电工基础

（下 册）

清华大学电力系

1976.7.

目　录

电工量测部分

第十章 电路图的等效变换和分析方法

第一节 电路图的等效变换

大家知道，两个电阻 R_1、R_2 串联时，通常用一个电阻（等于 R_1+R_2）去代替他们。在三相电路那一章，也用一个 Y 形联接的阻抗去代替一个 △ 联接的阻抗。做了这样代替以后，原来的电路图就“变换”成另一种样子，但电路分析却变得容易一些。人们在长期实践中，总结出一些等效变换的方法，这对于解决某些电路问题可能是有益的。这章介紹几种常见的等效变换。

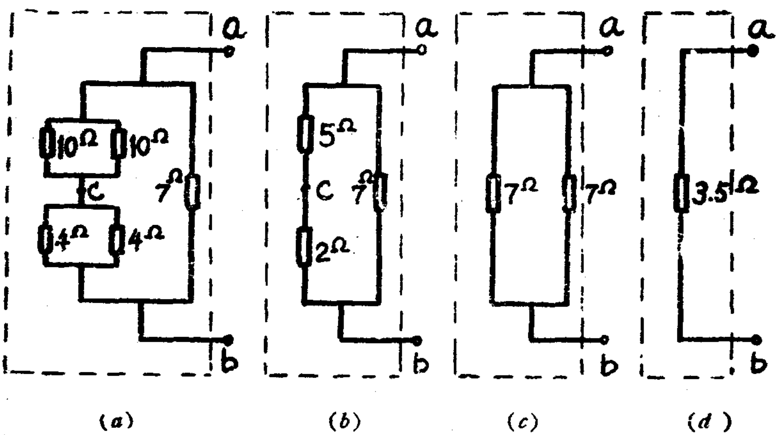


图 10—1 电阻电路的等效电路

图 10—1 的 a、b、c、d 四个图，表示了如何把一个复联电阻电路(图 a)，等效变换成一个电阻（3.5Ω）的过程。在图(b)中，

节点 c 还保留着，必要时还可以计算 c、b 间的电压 U_{cb}。到了图（c）和图（d），c 点就不见了，当然无法计算 U_{cb}。由此可见，这种变换的目的，不是用来研究方框内部的电流、电压，例如 U_{cb}，而是用来分析方框外部的情况，这种变换只对方框外部"等效"。一般地讲，研究一个不包含电源的"无源二端网络"（图10—2），而主要矛盾在于网络的外部时，可以把这个网络用一个简单的等效电阻 R_i（在交流电路中改为阻抗 Z_i）来代替。

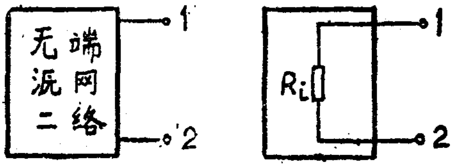


图 10—2 无源二端网络及其等效电阻

等效电阻 R_i，可以用计算方法求出，也可以用实验方法求得。图 10—3 是测量 R_i 的实验电路图，测出 U、I 即得：

$$R_i=\frac{U}{I}。$$

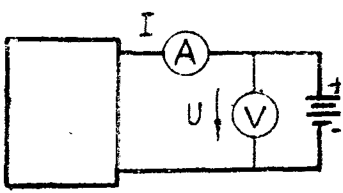


图 10—3 测量 R_i 的电路

还可以举出另外的等效变换。例如图 10—4 是一种晶体管放大器电路。

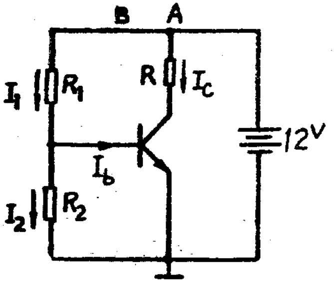


图 10—4 放大器电路

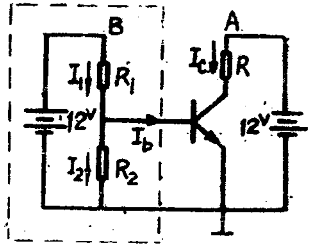


图 10—5 放大器的等效电路

当直流电源的内阻非常小的时候，它的端电压总是维持一个常值（例如 12V）。这时可在电路的 A、B 处切开，把电路图变成图 10—5。切开后 A、B 两点对地的电位仍维持在 12V 不变，所以不影响其它各处的电流电压，即 I_1、I_2、I_c、I_b 不受影响。这也是一种等效变换。

