

算學釋例

貫三氏署



算數名義釋例

光緒貳拾八年上海

書局石印

西學新政叢書

算數名義釋例目錄

卷一

數理備旨

數名釋例

卷二

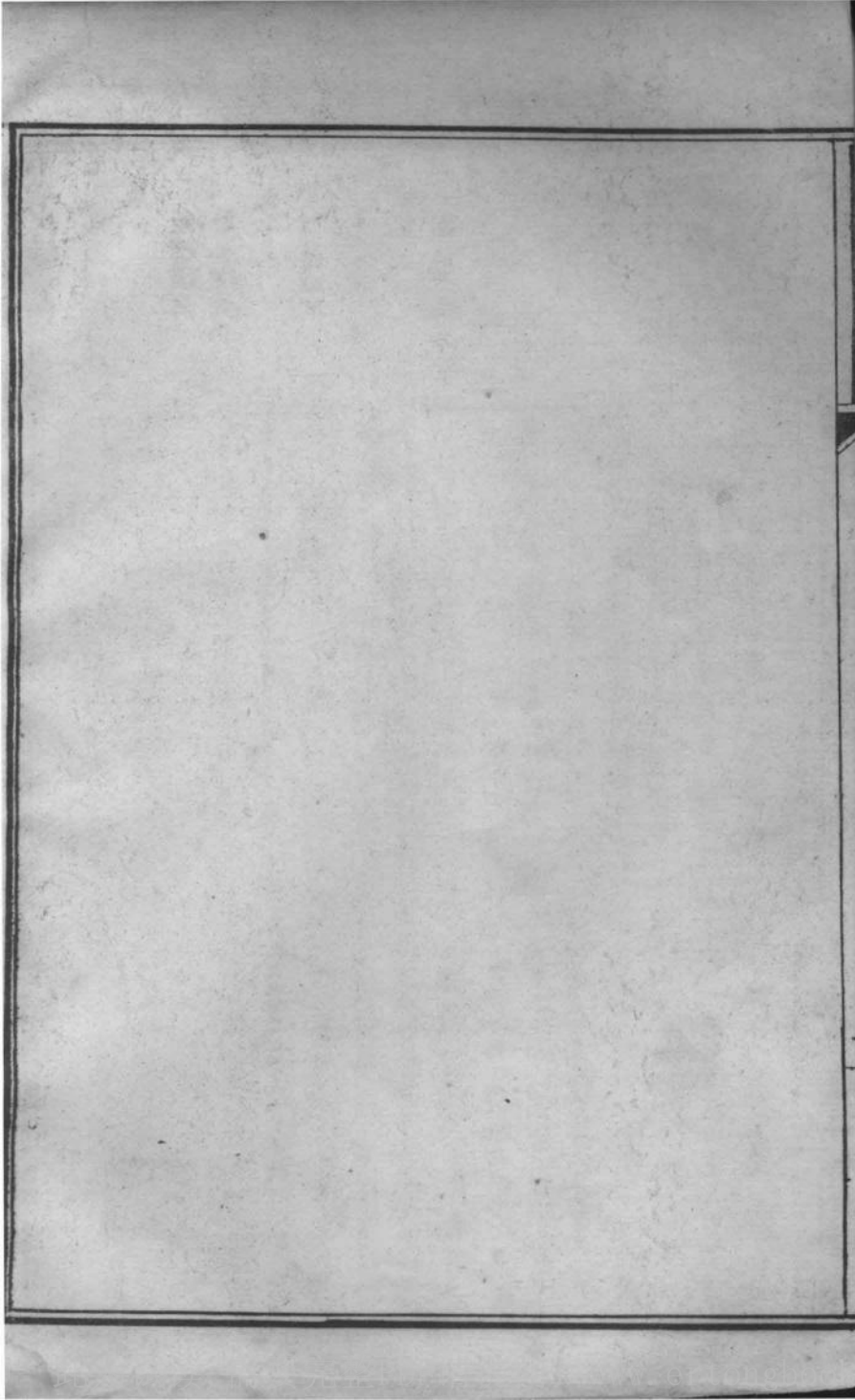
學算識別

考數根四法

卷三

四元消法

九章算翼



西學新政叢書

算數名義釋例卷一

數理備旨

新化李固松著

吳縣王德尚編



執途人而語之算術謂通天元即可以明代數明代數即可以通天元知天元代數則元代之源如方程借根
元代之流如四元微積皆迎刃而解既習諸法而句股幾何諸術已渾括其中步天測地制器無乎不宜則必
瞠目相視茫不知為何語是何也中國自隸首作算術商高作周髀孫子作算經至劉徽始注九章至老通始
撰緝古算治始述天元朱世傑始演四元李雲門李尚之羅若香等始暢發其旨意西人幾何之學著自他勒
至歐吉利德始作幾何原本代數之學自丟番都己以此名世至肥乙大始以字代數至華里司棟麼甘始有
成書奈端始濟之以微分歐樓復益之以積分中西術於是日漸詳備其致用之處如厯法則多祿某弟谷
舊術侯失勒本歌白尼之說改之始與實測密合如重學則亞奇殿德以後若伽離略瓦利斯海根斯奈端諸
人莫不踵事增華中國墨翟公輸雖早明其生略不甚為時所重其學遂絕容成義和已明厯法厄於秦火漢
造太初損益之者七十餘家至郭守敬始少有端倪倪自利瑪竇入中土西人源源而來與徐李諸公編譯各書
遂採西人之長至梅勿奔王曉麓戴東原徐莊聰李士叔等先後輩出中國厯數之學始昌重學亦始有所擴
充凡資於算之汽化光電各學始得其緒由此觀之積數千百年中西疇人之心思才力乃能日趨於簡易今
以一人一旦之功而欲周知壹是已不勝其艱苦倘復責以探索前人未得之新理能乎否耶即幸而有漸次
擴充其法者半亦頭童齒豁不能持算學為國家用是知之與不知等耳然則以學算言之惟恐學成之不逮
