“金六月”丛书

2005年高考模拟试题第一集

高考数学

试题与研究

- 全国首家
- 顾问专家
- 权威独家
- 实用大家

大象出版社

试题与研究
2005年高考模拟试题第一集
(高考数学)

丛书主编:马五胜
副 主 编:余德旺
刘志伟
本集主编:牛德胜
责任编辑:牛德胜
责任校对:鲁 凯
电子信箱:styjnds@126.com
电话:(0371)6229490
本刊网址:www.styyj.com
网络实名:试题与研究

试题设计

2005年高考数学模拟试题(一)

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

参考公式

如果事件 A、B 互斥,那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率为

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

正棱锥、圆锥的侧面积公式

$S_{侧面}=\frac{1}{2}cl$

其中 c 表示底面周长,l 表示斜高或母线长

球的体积公式

$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1)(**理**)设集合 $A=\{1,2\}$,则从 A 到 A 的映射 f 中,满足 $f[f(x)]=f(x)$ 的映射的个数是

(A)1　　(B)2

(C)3　　(D)4

(**文**)如果命题"非 p 或非 q"是假命题,则在下列各结论中,正确的是

①命题"p 且 q"是真命题;

②命题"p 且 q"是假命题;

③命题"p 或 q"是真命题;

④命题"p 或 q"是假命题.

(A)①③　　(B)②④

(C)②③　　(D)①④

(2)(**理**)函数 $y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}(x\in\mathbf{R})$ 的反函数是

(A)$y=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)(x\in\mathbf{R})$

(B)$y=\ln(x-\sqrt{x^2-1})(x\geq 1)$

(C)$y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})(x\in\mathbf{R})$

(D)$y=\ln(x+\sqrt{x^2-1})(x\geq 1)$

(**文**)函数 $y=x+\sqrt{1+x^2}(x>0)$ 的反函数是

(A)$y=-\frac{x^2+1}{2x}(x>0)$

(B)$y=-\frac{x^2-1}{2x}(x>0)$

(C)$y=\frac{x^2+1}{2x}(x>1)$

(D)$y=\frac{x^2-1}{2x}(x>1)$

(3)(**理**)能够使得圆 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 上恰有两个点到直线 $2x+y+c=0$ 距离等于1的 c 的一个值为

(A)2　　(B)$\sqrt{5}$　　(C)3　　(D)$3\sqrt{5}$

(**文**)从原点向圆 $x^2+y^2-6x+\frac{27}{4}=0$ 作两条切线,则两条切线间的劣弧长为

(A)$\frac{2\pi}{3}$　　(B)π　　(C)$\frac{3\pi}{2}$　　(D)$\frac{4\pi}{3}$

(4)(**理**)$\frac{(1+2i)^2}{1-i}-\frac{(2-i)^2}{1+i}$ 等于

(A)$3-4i$　　(B)$-3+4i$

(C)$3+4i$　　(D)$-3-4i$

(**文**)已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+(a+6)x+1$ 有极大值和极小值,则实数 a 的取值范围是

(A)$-1<a<2$　　(B)$-3<a<6$

(C)$a<-3$ 或 $a>6$　　(D)$a<-1$ 或 $a>2$

(5)(**理**)平面内的 $\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+\overrightarrow{OP_3}=\mathbf{0}$,且 $|\overrightarrow{OP_1}|=|\overrightarrow{OP_2}|=|\overrightarrow{OP_3}|$,则 $\triangle P_1P_2P_3$ 一定是

(A)钝角三角形　　(B)直角三角形

(C)等腰三角形　　(D)等边三角形

(**文**)已知 AD、BE 分别为 $\triangle ABC$ 的边 BC、AC 的中线,且 $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BE}=\boldsymbol{b}$,则 $\overrightarrow{BC}$ 为

(A)$\frac{4}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　　(B)$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{4}{3}\boldsymbol{b}$

(C)$\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　　(D)$-\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$