进一步要问，对于图 10—5 中虚线方框内部的“有源二端网络”，有沒有办法再做等效变换，使电路更簡化一些？回答是肯定的，这就是下一节要介紹的内容，也是电子线路里经常应用的一种变换方法。另外，本章还要介紹电阻的 △—Y 变换的普遍公式。

第二节 有源二端网絡定理（等效电源定理）

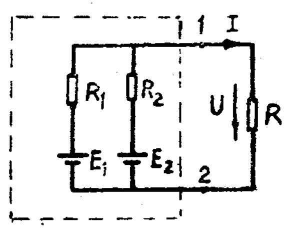


图 10—6

图 10—6 是一个有源二端网络。它出来两个头（1、2），接到电阻 R 上。如果 $E_2=0$，这网络就和图 10—5 中的二端网络一样。

当研究对象是网络外部的电流

I、电压 U，而不是网络内部的电流、电压时，网络内部的情况就成为问题的次要矛盾，因而可以用一个简单的等效电路代替它。所謂“有源二端网络定理”，就是讲怎样构成它的等效电路。

不妨先用一些别的办法计算一下电流 I（参考上册 80 頁，那儿的 I_3 是这儿的 I）。计算结果如下：

$$I=\frac{R_2E_1+R_1E_2}{R_1R+R_2R+R_1R_2}$$

这公式不能说明如何构造等效电路，还得加以改造。改造的原则是把网络外部的电阻 R 和网络内部的 E_1、E_2、R_1、R_2分开：

$$I=\frac{R_2E_1+R_1E_2}{R(R_1+R_2)+R_1R_2} \tag{10-1}$$

分子分母同时除以（R_1+R_2），得：

$$I=\frac{\dfrac{R_2E_1+R_1E_2}{R_1+R_2}}{R+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}} \tag{10-2}$$

上式中，除分母中的一项 R 外，其余两项都决定于网络内部的电动势（E_1、E_2）和电阻（R_1、R_2），这式子规定了等效电路的构造方法。

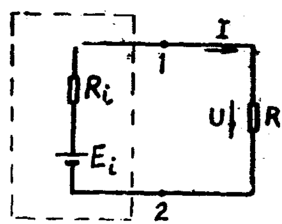


图 10—7 等效电源电路

图 10—7 中的虚线方框内部，代表有源二端网络的等效电路，它由内阻 R_i 和电动势 E_i 串联组成。流过负载 R 的电流 I 很容易求出：

$$I=\frac{E_i}{R+R_i} \tag{10-3}$$

比较式（10—2）和（10—3）看出，只要

$$E_i=\frac{R_2E_1+R_1E_2}{R_1+R_2}=（网络内部\ E、R\ 的函数）\qquad (10\text{-}4)$$

$$R_i=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=（网络内部电阻的函数）\qquad (10\text{-}5)$$

那么对网络外部来讲，这个电路就和原来的网络等效，也就是说在同样的负载电阻 R 下，有同样的负载电流 I。

剩下的问题是找出计算 E_i 和 R_i 的一般原则。

从（10—5）看出，R_i 等于 R_1 和 R_2 并联后的总电阻，也就是有源网络（图 10—6）中所有电动势等于零，把它变成无源二端网络的等效电阻。（图 10—8）