以學算之人言之雖欲速而必不能達天下固有如此兩難之學歟且夫古人之精意必有出於筆墨外者使

學者得者書之人口講指畫於其側則書外之精意以傳往往累牘難明得一二語立可解悟今既不可得計惟有舉凡人所苦其為艱深者不論古今不分中西皆設為問答分條臚列釐其序俾由淺知深闡其原俾由理知法綴其圖俾由象知數詳其式俾由此知彼無論其人性質何如均可登時通悟造其學成年力方壯底幾乎盡人皆能用元代微積之術御恩法事學以步天測地制器可出而為國家用乎是則竊所厚望而兢兢然恐有不逮者已

問學算用珠用算用筆三者孰便○答曰加減莫妙於珠然筆算果熟與用珠加減略等珠之乘除過法多位即覺繁難易誤乘除用算較用珠稍逸然仍用筆加減避於珠之無煩於筆也第珠算得數之後亦用筆記且以筆乘除不致有誤誤亦易檢出改正但過除時不及用算之稍省心力故過法位太多者用算輔之然用筆記算中之數隨記隨減不勝其繁則當用珠記實依法列算算中各位之數漸次減實得數最速西人曾造一表以加減代乘除見格致彙編即此理也故學算可兼用珠算惟當以筆為主耳矧元代微積非筆不能乎

問兼用珠算筆乃便於加減乘除既得聞命矣不知何所謂加減乘除也○答曰加減乘除皆分法實如有九加入三則九為實三為法法加實得十二是取兩數而求其和也若十二之中減去三則十二為實三為法之法減實得九是取兩數而求其較也文九以三加之而得十二以三減之而得九是加減者互相還原也若九人各出三錢則九為實三為法以法一一加之始加得六次加得九次得十二得十五得十八得二十一得二十四得二十七其理不異於加然若其筆算連本此以立簡法作九九歌訣但呼三九二十七只一次而已得數要此之為乘轉以二十七錢分給九人則二十七為實九為法以九減二十七三次而盡始知人得三錢其理不異於減然亦若其筆算連本此以立簡法但呼二九一十八太小於實改呼三九二十

