目　录

马克思说："劳动首先是人和自然之间的过程，是人以自身的活动来引起、调整和控制人和自然之间的物质变换的过程"。"劳动过程，……，是为了人类的需要而占有自然物，是人和自然之间的物质变换的一般条件，是人类生活的永恒的自然条件，……""劳动过程的简单要素是：有目的的活动或劳动本身，劳动对象和劳动资料"。马克思提到葡萄既是农业的产品，又是葡萄酒的原料；棉花、线、纱，棉花是农业产品，但要经过一系列过程，最后变为完成的生活资料。谷物是磨面者、制淀粉者、酿酒者和畜牧业者等等的原料；作为种子，它又是自身生产的原料。说明生产过程很复杂，有技术关系，各部门之间的平衡关系。①

政治经济学中有一类"生产技术和平衡规律"。一定数量的劳动和一定数量的各种生产资料，生产一定数量的产品。这是生产中的技术关系。它决定于一定历史发展阶段的生产技术条件。物质技术关系又决定某些平衡关系。例如某种物资的年初库存，当年生产，进口相加必须等于当年消费，出口和年终库存之和。

资产阶级政治经济学中的古典学派和新古典学派只谈各种消费品之间的比例关系。在竞争资本主义的条件下，由于资本自动移动和利润平均化的规律，国民经济各部门产品之间，达到平衡。这种横向平衡忽视了另一种比例，它不是由消费者的需求决定的，而是由技术关系决定的，某些产品成为生产其他产品的投入。这是一种纵向比例。

纵向比例问题是投入产出分析的主题。法国重农学派的魁奈在他的《经济表》中考虑过这个问题。马克思在《资本论》第二卷中用资本的再生产图式，从根本上解决了纵向比例问题。

根据列宁的建议，苏联中央统计局编制了１９２３／２４经济年度的国民经济平衡表。

三十年代初资本主义世界发生深刻的经济危机，生产资料和消费

①《资本论》第一卷第三篇第五章。

品的比例失调实为基本原因之一，它不能不引起资产阶级经济学家的注意，成为凯恩斯理论的重要部分。

美国列昂惕夫教授发展了一种投入产出分析，应用于研究美国经济。它的基础是"生产技术和平衡规律"，所以也可以用于研究社会主义经济，并且这种方法只有在社会主义计划经济的条件下，才能充分发挥作用。

1979年4月9—13日在奥地利的 Innsbruck 召开投入产出技术第七次国际会议，我国科学院数学研究所提出了题为《一个实物单位的投入产出模型及其在中国的应用》的论文。

马克思的图式

马克思的再生产分析有四个要点。第一，一个生产周期中的国民总产值包括三部分——消耗的生产资料价值（用C表示，也就是消耗的不变资本），直接从事生产的劳动力价值（用V表示——即可变资本，也就是周转的工资基金），剩余价值（用S表示）。按：

$$国民总产值=C+V+S。$$

其中C是更换所消耗的生产资料的价值，V+S是新增总价值（或国民收入）。

其次，国民经济分为两大部类：第一部类生产生产资料，第二部类生产消费品。用下标1和2分别表示两个部类，写成

$$生产资料总产值=C_1+V_1+S_1$$

$$消费品总产值=C_2+V_2+S_2$$

$$国民总产值=C+V+S$$

其中 $C=C_1+C_2$，$V=V_1+V_2$，$S=S_1+S_2$。

在定态经济（简单再生产）中：

$$生产资料总需求=C_1+C_2$$

消费品总需求$=V_1+V_2+S_1+S_2$。

生产资料的总需求等于两大部类更换总值。消费品的总需求等于两大部类的工资基金和剩余价值总额。

使生产资料的需求和产出相等，得到

$$C_1+C_2=C_1+V_1+S_1 \tag{1}$$

简化为

$$C_2=V_1+S_1 \tag{2}$$

使消费品的总需求和产出相等。

$$V_1+V_2+S_1+S_2=C_2+V_2+S_2 \tag{3}$$

也得到

$$V_1+S_1=C_2$$

这是因为国民总产值$C+V+S$是给定的。方程(3)可从方程(1)导出。

方程(2)表示两大部类之间的投入产出关系。我们可以这样写，

$$\begin{array}{l} C_1+\boxed{V_1+S_1} \\ \boxed{C_2}+V_2+S_2 \end{array} \tag{4}$$