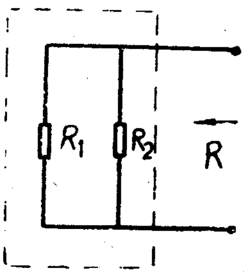


图 10—8

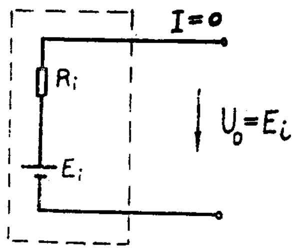


图 10—9

计算 E_i 的公式(10—4)，其实代表原来网络的开路电压(注)，不过因为它稍为复杂，不能一下看明白它的含意。但从图 10—7 看出，当 $R=\infty$ 即 1、2 两端开路时，开路电压 $U_0=E_i$（图 10—9）。可见，E_i 的确等于等效网络的开路电压，当然也等于原来网络的开路电压。

注：令图 10—6 中的 $R=\infty$，计算这时的电压 U_{12} 刚好等于 E_i。

把上面的意思归纳一下，就得到所谓等效电源定理如下：

一个复杂的有源二端网络，对外部讲可以简化成一个由电动势 E_i 和内阻 R_i 串联的简单等效电路。E_i 等于原来网络的开路电压 U_0；R_i 等于原来网络中所有电动势等于零时的等效电阻。

例　求图 10—10 电路的 $12K\Omega$ 中的电流 I。

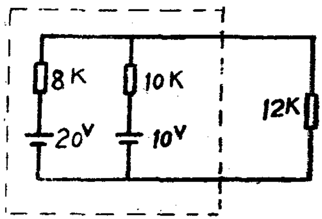
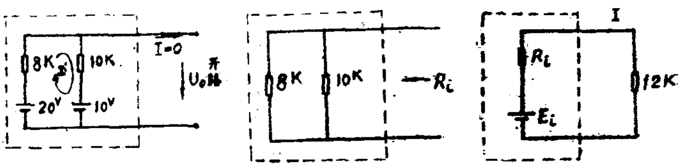


图　10—10



(a)　　(b)　　(c)

图　10—11

解　把 12K 电阻放在网络外部

(1) 按图 10—11(a) 求网络的开路电压 U_0：

$$I' = \frac{20-10}{8+10} = \frac{10}{18} = 0.556mA$$

$$U_0 = 10I' + 10 = 5.56 + 10 = 15.56V$$

$$\therefore \quad E_i = 15.56V$$

$$(\text{或 } U_0=-8I'+20=-4.45+20=15.55V)$$

(2) 按图 10—11(b) 计算 R_i:

$$R_i=\frac{8\times 10}{8+10}=4.45(K\Omega)$$

(3) 按图 10—11(c) 计算 I:

$$I=\frac{E_i}{R+R_i}=\frac{15.56}{4.45+12}=0.945mA$$

$\therefore$ 图 10—10 中的电流 $I=0.945mA$.

验算：利用公式（10—1）计算 I，得

$$I=\frac{8\times 10+10\times 20}{8\times 10+8\times 12+10\times 12}=0.945mA。$$

思考题

$I'=0.556mA$，是不是原来问题中（图 10—10）$8K$ 或 $10K$ 电阻里的电流？

最后讲一下这定理的一般证明方法。图 10—12 中，方框表示一个有源二端网络，它出来两个头 a 和 c（c 在下面那条线上，請自己画上）。它的内部结构可以是图 10—10 那样，也可以是另外一种样子。

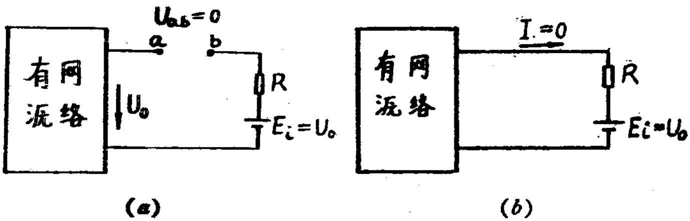


图 10—12

设有源二端网络的开路电压是 U_0。在它外面接入由电动势 E_i（大小等于 U_0）和负载电阻 R 串联组成的电路以后（图 10—12 (a)），a、b 两点间的电压 $U_{ab}=0$（$\because U_{ab}=U_0-E_i+R\times0=U_0-U_0=0$）。由于 U_{ab} 是零，联接 ab 后，外电路中也没有电流（图 (b)）。有了这概念，就可以利用迭加原理证明上述定理。