雖名曰除實則輾轉相減耳若求得末次之數為一則母子之數不能約小矣

問有法有實既馭之以歸除矣若有實無法又以何術馭之○答曰有關方之法在試即平方言之有根有積

何謂根邊是也何謂積邊自乘之數也何謂關方有積而求其邊也今有方邊一十二

尺如圖甲丙丙乙乙丁甲丁皆是自之即自乘得一百四十四尺如甲丙乙丁正方是以

求方邊當列一百四十四尺自末位起每方積二位定方邊一位故隔一位作記而於

四尺上定尺位百尺上定十位故一百為初商積以自一至九自成之方根數即一二

二如四三三如九九四四一六五五二五六惟一十自乘之數與一百合即定初商為一

十書一百於商積之下相減恰盡即甲丙乙丁方積內之戊庚己乙小正方形其積一

百尺也爰以方邊末位積四十四續書於下大凡以餘積續書於下者每取為次商廉

隅之共積即戊庚己乙小正方形外所餘之磬折形也分磬折形為丙辛庚戌庚壬丁

已兩小長方形辛甲壬庚一小正方形其兩長方長十尺為兩廉一小正方形即隅也故

以初商之一十尺倍之得二十尺為廉法以除四十四尺足二尺即定次商為二尺書於方積四尺之上而

以次商二尺為隅法與廉法二十尺相加共得二十二尺為廉隅共法書於餘積之左以次商二尺乘之得

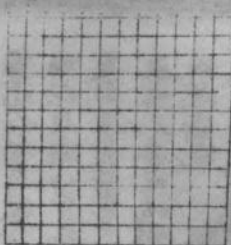
四十四尺與次商廉隅共積相減恰盡是開得一十二尺為方每邊之數也故方邊自乘而得積方積開之

而得邊二者亦互相還原焉

問有實無法固以開方濟乘除之窮始與有法有實者無異若只有原法之幾何分或幾何倍欲知其實變為

若干若只有原邊之幾何分或幾何倍欲知其又一邊變為若干則奈何○答曰此用四率比例術求之詳

律以數互相以原法為一率原實為二率今有原法幾分或幾倍為三率求得四率即得其實為若干謂之



尺二
寸四
一四四
四四
四四
〇〇

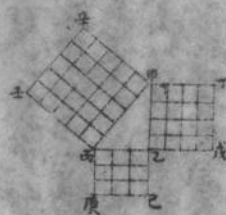
二二

正比例若以今有原法幾分或幾倍為一率而以原邊為二率原又一邊為三率求得四率之又一邊為若干謂之轉比例試詳言之如有人幾何每人得物幾何求總物幾何則是每一人得物幾何與幾何人共得物幾何相比而成四率乃自小而大者也如有物幾何命幾何人分之每人得物幾何則是共人幾何共物幾何與每一人得物幾何相比而成四率乃自大而小者也蓋因命數以一人為法故乘與除各省其率耳是雖名為乘除而實相為比例之四率也以數明之如有錢一文買物四枚今有錢二文應買物若干法以錢一文為一率物四枚為二率錢二文為三率二三兩率相乘一率除之得四率八即所求數也蓋一與四之比同於二與八之比也此正比例也若轉比例則如有田一畝原澗八步長三十步今澗要十二步問長得幾何法以今澗十二步為一率原長三十步為二率原澗八步為三率二三兩率相乘一率除之得四率二十步即今澗十二步之長也雖今澗比原澗多而令長卻比原長少故原有之澗八步與長三十步相乘得二百四十步其積既同是以轉而比之自成比例蓋今澗比原澗多三分之一令長比原長少三分之一其比例相同故今澗十二步與原澗八步之比即同於原長三十步與今長二十步之比也若借正比例論之以原澗八步為一率原長三十步為二率今澗十二步為三率求得四率四十五步則是今澗多原澗今長多原長所容之積亦多而與一畝不合矣故轉以今澗為一率原長為二率原澗為三率而得四率是一率與三率之比同於二率與四率之比也至合率諸比例不過合數比例而為一比例要皆不出正轉二比例之法也