(6)(理)数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, & 0\leqslant a_n<\frac{1}{2},\\ 2a_n-1, & \frac{1}{2}\leqslant a_n<1.\end{cases}$若$a_1=\frac{6}{7}$，则$a_{2005}$的值为

(A)$\frac{6}{7}$　(B)$\frac{5}{7}$　(C)$\frac{3}{7}$　(D)$\frac{1}{7}$

(文)若$\{a_n\}$是等差数列，首项$a_1>0$，$a_{2004}+a_{2005}>0$，$a_{2004}\cdot a_{2005}<0$，则使前n项和$S_n>0$成立的最大自然数n是

(A)4006　(B)4007　(C)4008　(D)4009

(7)(理)球面上有3个点，其中任意两点的球面距离都等于大圆周长的$\frac{1}{6}$，经过这3个点的小圆的周长为2π，那么这个球的半径为

(A)$4\sqrt{3}$　(B)$2\sqrt{3}$　(C)2　(D)$\sqrt{3}$

(文)已知过球面上A、B、C三点的截面和球心的距离等于球半径的一半，且$AB=BC=CA=1$，则球面面积为

(A)$\frac{16\pi}{9}$　(B)$\frac{8\pi}{3}$　(C)4π　(D)$\frac{32}{9}\pi$

(8)若双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，线段$F_1F_2$被抛物线$y^2=2bx$的焦点分成5:3两段，则此双曲线的离心率为

(A)$\sqrt{3}$　(B)$\sqrt{6}$　(C)$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　(D)$\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(9)(理)函数$y=x\sin x+\cos x$在下列哪个区间内是增函数

(A)$(0,\pi)$　(B)$(\frac{\pi}{2},\pi)$

(C)$(-\pi,0)$　(D)$(-\pi,-\frac{\pi}{2})$

(文)函数$y=\sin^2x+\cos^4x$的最小正周期为

(A)$\frac{\pi}{4}$　(B)$\frac{\pi}{2}$　(C)π　(D)2π

(10)(理)一射手对靶射击，直到第一次击中为止，每次命中的概率为0.6.现有4颗子弹，命中后尚余子弹数目ξ的期望为

(A)2.44　(B)3.376

(C)2.376　(D)2.4

(文)已知样本：10,8,6,10,13,8,10,12,11,8,9,10,11,9,12,9,10,11,12,12.

那么频率为0.3的范围是

(A)5.5～7.5　(B)7.5～9.5

(C)9.5～11.5　(D)11.5～13.5

(11)将四种不同的颜色全部涂在正方体的六个表面上，且相邻两表面的颜色不同，则不同的涂色方法有

(A)24种　(B)48种

(C)72种　(D)96种

(12)(理)已知函数$f(x)=\frac{\ln a+\ln x}{x}$在$(1,+\infty)$上为减函数，则$a$的取值范围为

(A)$0<a<\frac{1}{e}$　(B)$0<a\leqslant e$

(C)$a\geqslant e$　(D)$a\leqslant e$

(文)与直线$x-2y=0$垂直且与抛物线$x^2=2y$相切的直线方程为

(A)$2x+y+2=0$　(B)$2x+y+6=0$

(C)$2x-y-3=0$　(D)$4x-8y-1=0$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题：(本大题4小题，每小题4分，共16分)把答案填在题中横线上.

(13)(理)若$(\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt[3]{x}})^n(n\in\mathbf{N}^*)$的展开式中的常数项为80，则$n=$______.

(文)在$(4\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{5x}})^5$的展开式中的常数项为______(用数字作答).

(14)(理)若平行六面体$ABCD-A'B'C'D'$的棱长都为1，底面$ABCD$为正方形，且AA'和AB与AD的夹角都等于120°，则对角线BD'的长为______.

(文)若向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为120°，$|\boldsymbol{b}|=4$，$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})=-72$，则向量$\boldsymbol{a}$的模为______.

(15)(理)已知函数$f(x)=x+2\cos x$，$x\in[0,\pi]$，则$f(x)$的极大值为______.