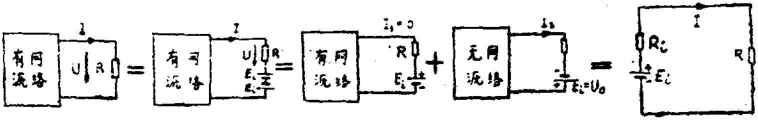


图 10—13　定理的证明（对计标电流 I 等效）

图 10—13 具体地说明了这定理的证明过程。在负载 R 中串联接入两个电动势 E_i，但极性相反，这对电路中各处的电流毫无影响。根据迭加原理，把网络内部的所有电源和外接的一个电动势 E_i 当成一组，这一组电源在 R 中产生的电流 I_1，和另一个外接电源 E_i 单独作用（这时网络中已无电源，变成无源网络了）产生的电流 I_2 迭加，应该等于迭加前的负载电流 I：

$$I=I_1+I_2$$

但 $I_1=0$，　　　　$\therefore$　　　$I=I_2$

所以有源二端网络的等效电路，就是一个由电动势 E_i（大小等于开路电压 U_0）和内阻 R_i（等于无源网络的等效电阻）串联组成的电路。这电路对于计算网络外部的电流、电压是等效的。

思 考 题

（1）测量一个有源二端网络的开路电压 $U_0=8V$。把它的两个头短路起来，短路处的电流叫做短路电流 I_s。测得短路电流 $I_s=$

$=0.56A$。求这网络的等效电阻。计算外接电阻 $R=20\Omega$ 时的电流 I 及 20Ω 上的电压 U。

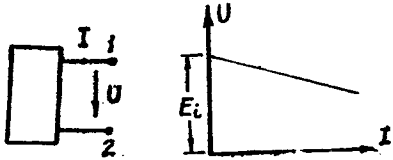


图 10—14

（2）如果二端网络是有源的，它的外部电压 U 和外部电流 I 之间的关系如下：

$$U=E_i-R_iI$$

这关系又可用一根直线（即伏安特性）表示（图 10—14）。这些论断对嗎？

第三节 电阻（或阻抗）的 △—Y 变换

在第九章三相电路里，已经介紹过对称三相电阻的 △—Y 变换公式。这节介紹 △—Y 变换的普遍公式。

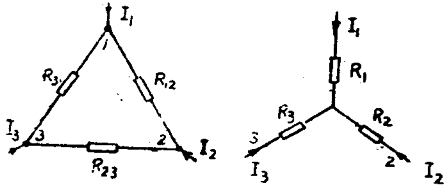


图 10—15 电阻的 △—Y 等效变换

当电路中有三个按 △ 联接的电阻时，可以变换成三个按 Y 形联接的电阻，变换后对外面的电流电压无影响（例如不影响 I_1、I_2、I_3）。反之，也可以把 Y 形电阻变成 △ 电阻。

变换的公式如下。

由 △ 变成 Y 时，可按下式由 R_{12}、R_{23}、R_{31} 计算 R_1、R_2、R_3：

$$\left.\begin{aligned} R_1=\frac{R_{12}\cdot R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}, \quad R_2=\frac{R_{12}\cdot R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}, \\ R_3=\frac{R_{23}\cdot R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}\right\}(10\text{-}6)$$

由 Y 变成 △ 时，R_1、R_2、R_3 为已知，△ 联接的三个电阻按下式求得：

$$\left.\begin{aligned} R_{12}=R_1+R_2+\frac{R_1R_2}{R_3}, \quad R_{23}=R_2+R_3+\frac{R_2R_3}{R_1}, \\ R_{31}=R_3+R_1+\frac{R_3R_1}{R_2} \end{aligned}\right\}(10\text{-}7)$$

这公式在对称三相电路中应用较广泛。至于在阻抗值不同的情况下的应用，可以举双 T 电路的分析做一个例子。双 T 电路(图 10—16) 其实是两个 Y 形联接的阻抗。利用 △—Y 转换，可以变成两个 △ 联接的阻抗，图中把一个 △ 画成虚线，使大家看起