第一部类生产生产资料。其产出的一部分，价值等于C_1，保留在本部类中以供更换消耗的生产资料。其余部分（在矩形中），价值等于V_1+S_1转移到第二部类交换消费品。第二部类生产消费品。其产出的一部分，价值等于V_2+S_2，留在本部类中以供消费。矩形中的其余部分，价值等于C_2，转移到第一部类，以供交换生产资料，用于更换已消耗的生产资料。为了生产顺利进行，两大部类的产出必须衔接，使两大部类之间进行平衡交换，即$C_2=V_1+S_1$。表(4)因两表示两大部类之间的投入产出关系：方程(2)给出两大部类之间适当平衡的条件。

在扩大再生产中，剩余价值不完全消费掉；一部分用于积累，以增加生产资料总值和雇用更多的劳动力。写成，

$$S=\bar{S}+S_c+S_v$$

其中$\bar{S}$是剩余产品中消费掉的部分，S_c是剩余产品中用于增加生产

资料总值的部分。S_v 是剩余产品中用于雇用新增劳动力的部分。

国民经济仍分为两大部类，我们有：

$$\text{生产资料总产值} = C_1 + V_1 + \bar{S}_1 + S_{1c} + S_{1v}$$

$$\text{消费品总产值} = C_2 + V_2 + \bar{S}_2 + S_{2c} + S_{2v}$$

$$\text{国民总产值} = C + V + \bar{S} + S_c + S_v$$

而且，

$$\text{生产资料总需求} = C_1 + C_2 + S_{1c} + S_{2c}$$

$$\text{消费品总需求} = V_1 + V_2 + S_1 v + S_2 v + \bar{S}_1 + \bar{S}_2$$

生产资料的总需求等于两大部类更换和扩大需要的总和。消费品的总需求等于两大部类工资基金，工资基金增额，及消费掉的剩余产品总值。

使生产资料的需求和产出相等，

$$C_1 + S_{1c} + C_2 + S_{2c} = C_1 + V_1 + \bar{S}_1 + S_{1c} + S_1 v \quad (5)$$

简化为

$$C_2 + S_{2c} = V_1 + \bar{S}_1 + S_1 v \quad (6)$$

使消费品的需求和产出相等能得出同样结果。

方程(6)表示两大部类在扩大再生产中的相互之间的投入产出关系，可用下表描述：

$$C_1 + S_{1c} + \boxed{V_1 + \bar{S}_1 + S_1 v}$$

$$\boxed{C_2 + S_{2c}} + V_2 + \bar{S}_2 + S_2 v \quad (7)$$

在第一部类中，一部分价值等于 $C_1 + S_{1c}$ 的产品留在本部类以供更换消耗的生产资料和扩大本部门生产资料总量。其余（矩形中）转移到第二部类交换消费品。在第二部类中，价值等于 $V_2 + \bar{S}_2 + S_2 v$ 的产品留在本部类消费。其余（矩形中）转移到第一部类交换生产资料，以供更换消耗的生产资料和扩大本部类生产资料总量。方程(6)表示两大部类之间的适当平衡。

三个部类的再生产图式，垄断价格。

国民经济分为三大部类，第一部类生产生产资料，第二部类生产工人消费品，第三部类生产资本家消费品，在自由竞争状态下，三大部类都服从平均利润率。整个国民经济的劳动生产的剩余价值将按照各个资本家的投资和平均利润率分配给这些资本家。但是在垄断性竞争的条件下，垄断资本家将榨取较大量的剩余价值，其余部分才按照非垄断资本家的投资和降低的平均利润率分配给非垄断资本家。