問比例以此一邊求又一邊此方面形也若斜剖方面形則用何術○答曰斜剖方面謂之句股如圖甲乙直



長為股乙丙橫澗為句甲丙斜線為弦設句三尺股四尺弦五尺此句股自乘得九尺為句幕如二圖乙丙已庚股自乘得一十六尺為股幕如

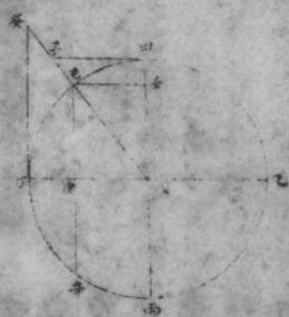


甲乙戊丁弦自乘得二十五為弦幕如甲丙壬辛以句幕九加股幕十六得二
 十五尺與弦幕之數等故以句自乘股自乘相加開方而得弦以弦幕二十五
 減句幕九得一十六與股幕等以弦幕二十五減股幕一十六得九與句幕等
 故以弦自乘句自乘相減開方而得股弦自乘股自乘相減開方而得句也若
 以句股相乘則得直積半之得句股積如三圖乙丙句三甲乙股四相乘得一
 十二尺如甲乙丙癸長方形其積比甲乙丙句股正大一倍故折半得六尺即
 句股之積也若將句三尺折半得一尺五寸與股四尺相乘亦得六尺如四圖
 甲乙丙句股形將乙丙句折半得乙子與甲乙股相乘成甲乙子丑長方形其
 甲丑寅小句股形與寅子丙小句股形之積等如以甲丑寅小句股形移於寅
 子丙適合甲乙丙句股形積故甲乙丑子長方形積與甲乙丙句股積相等也所
 以句股弦彼此相求知其二而得其一或知其二而得其積也若欲將一句股
 形分之為二則求中垂線如五圖甲乙丙句股形以甲丙弦為一率乙丙句為
 二率甲乙股為三率求得四率乙丁即中垂線蓋甲乙丙甲乙丁兩句股形為
 同式故甲丙弦與乙丙句之比即同於甲乙小弦與乙丁小句之比也至於句
 股和較皆以二事相加謂之和句與股相加曰句股和者曰大和相減謂之較句與股相減
 曰句股較者曰小和股與弦相加曰股弦和者曰大和相減謂之較句與股相減
 曰句股較者曰小和與弦相減曰句弦較者曰大差股與弦相減曰股弦較者
 曰小差以一事為主又與餘二事之和與較相和相較則以弦為主與句股和



相和曰弦和與句股和相較曰弦和較與句股較相和曰弦較與句股較相較名目甚多再經加減未易失口而答南豐其氏造為一表見自文卷堂二十一卷檢之即知為何數也至和較三事之相求以借根天元代數諸法取之可迎刃而解故不俱述

問斜剖方形既以句股取之若斜剖四不等邊形當用何術○答曰用三角八線之法欲求三角先明八線凡平圓之周定為三百六十度如甲乙丙丁是無論圓之大小而度分不變故



其數皆同自圓心平分圓周為四分名曰四象限每一象限九十度如甲乙乙丙丙丁丁甲皆是乃自圓心戊任作一戊己半徑則將甲丁九十度之弧分為甲己己丁作二段己丁為己戊丁角所對之弧甲己為甲戊己所對之弧如命己戊丁為正角則甲戊己為餘角甲戊己為正角則己戊丁為餘角正角所對為正弧餘弧所對為餘弧今以己丁為正弧故甲己為餘弧又自己與甲丙全徑平行作己辛線謂之通弦其對己丁正弧而立於戊丁半徑者曰正弦又與戊丁半徑平行作壬己線謂之餘弦以其為甲己餘弧之所對也於戊丁半徑內減戊庚餘庚丁謂之正矢於甲戊半徑內減壬戊餘甲壬謂之餘矢自圓界與甲戊半徑平行立於戊丁半徑之末作垂線仍與己戊丁角相對者曰正切將己戊半徑引長與正切相遇於癸成戊癸線謂之正割又自圓界與戊丁半徑平行作甲子線謂之餘切戊癸正割被甲子餘切截於子所分戊子謂之餘割每一角一弧即有正弦餘弦正矢餘矢己成四線於圓界之內復引出半徑於圓界之外而成正切餘切正割餘割之四線內外共為八線故曰割圓八線逐度逐分正弧之餘即為餘