(文)已知直线l_1为曲线$y=x^2+x-2$在点(1,0)处的切线，l_2为该曲线的另一条切线，且$l_1\perp l_2$，则直线l_2的方程为______.

(16)(理)随机变量ξ的分布列为$P(\xi=k)=\frac{c}{k(k+2)}$，$k=1,2,3,\cdots\cdots$.其中$c$为常数，则$P(\frac{1}{2}<\xi<\frac{5}{2})$等于______.

(文)设x,y满足约束条件：$\begin{cases}x\geqslant 0,\\ x\geqslant y,\\ 2x-y\leqslant 1.\end{cases}$则$z=3x-y$的最大值是______.

三、解答题：本大题共6小题，共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17)(本小题满分12分)

已知函数$f(x)=\cos^4x-2\cos^2 2x+\sin^2x$.

(Ⅰ)求$f(x)$的最小正周期；

(Ⅱ)若$x\in[0,\frac{\pi}{8}]$，求$f(x)$的最大值、最小值.

(18)(本小题满分 12 分)

(理)一个口袋里有 5 个白球和 3 个黑球,任意取出一个,如果是黑球,则这个黑球不放回而另外放入一个白球,这样继续下去,直到取出的球是白球为止,求直到取到白球所需的抽取次数 ξ 的概率分布列及 $E\xi$.

(文)在某次空战训练中,甲机先向乙机开火,击落乙机的概率是 0.2;若乙机未被击落,就进行还击,击落甲机的概率为 0.3;若甲机未被击落,则再进攻乙机,击落飞机的概率是 0.4.求在这几个回合中

(Ⅰ)甲机被击落的概率;

(Ⅱ)乙机被击落的概率.

(19)(本小题满分 12 分)

(理)设 $a>0, f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$.

(Ⅰ)证明:$f(x)$取极大值和极小值的点各有一个;

(Ⅱ)当极大值为 1,极小值为 -1 时,求 a 的值.

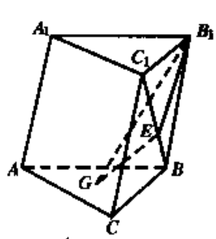
(文)已知 a 为实数,$f(x)=(x^2-4)(1+2ax)$.

(Ⅰ)若 $f(x)$在区间$(-1,1)$内为增函数,在区间$(2,+\infty)$上为减函数,求 a 的取值范围;

(Ⅱ)若 $f'(-1)=0$,求 $f(x)$在$[-2,2]$上的最大值和最小值.

(20)(本小题满分 12 分)

如图所示,在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 $AA_1B_1B\perp$底面 ABC,侧棱 AA_1 与底面 ABC 成 $60°$ 的角,$AA_1=2$,底面 ABC 是边长为 2 的正三角形,其重心为点 G,E 是线段 BC_1 上一点,且 $BE=\dfrac{1}{3}BC_1$.

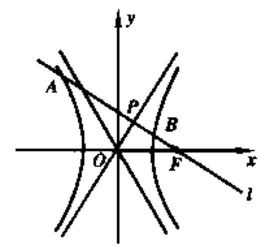


(Ⅰ)求证:GE∥侧面 AA_1B_1B;

(Ⅱ)求平面 B_1GE 与底面 ABC 所成锐二面角的大小.

(21)(本小题满分 12 分)

如图所示,已知双曲线 C 的方程为$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,b>0)$,过右焦点 F 作双曲线在第一、第三象限的渐近线的垂线 l,设垂足为 P,且 l 与双曲线 C 的左、右支的交点分别为 A、B.



(Ⅰ)求证:点 P 在双曲线 C 的右准线上;

(Ⅱ)求双曲线 C 的离心率的取值范围;

(Ⅲ)设$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=1$,$\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{FP}=-6$,求双曲线 C 和直线 l 的方程.

(22)(本小题满分 14 分)

(理)数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=1$,且对任意 $n\in\mathbf{N}^*$,a_n 与 a_{n+1}恰为方程 $x^2-b_nx+2^n=0$ 的两个根.

