高 等 工 业 学 校

高等数学函授教学大纲

（草　　案）

（工科各专业试用）

人 民 教 育 出 版 社

一九八二年一月

高等工业学校
高等数学函授教学大纲
（草　案）
（工科各专业试用）
*
人民教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
人民教育出版社印刷厂印装
*
开本850×1168 1/32　印张0.75　字数16,000
1982年2月第1版　1982年4月第1次印刷
印数 00,001— 25,500
书号 7012·0513　　定价 0.10 元

本函授教学大纲系教育部委托东北工学院、同济大学、华南工学院提出初稿，东北工学院负责汇总，经一九八一年十二月教育部在石家庄召开的高等工业学校函授教学工作会议审订。

高等数学函授教学大纲

一. 函数与极限

函数 函数的定义。显函数与隐函数. 函数的性质(有界性、单调性、奇偶性、周期性). 反函数. 基本初等函数. 复合函数. 初等函数. 双曲函数。

极限 数列的极限. 数列收敛的条件(必要条件——有界性; 充分条件——单调有界 (叙述)). 函数的极限. 函数的左、右极限. 不等式取极限.无穷小与无穷大. 无穷小与函数极限的关系. 极限的四则运算. 两个重要极限: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1, \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$ (不证). 无穷小的比较. 等价无穷小.

函数的连续性 函数连续的定义. 间断点. 闭区间上连续函数的最大值、最小值定理及介值定理等的叙述. 连续函数的和、差、积、商的连续性. 连续函数的反函数的连续性(不证). 连续函数的复合函数的连续性(不证). 基本初等函数和初等函数的连续性.

二. 一元函数的微分学

导数 导数的定义. 导数的几何意义. 平面曲线的切线与法线. 函数的可导性与连续性之间的关系. 函数的和、差、积、商的导数. 复合函数的导数. 反函数的导数. 基本初等函数的导数公式. 隐函数的导数. 对数求导法. 高阶导数. 由参数方程所确定的函数的导数.

微分 微分的定义. 微分的几何意义. 微分的运算法则. 微分形式的不变性. 微分在近似计算及误差估计中的应用.

中值定理与导数的应用: 罗尔(Rolle)定理. 拉格朗日(Lagrange)定理．柯西(Cauchy)定理．罗必塔(L'Hospital)法则．函数增减性的判定法．函数的极值及其求法．最大值与最小值及其应用问题。曲线的凹向及其判定法．拐点及其求法。水平与垂直的渐近线．函数的作图．弧长的微分．*曲率及其计算公式．*曲率圆、曲率半径与曲率中心。*曲率中心的计算公式．用牛顿(Newton)切线法求方程的近似解．

三．一元函数的积分学

不定积分 原函数与不定积分的定义．不定积分的性质．基本积分公式．换元积分法．分部积分法．有理函数的积分举例．三角函数的有理式的积分举例．简单无理函数的积分举例．积分表的用法．

定积分及其应用 定积分的定义．定积分存在定理的叙述．定积分的性质．定积分的中值定理．定积分作为变上限的函数及其求导定理．牛顿(Newton)-莱布尼兹(Leibniz)公式．定积分的换元积分法与分部积分法．定积分的近似积分法(矩形法、梯形法、抛物线法)．两种广义积分的定义．定积分在几何学中的应用(面积、弧长、已知平行截面面积求体积等)．定积分在物理学中的应用(质量、路程、平均值、功、液体的压力、引力等)．

四．空间解析几何与向量代数

空间直角坐标 空间直角坐标系．两点间的距离．

向量代数 向量概念。向量的模．单位向量．向量的加法与减法．向量与数量的乘法．投影定理．向量的分解与向量的坐标．向径．方向余弦与方向数．向量的数量积．向量的向量积．两向量的夹角．两向量平行与垂直的条件．*混合积．