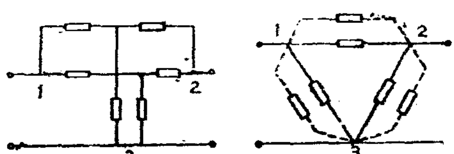


图 10—16 双 T 电路的变换

来更清楚一些。每两个节点之间的两个阻抗又可按并联公式合并成一个阻抗，所以这电路可以最后转变成图 10—17 那样。这时输出电压 $\dot{U}_2$ 很容易求得。

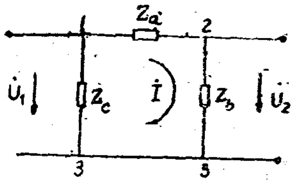


图 10—17 双 T 电路的等效电路

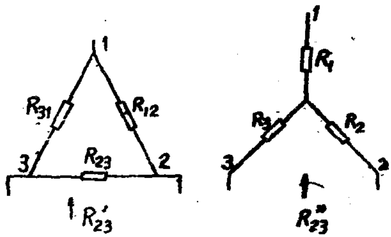


图 10—18

$$\dot U_2=\dot I Z_b=Z_b\cdot\frac{\dot U_1}{Z_a+Z_b}=\frac{Z_b}{Z_a+Z_b}\cdot\dot U_1$$

具体计算这里就不介紹了，学员可以作为一个练习自己去推导，也可以参考清华大学电子系、自动化系编“晶体管电路”下册433 頁（1971 年印刷）。

$\triangle—Y$ 转换公式可用下面方法推导出来，供参考。

在图 10—18 中，把 1 端开路，从 2、3 两端看进去的等效电阻设为 R_{23}'（对 $\triangle$ 讲）和 R_{23}''（对 Y 讲）。如果 $\triangle$、Y 是等效的，那么 $R_{23}'=R_{23}''$。由图 10—18 可计算出 R_{23}' 和 R_{23}'' 如下：

R_{23}' 由 R_{31} 和 R_{12} 串联后再与 R_{23} 并联组成，

$$\therefore\quad R_{23}'=\frac{R_{23}\cdot(R_{31}+R_{12})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}。$$

R_{23}'' 由 R_2、R_3 串联组成，

$$\therefore\quad R_{23}''=R_2+R_3。$$

两者相等即有

$$R_2+R_3=\frac{R_{23}(R_{31}+R_{12})}{R_{23}+(R_{31}+R_{12})} \quad (10\text{-}8)$$

同样，把 2 端开路，从 1、3 两端看进去的电阻相等，又可以得到另一个方程，还可以把 3 端开路，再得到一个方程。即得：

$$R_3+R_1=\frac{R_{31}\cdot(R_{12}+R_{23})}{R_{31}+(R_{12}+R_{23})} \quad (10\text{-}9)$$

$$R_1+R_2=\frac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+(R_{23}+R_{31})} \quad (10\text{-}10)$$

把方程（10—9）加方程（10—10）再减去方程（10—8），便得到

$$R_1=\frac{R_{12}\cdot R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

这便是公式（10—6）中的一个。其它公式可用类似办法求得。

× × × ×

正确应用电路图的等效变换，可以使电路分析得到簡化。但不是说分析任何问题都必须做等效变换，只有通过自己的实践，才能够掌握这些变换方法并判断在什么问题里应用它方可收到实效。

第四节　电路图的近似簡化

上面介紹的等效变换方法，对外电路讲不带来任何误差，即在变换以后，不影响外电路各处的电流、电压值。这节介紹另一种常见的电路近似簡化方法。

当两个电阻 R_1、R_2 串联时，若 $R_1 \gg R_2$，求总电阻时可以忽略小电阻 R_2（R_2 当做短路，即 $R_2 \to 0$）。

当两个电阻 R_1、R_2 并联时，若 $R_1 \ll R_2$，求总电阻时，可

以忽略掉大电阻 R_2（R_2 当作开路，即 $R_2 \to \infty$）。

这个方法已在上册中多处介紹过，例如在上册 54 頁、61頁、314 頁的电路分析举例中都应用过，这里就不再重复叙述了，有需要时学员可以再去閱读。这种方法显然会带来一些误差。