(Ⅰ)求数列$\{b_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

(文)设 S_n 是正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和,且 $S_n=\dfrac{1}{4}a_n^2+\dfrac{1}{2}a_n-\dfrac{3}{4}$.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)令 $b_n=\dfrac{a_n}{2^n}$,求数列$\{b_n\}$的前 n 项和.

(拟题人 安徽 陈东明)

2005年高考数学模拟试题(二)

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

参考公式

如果事件 A、B 互斥,那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率为

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

正棱锥、圆锥的侧面积公式

$S_{侧面}=\frac{1}{2}cl$

其中 c 表示底面周长,l 表示斜高或母线长

球的体积公式

$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一、选择题:(每小题5分,共60分)

(1)(理)已知条件 $p:|x+1|>2$,条件 $q:\frac{1}{3-x}>1$,则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的

(A)充分不必要条件

(B)必要不充分条件

(C)充要条件

(D)既不充分也不必要条件

(文)若命题"p 或 q"是假命题,则下列判断正确的是

(A)命题 $\neg p$ 与 $\neg q$ 都是假命题

(B)命题 $\neg p$ 与 $\neg q$ 都是真命题

(C)命题 $\neg p$ 与 $\neg q$ 真假不同

(D)命题 $\neg p$ 与 $\neg q$ 至多有一个真命题

(2)下列函数中,在区间 $(-\infty,0)$ 上为增函数的是

(A) $y=|x+1|$　　(B) $y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$

(C) $y=-(x+1)^2$　　(D) $y=\frac{x}{1-x}$

(3)(理)方程 $2^{-|x|}=|\log_2 x|$ 的解的个数是

(A)0　(B)1　(C)2　(D)3

(文)函数 $y=2^x$ 的图象与函数 $y=(\frac{1}{2})^{x-2}$ 的图象关于

(A)点 $(1,0)$ 对称　(B)点 $(-1,0)$ 对称

(C)直线 $x=1$ 对称　(D)直线 $x=-1$ 对称

(4)已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,3)$,$\boldsymbol{b}=(-1,2)$,若向量 $m\boldsymbol{a}+n\boldsymbol{b}$ 与向量 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 共线,则 $\frac{m}{n}$ 的值为

(A) $\frac{1}{2}$　(B)2　(C) $-\frac{1}{2}$　(D) -2

(5)从5名男教师和4名女教师中选出3人,派到3个班担任班主任,(每班1名班主任),要求这三名班主任中既有男教师也有女教师,则不同的选派方案有

(A)210种　(B)420种　(C)630种　(D)840种

(6)(理)数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=\frac{1}{5}$,$a_n+a_{n+1}=\frac{6}{5^{n+1}}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$,则 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1})$ 的值为

(A) $\frac{2}{5}$　(B) $\frac{2}{7}$　(C) $\frac{1}{4}$　(D) $\frac{5}{24}$

(文) S_n 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $S_9=18$,$a_{11}=30$,则 S_{15} 等于

(A)120　(B)240　(C)360　(D)400

(7)(理)正四棱锥 $P—ABCD$ 的底面边长为2,侧棱长为 $\sqrt{6}$,且五个顶点都在同一个球面上,则此球的半径等于

(A)1　(B)2　(C) $\frac{3}{2}$　(D)3

(文)点 O 是正四棱锥 $P—ABCD$ 底面的中心,E 是棱 PD 的中点,若正四棱锥各棱长都相等,则异面直线 PA 与 OE 所成角的余弦值为

(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{3}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(8)函数 $y=e^{x^2-1}(-1\leqslant x<0)$ 的反函数是