设在第一部类形成了垄断，其他两个部类仍实行自由竞争。简单再生产将如以下图式：

令 C_1，C_2，C_3 表示在第一，二，三部类中的不变资本；令 V_1，V_2，V_3 为它们的可变资本；M_1，M_2，M_3 为它们的剩余价值，W_1，W_2，W_3 为它们的产品价值。

$$\begin{array}{rl} & C_1+V_1+M_1=W_1 \\ & C_2+V_2+M_2=W_2 \\ & C_3+V_3+M_3=W_3 \\ \hline \text{合计} & C+V+M=W \end{array} \tag{8}$$

其中 W_1 代表第一部类的产值（生产资料），C 是对生产资料的社会需求，因为三个部类消耗的不变资本必须用生产资料更换。

$$C_1+V_1+M_1=C_1+C_2+C_3 \tag{9}$$

简化为
$$V_1+M_1=C_2+C_3 \tag{10}$$

W_2 代表第二部类的产值（工人消费品），V 是它们的社会需求，因为消耗的可变资本须用工人消费品来补充。

$$C_2+V_2+M_2=V_1+V_2+V_3 \tag{11}$$

简化为
$$C_2+M_2=V_1+V_3 \tag{12}$$

W_3 代表第三部类的产值（资本家消费品），M 是它们的社会需求，因为假设简单再生产，资本家的收入都消费掉。

$$C_3+V_3+M_3=M_1+M_2+M_3 \tag{13}$$

简化为 $$C_3+V_3=M_1+M_2 \qquad (14)$$

我们用一个投入产出表来综合表示以上情况:

$$\begin{array}{ccccc} & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{合计} \\ \text{I} & C_1 & C_2 & C_3 & C \\ \text{II} & V_1 & V_2 & V_3 & V \\ \text{III} & M_1 & M_2 & M_3 & M \\ \text{合计} & W_1 & W_2 & W_3 & \end{array} \qquad (15)$$

在自由竞争的条件下，资本将从比较不利的部类流动到比较有利的部类，所以不同的利润率被平均化为平均利润率。平均利润率，π，等于剩余价值总额除以社会资本总额的商，

$$\pi=\frac{M}{C+V}。 \qquad (14)$$

在资本主义的这个阶段，每种商品不按价值，而按生产价格出售。生产价格，Y_j，（$j=1,\ 2,\ 3$），是成本价格和平均利润组成的。成本价格等于生产每种产品支出的不变资本 C_j 和可变资本 V_j，平均利润 P_j 等于每个部类的资本 $K_j=(C_j+V_j)$ 与平均利润率 π 的乘积，即

$$P_j=\pi(C_j+V_j)。 \qquad (17)$$

方程(8)现在用生产价格表示，

$$\begin{array}{l} \text{I、} C_1+V_1+P_1=Y_1 \\ \text{II、} C_2+V_2+P_2=Y_2 \\ \text{III、} C_3+V_3+P_3=Y_3 \\ \hline \text{合计} \quad C+V+M=W \end{array} \qquad (18)$$

但是在垄断资本主义阶段，再生产结构中肯定会出现一些畸形。如果由于某种原因，第一部类产品（C）的社会需求超过那些产品的生产价格（Y_1），I中使用的资本被少数资本家垄断，他们不许资本从其他部类流入，垄断资本家能按高于生产价格Y_1的垄断价格Z_1销售其产品，Z_1与成本价格C_1+V_1之间的差额是垄断利润S_1。垄断利润S_1和平均利润P_1之间的差额是由于垄断第一部类的额外利润。它是从平均利润P_2和P_3中夺来的。在非垄断部类II和III的资本中进行分配的利润总额不是社会剩余价值总额M，而是被I中垄断资本从剩余价值总额中减去垄断利润的余额，即$M-S_1$。