值得指出的是，研究一个现成的线路时，这方法表现为指导如何簡化分析；当这线路还沒有实现，还是处在设计阶段时，这方法却表现为指导设计者如何安排电路。下面通过例题说明这一点。

例　扩散炉是制造半导体元件的一种设备。扩散炉的控制电路里，有一个如图 10—19 所示的电路。设计者希望 C_1 的一端不直接接地而是接到一个电压 U' 上，这电压 U' 是輸入电压 U_{sr} 的百分之十几，例如 $\dot{U}'=\dfrac{\dot{U}_{sr}}{7}=14.3\dot{U}_{sr}\%$。

可以根据下面的思路来安排线路。得到 $\dot{U}'$ 的一种最簡单方案是采用电阻分压器（图 10—20）。分压器的輸出电压 $\dot{U}'$ 是

$$\dot{U}'=R_4\dot{I}=\frac{R_4}{R_3+R_4}\dot{U}_{sr}$$

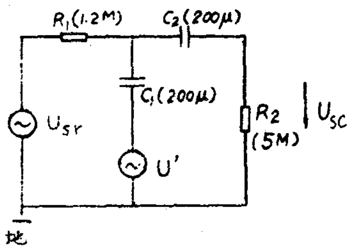


图 10—19　控制电路

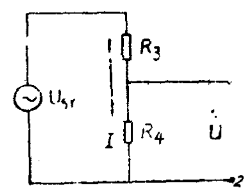


图10—20　分压器

上式只在 1、2 端开路时才成立，可是实际上 1、2 端还得和控制电路联接。和控制电路联接后要求上式仍近似成立，也就是要求流经 R_3、R_4 的电流基本上还是 $\dot{I}$，就必须使分压电阻 R_3、R_4 远小于外接电路的阻抗，这样外接电路就好象开路一样，对

分压器输出电压 $\dot{U}'$ 就没有影响了。设计者选择 $R_3=3K$，$R_4=510\Omega$，可以符合这个要求，而电压 $\dot{U}'$ 是：

$$\dot{U}'=\frac{510}{3000+510}\dot{U}_{sr}=$$

$$=0.145\dot{U}_{sr}=\frac{1}{6.9}\dot{U}_{sr}$$

线路见图 10—21。

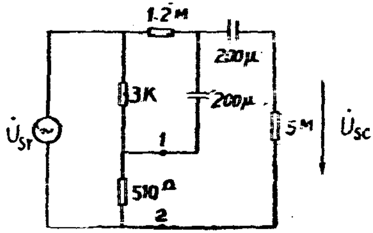


图 10—21 实际控制电路

当我们去分析这个现成的电路时，可以采取与设计者思路相反的顺序：根据 $510\Omega \ll 1.2M$（或 $5M$）、$3K \ll 1.2M$（或 $5M$）的特点，可以把 1、2 两端右方当作开路，把分压器单独抽出来（图 10—20），求出 $\dot{U}'=0.145\dot{U}_{sr}$，从而把图 10—21（有三个迴路）简化成图 10—19（只有两个迴路），大大减少了计算工作量。学员有兴趣时，不妨计算一下实际电路和简化电路的输出电压 $\dot{U}_{sc}$，就知道结果非常接近，而计算简繁程度却相差极大。

第五节 迴路电流法

分析复杂电路，除了可以用支路电流法以外，还常用迴路电流法。这个方法的优点是所列方程的数目要比支路法少一些，因而求解更简便一些。

迴路电流法的特点是在电路的每一个独立迴路中假设一个閉合的迴路电流。例如在（图 10—22）电路中的 I_1 和 I_2 就是两个迴路电流，其中电流 I_1 经过电阻 R_1、电阻 R_3 及电源 E_1 閉合；电流 I_2 经过电阻 R_2、电阻 R_3 及电源 E_2 閉合。这样，流过电阻 R_1、R_2 中的电流分别为 I_1、I_2，而流过 R_3中的电流就等于这两个电流的和(I_1+I_2)。象 I_1、I_2 这样顺着一个閉合迴路