(A) $y=\sqrt{\ln x+1}\ (x\geqslant\frac{1}{e})$

(B) $y=-\sqrt{1+\ln x}\ (x\geqslant\frac{1}{e})$

(C)$y=\sqrt{\ln x+1}(\frac{1}{e}<x\leqslant 1)$

(D)$y=-\sqrt{1+\ln x}(\frac{1}{e}<x\leqslant 1)$

(9)(理)某人射击一次击中目标的概率是0.7，且每次射击的结果互不影响，则此人连续射击6次，结果命中目标三次且恰有两次连续命中的概率为

(A)$C_4^2 0.7^3\times 0.3^3$　　(B)$A_4^2 0.7^3\times 0.3^3$

(C)$C_6^2 0.7^3\times 0.3^3$　　(D)$A_6^2 0.7^3\times 0.3^3$

(文)将一枚质地均匀的硬币抛掷4次，出现正面向上的次数和反面向上的次数相同的概率为

(A)$\frac{1}{2}$　(B)$\frac{2}{5}$　(C)$\frac{3}{8}$　(D)$\frac{3}{5}$

(10)已知α、β均为锐角，且$\cos(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$，记$x=\sin\alpha$，$y=\cos\beta$，则$y$关于$x$的函数关系式为

(A)$y=-\frac{3}{5}\sqrt{1-x^2}+\frac{4}{5}x(0<x<1)$

(B)$y=-\frac{3}{5}\sqrt{1-x^2}+\frac{4}{5}x(\frac{3}{5}<x<1)$

(C)$y=-\frac{3}{5}\sqrt{1-x^2}+\frac{4}{5}(0<x<\frac{3}{5})$

(D)$y=-\frac{3}{5}(\sqrt{1-x^2})-\frac{4}{5}x(0<x<1)$

(11)F是椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$的右焦点，$P$是椭圆上的点，$M$为线段$PF$的中点，若$|MO|=2$($O$为坐标原点)，则$P$到椭圆右准线的距离为

(A)3　(B)$\frac{5}{2}$　(C)$\frac{7}{2}$　(D)4

(12)(理)P是正弦函数$y=\sin x$图象上任一点，直线l是过P点正弦曲线的切线，则l的倾斜角的取值范围是

(A)$[0,\pi)$

(B)$[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$

(C)$[0,\frac{\pi}{4})\cup[\frac{3\pi}{4},\pi)$

(D)$[0,\frac{\pi}{4})\cup(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$

(文)若直线$y=kx+1$与曲线$y=x^3+ax+b$切于点$P(1,3)$，则b的值为

(A)3　(B)-3　(C)5　(D)-5

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题：(每小题4分，共16分)

(13)$(\sqrt{x}-\frac{1}{2x})^9$展开式中常数项为________.

(14)(理)若实数x、y满足$\begin{cases}y\geqslant 0,\\x-y\geqslant 0,\\2x-y-2\geqslant 0.\end{cases}$则$\frac{y-1}{x+1}$的取值范围是________.

(文)已知x、y满足条件$\begin{cases}x+7y-11\leqslant 0,\\4x+y+10\geqslant 0,\\7x-5y-23\leqslant 0.\end{cases}$则$4x-3y$的最小值是________.

(15)已知关于x的不等式$\frac{x^2-ax+2}{x^2-x+1}<3$对于任意$x\in\mathbf{R}$恒成立的充要条件是$a\in(t_1,t_2)$则$t_1+t_2=$________.

(16)(理)已知圆C:$x^2+y^2-4x+2y+1=0$和直线l:$x+2y+c=0$.若圆C上恰有两个点到直线l的距离等于1，则常数c的取值范围是________.

(文)已知圆C:$x^2+y^2-4x+2y+c=0$与y轴相交于A、B两点，且圆心C与A、B组成的三角形为正三角形，则c的值为________.

三、解答题

(17)(12分)在△ABC中，a、b、c分别是角A、B、C的对边，且$8\sin^2\frac{B+C}{2}-2\cos 2A=7$.

(Ⅰ)求角A的大小；

(Ⅱ)若$a=\sqrt{3}$，$b+c=3$，求三角形ABC的面积.

(18)(12分)三棱柱$ABC—A_1B_1C_1$的底面是边长为2的等边三角形，侧面ABB_1A_1是$\angle A_1AB=60°$的菱形，且平面$ABB_1A_1\perp$平面ABC，M是线段A_1B_1上的动点.