曲面与空间曲线 曲面方程的概念．球面方程．旋转曲面与圆锥面方程．母线平行于坐标轴的柱面方程．空间曲线作为两曲

面的交线．空间曲线的参数方程(螺旋线)．空间曲线在坐标面上的投影．

平面与直线 平面的方程(点法式、一般式、截距式)．空间直线的方程(对称式、参数式、一般式)．夹角(平面与平面、平面与直线、直线与直线)．平行与垂直的条件(平面与平面、平面与直线、直线与直线)．

二次曲面 椭球面、椭圆抛物面、双曲面．

五．多元函数的微分学

多元函数 多元函数的定义。点函数的概念、区域，二元函数的几何表示．二元函数的极限与连续性的定义．

偏导数与全微分 偏导数的定义。二元函数偏导数的几何意义．高阶偏导数．混合偏导数与求导次序无关的条件的叙述．全微分的定义．全微分存在的充分条件．全微分在近似计算及误差估计中的应用．多元复合函数的求导法则．全导数．隐函数的求导公式．

偏导数的应用 空间曲线的切线与法平面．曲面的切平面与法线．多元函数的极值及其求法。最大值与最小值的应用问题．*条件极值与拉格朗日乘数法．

六．多元函数的积分学

二重积分 二重积分的定义及性质．二重积分的计算法(直角坐标与极坐标)．二重积分在几何学中的应用(立体体积、曲面面积)．二重积分在物理学中的应用(质量、重心、转动惯量等)．

三重积分 三重积分的定义及性质．三重积分的计算法(直角坐标、柱面坐标、球面坐标)．三重积分的应用举例．

曲线积分 曲线积分(对弧长与对坐标)的定义．曲线积分的性质．曲线积分的计算法．格林(Green)公式．平面曲线积分与

路径无关的条件。二元函数的全微分求积．曲线积分的应用举例。

曲面积分 曲面积分(对面积与对坐标)的定义．曲面积分的性质．曲面积分的计算法．高斯(Gauss)公式．*斯托克斯(Stokes)公式(不证)。

七．常微分方程

微分方程的一般概念 微分方程的定义．阶．解．通解．初始条件．特解．

一阶微分方程 变量可分离的方程．齐次方程．线性方程．*全微分方程．

可降阶的高阶微分方程

$$y^{(n)}=f(x).\quad y''=f(x, y').\quad y''=f(y, y').$$

线性微分方程 线性微分方程解的结构．二阶常系数齐次线性微分方程．二阶常系数非齐次线性微分方程(待定系数法)．*欧拉(Euler)方程．*常系数线性微分方程组解法举例．

微分方程的应用 举例．

八．无穷级数

常数项级数 无穷级数及其收敛与发散的定义．级数的基本性质．级数收敛的必要条件．几何级数．调和级数．p 级数．正项级数的比较审敛法和比值审敛法．交错级数．莱布尼兹定理．绝对收敛级数和条件收敛级数．

幂级数 幂级数的概念．阿贝尔(Abel)定理．幂级数的收敛半径与收敛区间．幂级数的四则运算、和的连续性、逐项积分与逐项微分的叙述．泰勒公式(不证)．泰勒级数．函数展开为幂级数的唯一性．函数(e^x、$\sin x$、$\cos x$、$\ln(1+x)$、$(1+x)^m$ 等)的幂级数展开式．幂级数在近似计算中的应用．*微分方程的幂级数解

法举例．欧拉公式．

傅立叶（Fourier）级数　三角级数概念．三角函数系及其正交性．函数的傅立叶系数．函数的傅立叶级数．函数展开为傅立叶级数的充分条件的叙述．奇函数和偶函数的傅立叶级数．函数展开为正弦级数或余弦级数．任意区间上的傅立叶级数．

注　本大纲中有“＊”号的内容，可按各专业的需要选学．

附　高等数学函授教学大纲说明书

一. 课程的性质和任务

高等数学在高等工科院校的教学计划中是一门重要的基础理论课. 它是为培养适应四个现代化需要的高级工程技术人材服务的. 通过这门课程的学习要使学生系统地获得微积分、空间解析几何与向量代数、常微分方程与无穷级数的基本知识,必要的基础理论和常用的运算方法. 在高等数学的教学过程中，应注意培养学生具有比较熟练的运算能力、抽象思维能力、逻辑推理能力、几何直观和空间想象能力，从而使学生受到数学分析方法和运用这些方法解决几何、力学和物理等实际问题的初步训练,为学习后继课程和进一步扩大数学知识奠定必要的数学基础.