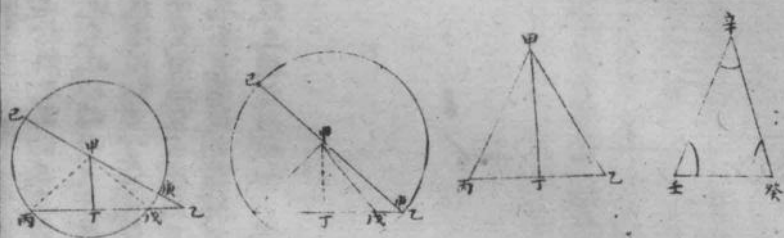
弧之正餘弧之正即為正弧之餘是以前四十五度之八線正餘互相對待為用不必復求後四十五度之八線也凡此八線皆九十度以內銳角之所成若直角九十度者則不能成八線蓋因半徑即九十度之正弦甲戌半徑即甲丁弧之弦而切線割線為平行終無相遇之處也若鈍角過九十度以外者則於半周一百八十度內減其角度用其餘度之八線即如己庚為己丁弧之正弦亦即己乙弧之正弦也要之八線以正弦為本有正弦則諸線皆由此生矣

問直鈍銳三種之形何似

答曰適足九十度者謂之直角以其入象限內無稍偏斜故曰直角一曰方角一



曰直角即句股形也過九十度以上者謂之鈍角以其大於直角而形鈍也不及九十度曰銳角以其小於直角而形銳也直角九十度得半周之半合兩直角必得一百八十度如圖甲乙丙直角三角形一句一股均等乙角得九十度餘二角必各四十五度共成一百八十度倘直角九十度句長股短或股長句短則餘二角共九十度不能各得四十五度鈍角銳角雖大小懸殊然合三角亦必得一百八十度如圖戊己庚鈍角三角形戊角若有一百十五度餘二角必銳己角若得四十度庚角必得二十五度共得一百八十度如圖辛壬癸銳角三角形三角俱銳若辛角有三十度壬角有八十三度則癸角必得六十七度三角共一百八十度若三邊俱等三角必各得六十度合三角得一百八十度故知其二角可知其餘一角也鈍銳三角雖不成直角若自一角至底作垂線即分為兩直角形即兩句股形也如有甲乙丙等邊三角形每邊十尺求中垂線則以底邊十尺折半得五尺為句如丙丁丁是任以兩腰之一邊十尺

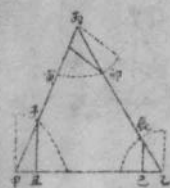


或甲乙或甲丙為弦勾弦求股得八尺六寸六分有奇為中垂線如甲丁是則
 甲乙丙等邊三角形分為甲丙丁甲乙丁兩直角三角形矣設有銳角三角形
 大腰一百二十二尺小腰一百一十二尺底一百五十尺求中垂線則以底一
 百五十尺為一率如乙丙大腰一百二十二尺如甲乙與小腰一百一十二尺
 如甲丙等^甲已相加得二百三十四尺如乙已為二率以大腰一百二十二尺與
 小腰一百一十二尺相減餘十尺如庚乙^{蓋甲與丙等故為}
 三率求得四率十五尺六寸為底邊之較如乙戊與底一百五十
 相減餘一百三十四尺四寸如丙戊折半得六十七尺二寸為勾
 如丁丙等^丁以小腰一百一十二尺為弦求得股八十九尺六寸
 如甲丁為中垂線也則甲乙丙鈍三角形分為甲乙丁甲丁丙兩
 直角三角形矣如有銳角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十
 一尺求中垂線則以底二十一尺如丙乙為一率大腰十七尺如
 甲乙與小腰十尺如甲丙等^甲已相加得二十七尺如乙已為二率以大腰
 十七尺與小腰十尺相減餘七尺如庚乙為三率求得四率九尺如乙
 戊為底邊之較與底二十一尺相減餘十二尺如丙戊折半得六尺如
 丙丁為勾以小腰十尺為弦求得股八尺如甲丁為中垂線也則是甲
 乙丙鈍角三角形分為甲丙丁甲乙丁兩直角三角形矣如有斜立鈍
 角三角形大腰二十一尺小腰十七尺底十尺求形外垂線則以底十