因此，剩余价值率是相等的，但在垄断资本主义下分配给非垄断部类的平均利润低于竞争资本主义的平均利润。这是在垄断阶段为什么非垄断工业长期萧条的原因之一。

第二部类的产品按生产价格销售，即成本价格C_2+V_2加降低的平均利润E_2。生产价格将随平均利润的下降而下降。我们称此价格为次生生产价格，以Z_2表示，与原来价格Y_2区别。同样，第三部类的产品按次生生产价格Z_3销售，即成本价格C_3+V_3加降低的平均利润E_3。

在垄断价格下的再生产图式如下：

$$
\begin{array}{ll}
\text{I、} & C_1+V_1+S_1=Z_1 \\
\text{II、} & C_2+V_2+E_2=Z_2 \\
\text{III、} & C_3+V_3+E_3=Z_3 \\
\hline
\text{合计} & C+V+M=W
\end{array}
\qquad (19)
$$

这些公式表明，形成垄断的结果，每个部类产品价格偏离真实价值成原来的生产价格，但从整个社会看，价值规律，剩余价值规律，

乃至平均利润规律仍然继续起作用，虽则这些规律受到修改或变形。

在垄断下为了满足简单再生产条件，消耗的不变资本总值C必须等于生产资料的垄断价格 Z_1，可变资本总值V等于工人消费品次生生产价格 Z_2，剩余价值总额M等于资本家消费品次生生产价格 Z_3。

$$
\begin{aligned}
C_1 + C_2 + C_3 &= C_1 + V_1 + S_1 \\
V_1 + V_2 + V_3 &= C_2 + V_2 + E_2 \\
S_1 + E_2 + E_3 &= C_3 + V_3 + E_3
\end{aligned}
\tag{20}
$$

简化为

$$
\begin{aligned}
C_2 + C_3 &= V_1 + S_1 \\
V_1 + V_3 &= C_2 + E_2 \\
S_1 + E_2 &= C_3 + V_3
\end{aligned}
\tag{21}
$$

我们绘制以下投入产出表：

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	合计
Ⅰ	C_1	C_2	C_3	C
Ⅱ	V_1	V_2	V_3	V
Ⅲ	S_1	E_2	E_3	M
合计	Z_1	Z_2	Z_3	W

(22)

多部门模型的投入产出关系

列昂惕夫教授的投入产出表为了研究国民经济很多部门之间的关系。设国民经济分为 n 个生产部门，用指数 1、2、…，n 代表之。用 X_i 代表第 i 个部门的总产出，X_{ij}代表第 i 个部门的产品转移到第 j 部门的数量，在第 j 部门用 为 投入。再用 x_i 代表第 i 部门的淨产出，即总产出 X_i 中不分配给另外部门用作投入的那部分。淨产出 x_i 可以消费，出口，或积累供投资之用。因此我们有

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} X_{ij} + x_i \quad (i = 1, 2, \cdots, n). \tag{23}$$

用表格形式列出国民经济各部门之间的投入产出关系比较方便：

$$\begin{array}{c|cccccc|c}
X_1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & \cdots & \cdots & X_{1n} & x_1 \\
X_2 & X_{21} & X_{22} & \cdots & \cdots & \cdots & X_{2n} & x_2 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
X_n & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & \cdots & \cdots & X_{nn} & x_n
\end{array} \tag{24}$$

表格中央方阵中各项代表国民经济各部门之间的投入产出关系，或‘交流’（也称为‘部门间交货’）。右边一列代表各种产品的凈产出，左边一列代表总产出。各行服从方程(23)指示的平衡关系。