二. 课程的基本要求

1. 正确理解下列基本概念和它们之间存在的内在联系:

函数,极限,无穷小,连续,导数,微分,不定积分,定积分,偏导数,全微分,重积分,曲线积分,曲面积分,常微分方程,无穷级数。

2. 正确理解下列基本定理和公式并能正确应用:

极限的主要定理，拉格朗日定理，对变上限定积分的求导定理，牛顿-莱布尼兹公式,格林公式.

3. 牢固掌握下列公式:

基本初等函数的导数公式，基本积分公式，函数$\frac{1}{1-x}$、e^x、$\sin x$ 和 $\cos x$ 的幂级数展开式.

4. 熟练运用下列法则和方法:

函数的和、差、积、商的求导法则与复合函数的求导法则,换元

积分法与分部积分法，二重积分的计算法，变量可分离的一阶微分方程的解法，一阶线性微分方程和二阶常系数线性微分方程的解法.

5. 会运用微积分和常微分方程的方法解决一些简单的几何、力学和物理等实际问题.

三. 课程内容的重点、难点、深度、广度以及面授建议

函数与极限

重点 函数的概念. 极限的概念. 无穷小. 极限的四则运算. 函数的连续性.

难点 复合函数. 极限的定义. 函数在一点的连续定义.

深广度说明

1. 正确理解函数、极限、无穷小、函数的连续性等基本概念以及它们之间的内在联系. 掌握无穷小的有关定理与极限运算定理并能熟练地运用.

2. 对于中学学过的有关函数内容，只须加以复习提高，不必再作详细讲解. 但对函数符号 $f(x)$ 的意义和用法，应有足够的说明. 适当介绍分段函数. 举例说明建立函数式的方法.

3. 关于极限的定义只讲 ε. 适当地用小字排印介绍一下极限的 ε-N, ε-δ 的定义. 以便后面遇到时不致陌生，并利用这个定义证明函数和的极限.

4. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=e$ 不证，通过具体数字列表说明.

5. 不定式求极限，这里不做过多过难的习题，主要放在罗必塔法则中去练习.

6. 对于连续函数在闭区间上的性质，只作几何说明.

7．基本初等函数的连续性不必全证。

面授建议

1．在中学的基础上，对函数概念及基本初等函数进行总结提高。

2．函数的有界性、单调性、奇偶性、周期性可集中讲授，也可分散在后面有关章节中讲授，根据所使用的教材来决定。

3．重点讲授复合函数，极限的定义，无穷小，函数的极限与无穷小的关系，两个重要极限，无穷小的比较，函数在一点连续和间断的定义。

4．关于基本初等函数和初等函数，无穷小与无穷大的内在联系，左、右极限，基本初等函数的连续性等内容可简略介绍。

5．关于无穷小的定理，极限运算定理分别证明一个，其余内容不讲。

导数与微分

重点　导数的概念．导数的几何意义．初等函数导数的求法．微分的概念．

难点　复合函数的微分法．

深广度说明

1．正确理解导数作为变化率的概念，微分是函数增量的线性主部的概念，函数可导与函数连续的关系，函数可导与可微分的关系。

2．指出一切初等函数的导数都能求出，并且它们仍是初等函数．通过不断地练习，要求学生能够熟练地准确地求出初等函数的导数。

3．在讲清导数作为变化率的概念之后，要适当配备一些变化率的应用问题（如求速度、加速度、电流等）。

4．由参数方程所确定的函数的二阶导数可由$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dy'}{dt}\Big/$

$\frac{dx}{dt}\left(\text{其中 } y'=\frac{dy}{dx}\right)$求得，不必强调一般公式.

面授建议

1．重点讲授导数的概念，导数的几何意义，函数可导与函数连续的关系，复合函数的导数，微分的概念.