尺如乙丙為一率大腰二十一尺如甲乙與小腰十七尺如甲丙等已
 相減餘四尺如庚乙為二率大腰二十一尺與小腰相加得三十八尺
 如己乙為三率求得四率一十五尺二寸如乙戊為底邊與形外垂線
 兩邊連底之總內減去底十尺餘五尺二寸如丙戊折半得二尺六寸
 如丙丁同戊為可以小腰一十七尺為弦求得股一十六尺八寸如甲
 丁為形外垂線也則是甲乙丙斜立鈍角三角形補為甲丁乙一直角
 三角形矣至於邊角相求不過以角度之八線與邊為比例如圖呬呬
 呬直角三角形設呬為直角九十度呬角六十度呬角三十度呬呬邊
 三十丈呬呬邊十五丈呬呬邊二十五丈九尺八寸三角三邊隨舉三
 數即可求其餘數若有呬角呬角呬呬邊求呬呬呬呬二邊則以呬角
 六十度減象限九十度餘三十度為呬角乃以呬角為對所知邊之角
 對所求邊之角其正弦如辰己八萬六千六百〇二為三率求得四率二十五丈九尺八寸有奇即呬呬為
 所求之邊也蓋辰己呬與呬呬呬兩句股形為同式故已呬與辰己之比同於呬呬與呬呬之比也若以呬
 角為對所知邊之角其正弦五萬為一率呬呬邊為對所知角之邊其數一十五丈為二率呬角為對所求
 邊之角其正弦即半便如寅呬與卯呬呬同十萬為三率求得四率三十三丈即呬呬為所求之邊也蓋呬
 子丑與呬呬呬兩句股形為同式故子丑與呬子之比同於呬呬與呬呬之比也若有呬角呬角呬呬邊求
 呬呬呬呬二邊則以呬角為對所知邊之角其正弦十萬為一率呬呬邊為對所知角之邊其數三十丈為

二率兩角為對所求邊之角其正弦八萬六千六百〇二為三率求得四率二十五丈九尺八寸有奇即呬
 呬為所求之邊也蓋辰巳呬與呬呬兩句股形為同式故辰呬與辰巳之比同於呬呬與呬呬之比也若
 以呬角為對所求邊之角其正弦十萬為一率呬呬邊為對所求角之邊其數三十丈為二率呬角為對所
 求邊之角其正弦五萬為三率求得四率一十五丈即呬呬為所求之邊也蓋呬呬子丑與呬呬兩句股形
 為同式故呬呬子丑之比同於呬呬與呬呬之比也若有呬直角呬呬邊呬呬邊求呬呬角則以對所求角
 之呬呬邊三十丈為一率對所求邊之呬角正弦十萬為二率對所求角之呬呬邊一十五丈為三率求得
 四率五萬為呬角正弦檢表得三十度為所求呬呬角度也蓋呬呬子丑與呬呬兩句股形為同式故呬呬與呬
 呬之比同於呬呬子丑之比也若有呬角呬呬邊呬呬邊求呬呬角則以對所求角之呬呬邊一十五丈為
 一率對所求邊之呬角正弦五萬為二率對所求角之呬呬邊二十五丈九尺八寸有奇為三率求得四率
 八萬六千六百〇二為呬角正弦檢表得六十度為所求呬呬角度也蓋辰巳呬與呬呬兩句股形為同式
 故呬呬與呬呬之比同於辰巳呬與辰巳之比也若祇有呬直角呬呬邊呬呬邊求呬呬二角無所對之邊
 邊無所對之角惟可以同式句股為比例則以呬呬二十五丈九尺八寸為原有股為一率呬呬邊十五丈
 為原有句為二率半徑十萬如呬呬未為今有股為三率求得四率五萬七千七百三十五為今有句即呬角
 正切如午未檢表得三十度為呬呬角度以減象限九十度餘六十度即呬呬角度也蓋呬呬午未與呬呬兩句
 股形為同式故呬呬與呬呬之比同於呬呬未與午未之比也至於銳



角則如圖甲乙丙銳角三角形設甲角六十角乙角四十角丙角八
 十度甲乙邊四十丈乙丙邊三十五丈一尺七寸五分甲丙邊二十
 六丈〇九寸六分有奇若有甲角甲乙邊乙丙邊求丙角乙角則以