由于生产过程不仅需用生产资料而且也用直接劳动，我们引入用于生产的劳动力数量以补充以上的投入产出表。令 X_0 代表国民经济中拥有的劳动力总量，X_{0i} 代表用于生产第 i 部门产品的劳动力，x_0 代表未用于生产的劳动力。后者可能是失业（劳动后备）或用于非生产职业，即，不生产物质产品的职业，（例如个人劳务）。以下方程表示总劳动力的配置：

$$X_0 = \sum_{i=1}^{n} X_{0i} + x_0 \tag{25}$$

将劳动力的配置引入投入产出表后，将到以下表格

（表格见下页）

X_0	X_{01}	X_{02}	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	X_{0n}	x_0
X_1	X_{11}	X_{12}	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	X_{1n}	x_1
X_2	X_{21}	X_{22}	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	X_{2n}	x_2
X_n	X_{n1}	X_{n2}	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	X_{nn}	x_n
	Y_1	Y_2	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	Y_n	

(26)

表格中央方阵各项是供‘部门间交货’的‘交流’。中央最上一行表示劳动力配置到各部门。右边一列表示未用于生产的其余劳动力（x_0），以及各种产品的净产出（x_i；$i=1, \cdots, n$）。左边一列表示劳动力总量X_0和各部门的总产出X_i（$i=1, 2, \cdots, n$）。

表中各项可用实物单位或价值单位表示。如用价值单位，有时称为‘交易表’而不称为投入产出表。不论用什么单位，表的每行总能相加，因为每一行以同一单位表示，（例如，工时，吨，加仑，米，件）。因此在所有情况下方程(23)和(25)成立。我们称它们为‘配置方程’。

然而只有表内各项都用价值单位表示（如：元），也就是如果这个表是一个交易表，每列才能相加，否则一列之内的各项是不同质的。我们以下列形式写出这些和数：

$$Y_j = X_{0j} + \sum_{i=1}^{n} X_{ij} \quad (j=1, 2, \cdots n) \tag{27}$$

Y_j 显然是第j部门产出的成本，X_{0j}是雇用劳动力的成本，$\sum\limits_{i} X_{ij}$是生产中消耗的生产资料成本。我们可称方程(27)为‘成本方程’，国

民经济各部门的成本在表(26)中最下面一行列出。

国民经济某部门的产出价值超过生产成本的部分是这个部门产生的剩余。用 S_j 代表第 j 部门产生的剩余，我们有

$$S_j = X_j - Y_j \tag{28}$$

将(27)代入(28)

$$X_j = X_{0j} + \sum_{i=1}^{n} X_{ij} + S_j \quad (j = 1, \cdots, n) \tag{29}$$

这个多部门模型中的关系相当于马克思将一个部门的产出价值分解为 $C_j + V_j + m_j$（$j = 1, 2$）。其中 $\sum_i X_{ij}$ 代表 C_j，X_{0j} 代表 V_j。这个部门新增的价值是 $X_{0j} + S_j$。

将国民经济各部门产生的剩余引入交易表并考虑到关系(29)，得到下列交易表：

X_0	X_{01}	X_{02}	…………	X_{0n}	x_0
X_1	X_{11}	X_{12}	…………	X_{1n}	x_1
			…………		
X_n	X_{n1}	X_{n2}	…………	X_{nn}	x_n
	S_1	S_2	…………	S_n	
	X_1	X_2	…………	X_n	

(30)

从表(30)看出，一个部门的总产出，例如 X_i，可以把一行或一列的各项相加求出。因此，我们有

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} + x_i = X_{0i} + \sum_{j=1}^{n} X_{ji} + S_i \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{31}$$

这个结果直接来自方程(23)和(20)。方程（31）的两边求和符号下都出现X_{ii}：它是i部门留下供更换用的一部分产出。从方程中消除X_{ii}，得到

$$\sum_{j\neq i} X_{ij} + x_i = X_{0i} + \sum_{j\neq i} X_{ji} + S_i \quad (i=1, \cdots, n), \tag{32}$$

这个方程说，用价值单位计算，从这个部门流向其他部门的价值——加上净产值等于从其他部门流入的价值加上在这个部门新增的价值。

方程（32）是多部门模型中类似马克思两大部类模型中方程(2)和(6)的东西。马克思的这两个方程——正象方程（32）——是这样得到的，使本部类产出价值与本部类产出的总配置相等并在两边消除留在本部类的那部分产出。