2．基本初等函数的导数公式面授时可证两个．函数的和、差、积、商的导数公式面授时可证一个．主要讲清楚按导数的定义来推导这些公式的方法.

3．对于变化率的应用问题，高阶导数，隐函数求导，微分形式的不变性，由参数方程所确定的函数求导数等内容可简单介绍，其余内容不讲.

中值定理与导数的应用

重点　拉格朗日定理．罗必塔法则．函数增减性的判定法．函数的极值及其求法．最大值与最小值的应用问题.

难点　拉格朗日定理的证明．最大值与最小值的应用问题.

深广度说明

1．正确理解罗尔定理、拉格朗日定理、柯西定理，并弄清它们之间的关系．对罗尔定理与柯西定理仅给予几何说明，对拉格朗日定理先给予几何说明再分析证明.

2．对罗必塔法则可只证$x\to a$时的$\frac{0}{0}$型.

3．对于函数的增减性与极值的有关定理都先给予几何说明，然后再分析证明．对于曲线的凹向与拐点的判定法只给予几何说明.

4．函数的作图主要讲清楚利用导数作函数图形的方法，不要求作繁难的习题.

5．在讲最大值与最小值的应用问题时，可根据实际问题的具

体情况，直接判断在驻点处的函数值是最大值或最小值. 这里不必作繁难的习题.

面授建议

1. 重点讲授拉格朗日定理，罗必塔法则，最大值与最小值的应用问题.

2. 结合图形讲清函数的增减性与极值的判定法. 简单介绍曲线的凹向与拐点，函数的作图，*曲率，其余内容不讲.

不定积分

重点 原函数与不定积分的概念. 基本积分公式. 换元积分法. 分部积分法.

难点 换元积分法.

深广度说明

1. 正确理解原函数与不定积分的概念，通过不断地练习使能较熟练地运用换元积分法与分部积分法，并牢固记住一些常用的基本积分公式，要会查积分表.

2. 讲有理函数积分时，对于化有理真分式为部分分式的问题，可只提出结论而不加证明，但须通过例题把方法讲清楚.

3. 本单元习题着重在积分方法的基本训练，不作繁难的习题.

面授建议

1. 重点讲授原函数与不定积分的概念，换元积分法与分部积分法.

2. 对不定积分的性质，基本积分公式，有理函数的积分等内容可简单介绍，其余内容不讲.

定积分及其应用

重点 定积分的概念. 定积分的中值定理. 定积分作为变上

限的函数及其求导定理．牛顿-莱布尼兹公式。应用定积分解决实际问题的方法．

难点 定积分概念的理解．定积分的应用问题．

深广度说明

1．正确理解定积分的概念和定积分与不定积分的关系（牛顿-莱布尼兹公式）．

2．定积分的性质可适当证明几个，不必全证．

3．要求学生能正确运用定积分的换元积分法．

4．定积分的近似积分法中，对抛物线法只给公式不证明．

5．在讲定积分应用问题时，应在讲清按定积分定义解决实际问题的基础上，然后举例介绍微元分析法．

6．定积分在物理学中的应用的具体例子可根据各专业的需要适当选择．

面授建议

1．重点讲授定积分的概念，定积分的中值定理，定积分作为变上限的函数及其求导定理，牛顿-莱布尼兹公式，定积分的应用问题（面积、体积、液体的压力等）．

2．在讲定积分换元积分法时，应注意讲清条件和换限．

3．对于定积分性质，分部积分法，广义积分等内容可简单介绍，其余内容不讲．

空间解析几何与向量代数

重点 向量的概念．向量的坐标．向量的数量积与向量积．平面的点法式方程．直线的对称式方程．球面方程．母线平行于坐标轴的柱面方程．螺旋线．

难点 向量的向量积．用平行截面法讨论二次曲面．

深广度说明

1．正确理解向量概念，掌握向量的代数运算．

2. 应注意培养空间图形的想象能力.

3. 向量的数量积与向量积的分配律与结合律可以不证.

