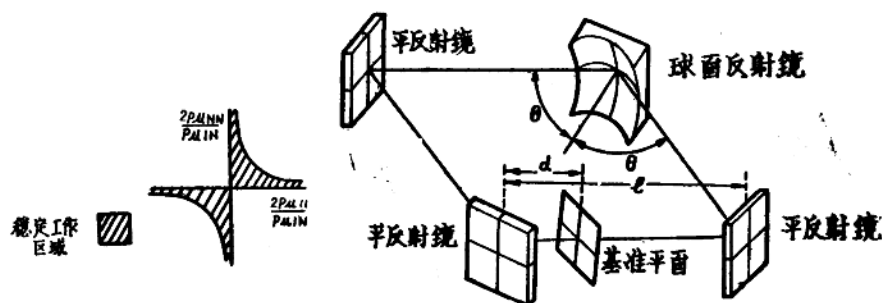


图 2

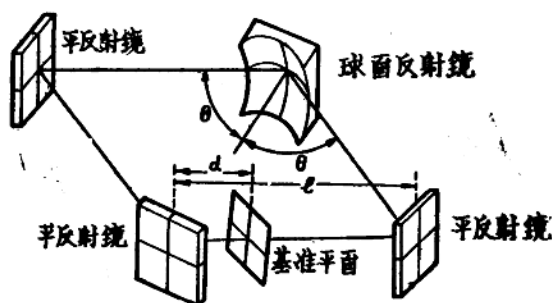


图 3

于是, 有了方程 (7) — (9), 谐振频率, 参考平面上的光斑尺寸和稳定条件都能在普通情况用光学距离系数的项给出。藉用附录 B 所给出的方法, 可导出任意具体的几何形状光学距离系数的公式, 于是许多含有聚焦元件的谐振腔都能进行描述。

现在就介绍使用上述方法的例子。光学谐振腔的第一个例子 (见图 3) 是环形谐振腔, 这种类型的激光器是用来敏感转速的, 这个环形谐振腔由三个平面鏡和一个曲率半径为 R 的球面鏡所组成。这是象散系统, 球面鏡对水平平面和垂直平面的光线的焦距分别为 $f_x = \frac{R \cos \theta}{2}$ 和 $f_y = \frac{R \sec \theta}{2}$, 这个谐振腔和图 4 所示的光学系统等效。这个椭圆透鏡对水平和垂直两平面內的光线有不同的焦距。

利用附录 B 的公式, 光学距离可以很简单地导出。在 $d=0$ 情况下, 其表达式由 (10) 式给出。

$$\rho = 4l + \frac{\left(1 - \frac{2l}{f_z}\right)x_1^2}{2f_z\left[1 - \left(1 - \frac{2l}{f_z}\right)^2\right]} - \frac{x_1x_2}{f_z\left[1 - \left(1 - \frac{2l}{f_z}\right)^2\right]} + \frac{\left(1 - \frac{2l}{f_z}\right)x_2^2}{2f_z\left[1 - \left(1 - \frac{2l}{f_z}\right)^2\right]} \\ + \frac{\left(1 - \frac{2l}{f_y}\right)y_1^2}{2f_y\left[1 - \left(1 - \frac{2l}{f_y}\right)^2\right]} - \frac{y_1y_2}{f_y\left[1 - \left(1 - \frac{2l}{f_y}\right)^2\right]} + \frac{\left(1 - \frac{2l}{f_y}\right)y_2^2}{2f_y\left[1 - \left(1 - \frac{2l}{f_y}\right)^2\right]} + \dots \quad (10)$$

使与(4f)各个系数相等，即可得到7个光学距离系数，

$$\rho_0 = 4l, \quad (11a)$$

$$\rho_{\mu 11} = \rho_{\mu 44} = \frac{\left(1 - \frac{2l}{f_\mu}\right)}{2f_\mu\left[1 - \left(1 - \frac{2l}{f_\mu}\right)^2\right]} \quad (11b)$$

$$\rho_{\mu 14} = \frac{1}{f_\mu\left[1 - \left(1 - \frac{2l}{f_\mu}\right)^2\right]} \quad (11c)$$

其中 $\mu = x, y$

谐振腔的谐振频率可由(8a)式得出：

$$\nu = \frac{c}{4l} \left[q + \frac{\alpha_x}{2\pi} \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\alpha_y}{2\pi} \left(m + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (8a)$$

其中

$$\cos \alpha_\mu = 1 - \frac{2l}{f_\mu} \quad (12)$$

这里 $\mu = x, y$ 。相应的稳定条件是

$$0 < l \leq f_x, f_y \quad (13)$$

对于每边长为1米，球面镜的曲率半径为4米的正方形环形腔，各种模间的谐振拍频率是75, 23.8和15.2 Mc/秒以及它们的和、差、倍数。

作为第二个例子，我们研究红宝石激光器中的模，其谐振腔是由红宝石棒二端面镜所形成的。而且设想棒的端面不是光学平行的，因此 Twyman-Green 干涉仪的干涉花样为一系列同心圆环。若将仪器调正到中心出现暗斑，则可定义距离 a_0 为第一暗环的

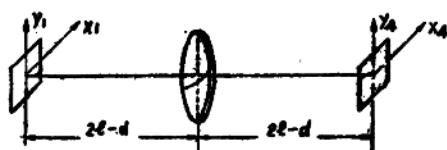


图 4

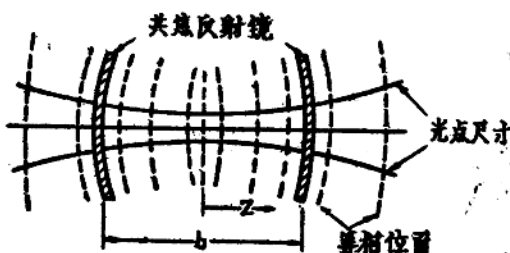


图 5