为了看出方程（32）与马克思两部类模型的方程完全类似，我们把方程（32）这样变换一下。设净产出x_i一部分在本部门再投资；一部分消费掉或配置到其他部门；这两部分分别用x'_i和x''_i表示。我们有

$$x_i = x'_i + x''_i \quad (i=1, \cdots, n) \tag{33}$$

再假设本部门产生的剩余一部分用于消费，一部分用于在本部门雇用新增的劳动力，一部分用于增加本部门使用的生产资料。分别用$\bar{S}_i$、S_{i0}和x'_i代表这些数量。故

$$S_i = \bar{S}_i + S_{i0} + x'_i \text{。} \tag{34}$$

将（33）和（34）代入方程（32），

$$\sum_{j\neq i} X_{ij} + x'_i + x''_i = \sum_{j\neq i} X_{ji} + X_{0i} + \bar{S}_i + S_{i0} + x'_i$$

消除方程两边的x'_i，

$$\sum_{j\neq i} X_{ij} + x''_i = \sum_{j\neq i} X_{ji} + X_{0i} + S_{i0} + \bar{S}_i \quad (i=1,\cdots,n) \qquad (35)$$

在这个方程中，不仅消除了留在本部门供更换用的数量 X_{ii}，而且也消除了留在本部门供扩充用的数量 x'_i。方程（35）说流向其他部门及供消费的数量等于从其他部门的流入量和没有留在本部门的新增价值。多部门模型中的这个方程与马克思的方程(6)完全类似。

如果部门数目减少到两个，方程（35）变为与方程(2)相同。在此情况下（35）成为

$$X_{12} + x''_1 = X_{21} + X_{01} + S_{10} + \bar{S}_1 \text{。} \qquad (36)$$

相应的交易表如下：

X_0	X_{01}	X_{02}	$x'_{01} + x'_{02} + x''_0$
X_1	X_{11}	X_{12}	$x'_1 + x''_1$
X_2	X_{21}	X_{12}	$x'_2 + x''_2$
	$\bar{S}_1$	$\bar{S}_2$	
	S_{10}	S_{20}	
	x'_1	x'_2	

（36）

第一部类生产生产资料，第二部类生产消费品。由于消费品不是一种生产资料，$X_{21}=0$，并且由于生产资料不消费，x''_1 是配置到第二部类供扩充用的生产资料。利用以前的符号，可以知道：

$$X_{01} = V_1 \;;\quad X_{02} = V_2 \;;$$
$$X_{11} = C_1 \;;\quad X_{12} = C_2 \;;\quad X_{21} = 0$$
$$X''_2 = S_{2c} \;;\quad S_{10} = S_{1v} \text{。}$$

故方程（35）成为

$$C_2 + S_{2c} = V_1 + S_{1v} + \bar{S}_1$$

这与方程(6)相同。在定态经济中，$S_{2c} = S_{1v} = 0$，方程简化为 $C_2 = V_1 + S_1$，即方程(2)。

在方程（31）和（34）（ 它与（31）等价）中，只有$n-1$个方程是独立的。从交易表（29）可知

$$\sum_i\left(\sum_j X_{ij} + v_i\right) \equiv \sum_i\left(X_{0i} + \sum_j X_{ji} + S_i\right) \equiv \sum_i X_i。 \quad (37)$$

说明方程（31）之一可从其余$n-1$个方程导出。如同马克思的两部类模型中，在两个部类之间只有一个关系，方程(6)或(2)。

消除恒等式（37）两边的双求和号的和数，得到

$$\sum_i x_i = \sum_i X_{0i} + \sum_i S_i \quad (38)$$

它说明国民经济净产值，或国民收入等于这一时期新增的总价值。

技术关系和价值关系

为了研究生产的技术条件对投入产出关系的效应，必须严格区别用实物单位表示的投入产出表和用价值单位表示的交易表。为此目的我们将各用一套符号。

第i部门的实物产出用Q_i表示，实物净产出用q_i表示，从i到j部门的实物交流用q_{ij}表示（$i, j = 1, \cdots, n$），劳动力总量（例如用适当加权的工时计算）用Q_0表示，i部门雇用的劳动力用q_{0i}表示，未用于生产的其余劳动力用q_0表示。因此实物投入产出表可以写成以下形式