4. 熟悉空间直线、平面、球面及母线平行于坐标轴的柱面、椭球面、椭圆抛物面、圆锥面等方程与它们的图形.

5. 只讲以坐标轴为旋转轴的旋转曲面与圆锥面.

面授建议

1. 重点讲授向量概念, 向量的加法与减法, 向量与数量的乘法,向量的分解,向量的数量积与向量积,平面的点法式方程,直线的对称式方程,用平行截面法讨论二次曲面(只讲一种).

2. 简单介绍球面方程, 母线平行于坐标轴的柱面方程, 两直线的夹角,两直线平行与垂直条件,其余内容不讲.

多元函数的微分学

重点 偏导数与全微分的概念. 多元复合函数的求导法则.

难点 全微分的概念. 多元复合函数的求导法则.

深广度说明

1. 正确理解多元函数的偏导数与全微分的概念, 正确运用多元复合函数的求导法则, 能用多元函数求极值的方法解决一些简单的最大值与最小值的应用问题.

2. 二元函数的极值的充分条件只作叙述, 不予证明.

2. 复合函数的偏导数,隐函数的偏导数,最大值与最小值的应用问题等都不要求作繁难的习题.

4. 在解最大值与最小值的应用问题时,可根据极值的必要条件和实际问题的性质来确定.

面授建议

1. 重点讲授偏导数与全微分的概念,多元复合函数的求导法则.

2. 对于点函数,区域,混合偏导数与求导次序无关,隐函数求

导，曲面的切平面与法线，多元函数的极值等内容只简单介绍，其余内容不讲.

重积分

重点 二重积分的概念及其计算法.

难点 重积分化为累次积分.

深广度说明

1. 正确理解重积分的概念. 掌握重积分的计算法.

2. 二重积分化为累次积分的直角坐标公式只作几何说明. 直角坐标的面积元素化为极坐标的面积元素的公式，也只作几何说明，三重积分作类似处理.

3. 重积分的应用问题，应注意培养学生掌握用重积分解决实际问题的能力，不作繁难的习题.

4. 重积分在物理学中的应用的具体例子，可根据各专业需要适当选择.

面授建议

1. 重点讲授二重积分的概念及其计算法.

2. 对于柱面坐标，球面坐标，三重积分计算法，重积分的应用问题等只简单介绍，其余内容不讲.

曲线积分与曲面积分

重点 曲线积分的概念及其计算法. 格林公式. 曲线积分与路径无关的条件. 曲面积分的概念.

难点 曲面积分的计算法.

深广度说明

1. 正确理解曲线积分与曲面积分的概念. 掌握曲线积分的计算法和平面曲线积分与路径无关的条件.

2. 曲面积分着重讲清定义及其计算法，不必作过多的习题.

3. 曲线积分的应用问题只讲些简单的例子.

面授建议

1. 重点讲授曲线积分的概念及其计算法,格林公式,曲线积分与路径无关的条件.

2. 对于二元函数的全微分求积,曲面积分及其计算法,只作简单介绍,其余内容不讲.

常微分方程

重点 微分方程的概念. 变量可分离的一阶微分方程. 一阶线性微分方程. 二阶常系数线性微分方程.

难点 二阶常系数非齐次线性微分方程特解的求法.

深广度说明

1. 正确理解微分方程的概念. 熟练掌握变量可分离的一阶微分方程,一阶线性微分方程与二阶常系数线性微分方程的解法.

2. 关于二阶常系数非齐次线性微分方程只讲自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与乘积等几种.

3. 微分方程的应用问题只要求解决一些简单的问题.

面授建议

1. 重点讲授微分方程的概念,变量可分离的一阶微分方程,一阶线性微分方程,二阶常系数线性微分方程.

2. 对于一阶齐次微分方程,可降阶的高阶微分方程,线性微分方程解的结构,微分方程的应用举例等内容只简单介绍,其余内容不讲.

3. 微分方程的应用举例可放在每一种解法后讲授,也可放在一阶微分方程与二阶微分方程解法之后讲授.