$$\begin{array}{l|llcl|l}
Q_0 & q_{01} & q_{02} & \cdots\cdots & q_{0n} & q_0 \\
\hline
Q_1 & q_{11} & q_{12} & \cdots\cdots & q_{1n} & q_1 \\
Q_2 & q_{21} & q_{22} & \cdots\cdots & q_{2n} & q_2 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
Q_n & q_{n1} & q_{n2} & \cdots\cdots & q_{nn} & q_n
\end{array} \qquad (39)$$

表内各行服从以下配置平衡

$$Q_i = \sum_j q_{ij} + q_i \ (i = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)。 \qquad (40)$$

生产的技术条件可用技术系数，也称为生产系数描写：

$$a_{ij} = q_{ij} / Q_j \quad (i = 0,\ 1,\ \cdots,\ n;\ j = 1,\ \cdots,\ n) \qquad (41)$$

系数a_{0j}表示生产一个单位的j部门的产品使用的劳动力，其余系数a_{ij}表示生产一个单位的j部门的产品需要的i部门产品的数量。

在社会主义国家这些系数的数值一般表现为计划和生产管理中应用的‘技术定额’。这些定额表示每单位产品许可使用的劳动力，原料，等等的数量。如在工业中缺乏这种‘技术定额’，可以根据统计投入产出表，按照公式（41）来计算近似值。列昂惕夫教授就是使用这个方法。

引入技术系数（41）后，配置方程（41）变成

$$Q_i = \sum_i a_{ij} Q_j + q_i \quad (i = 0,\ 1,\ \cdots,\ n)$$

把关于劳动力的第一方程与其他方程分开比较方便。于是我们有

$$Q_0 = \sum_j a_{0j} Q_j + q_0 \qquad (42)$$

其余方程写成以下形式

$$(1-a_{ii})Q_i-\sum_{j\neq i}a_{ij}Q_j=q_i\ (i=1,\cdots,n) \tag{43}$$

因此方程（43）可与方程（40）分开求解。方程（43）的系数矩阵

$$\begin{pmatrix} 1-a_{11}, & -a_{12}, & \cdots\cdots & -a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots \\ -a_{n1}, & -a_{n2}, & \cdots\cdots & 1-a_{nn} \end{pmatrix} \tag{44}$$

称为‘技术矩阵’。它描写生产的技术条件。

在方程组（43）中，有n个方程和$2n$个变量，总产出Q_1 …，Q_n和凈产出，q_1，…，q_n。如果技术矩阵是非奇的，也就是说它的行列式不等于零，则我们有n个自由度。例如，我们可在国民经济计划中规定凈产出q_1，…，q_n，总产出于是被方程（43）唯一地决定。或者我们在计划中规定总产出，凈产出将从方程中唯一地被导出。或者我们也可以在计划中规定一些总产出指标和一些凈产出指标，共计n个指标，其余n个总产出和凈产出指标被方程决定。

如果技术矩阵碰巧是奇的，自由度增加。如果矩阵的阶数是m（$m<n$），则自由度是$2n-m$。我们必须在计划中规定$2n-m$个变量，其余m个变量从方程（43）求得。

如果总产出Q_1，…，Q_n已从方程（43）求出或已在计划中加以规定，我们可以把它们代入方程（42）。这样求出在生产部门就业劳动力总额 $\sum_{j=1}^{n}a_{0j}Q_j$，已知总劳动力为Q_0，可以算出未用于生产的劳动力。

Barna编制的美国1935年投入产出表和Evans与Hoffenberg编制的美国1947年投入产出表都把国民经济分成十一个部门：

1、农业和食品