(Ⅰ)当M是A_1B_1的中点时，求证$BM\perp AC$；

(Ⅱ)试求使二面角A_1-BM-C的平面角最小时三棱锥$M-A_1BC$的体积.

(19)(12分)有甲、乙两个盒子,甲盒子中有6张卡片,其中2张写有数字0,2张写有数字1,2张写有数字2;乙盒子中也有6张卡片,其中3张写有数字0,2张写有数字1,1张写有数2.

(理)(Ⅰ)如果从甲、乙两个盒子中各取1张卡片,设取出的2张卡片数字之积为随机变量ξ,求ξ的分布列和数学期望;

(Ⅱ)如果从甲盒子中取1张卡片,从乙盒子中取2张卡片,那么取出的3张卡片中恰好有2张写有0的概率是多少?

(文)(Ⅰ)如果从甲、乙两个盒子中各取1张卡片,则取出的2张卡片数字之积为偶数的概率是多少?

(Ⅱ)如果从甲盒子中取1张卡片,从乙盒子中取2张卡片,那么取出的3张卡片中恰好有2张写有0的概率是多少?

(20)(12分)**(理)**已知函数$f(x)=x^2+\dfrac{2a}{x}(x\neq 0,a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)求$f(x)$在$[1,+\infty)$上的最小值;

(Ⅱ)若$f(-2)=3$,解不等式$f(x^2-3x)\geqslant 3$.

(文)已知$\boldsymbol{a}=(x,0)$,$\boldsymbol{b}=(1,y)$,$(\boldsymbol{a}+\sqrt{3}\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\sqrt{3}\boldsymbol{b})$.

(Ⅰ)求点$P(x,y)$的轨迹C的方程;

(Ⅱ)若直线$l:y=kx+m(km\neq 0)$与曲线C相交于A、B两点,$D(0,-1)$,且$|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BD}|$,试求$m$的取值范围.

(21)(12分)**(理)**直线l与抛物线$y^2=4x$相交于A、B两点,O为坐标原点,且$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$.

(Ⅰ)求证:直线l恒过一定点;

(Ⅱ)设F为抛物线的焦点.记$\angle AFB=\theta$,试问θ角能否等于$120°$?若能,求出相应的直线l的方程;若不能,请说明理由.

(文)已知函数$f(x)=x^2+\dfrac{2a}{x}(x\neq 0,a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)求$f(x)$在$[1,+\infty)$上的最小值;

(Ⅱ)若$f(-2)=3$,解不等式$f(x^2-3x)\geqslant 3$.

(22)(14分)已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=a>0$,$a_{n+1}=a_n-\dfrac{1}{a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(Ⅰ)若$a_3>0$,求a^2的取值范围;

(Ⅱ)当$a>1$时,求$f(a)=a(a_3-5a)$的最大值,并求此时a的值;

(Ⅲ)是否存在正实数a,使$a_na_{n+1}>0$对任意$n\in\mathbf{N}^*$恒成立.

(拟题人　湖北　高慧明)

2005年高考数学模拟试题(三)

第Ⅰ卷(选择题 共60分)

参考公式

如果事件 A、B 互斥,那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率为

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

正棱锥、圆锥的侧面积公式

$S_{侧面}=\frac{1}{2}cl$

其中 c 表示底面周长,l 表示斜高或母线长

球的体积公式

$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一、选择题:本大题共12小题.每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1)(理)已知复数 $z_1=a+i$,$z_2=3+4i$,且 $\overline{z_1}\cdot z_2$ 是实数,则实数 a 的值等于

(A)$\frac{3}{4}$　(B)$\frac{4}{3}$

(C)$-\frac{3}{4}$　(D)$-\frac{4}{3}$

(文)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$,$\boldsymbol{b}=(1,-1)$,$\boldsymbol{c}=(-1,2)$,则 $\boldsymbol{c}$ 用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 可表示为

(A)$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{3}{2}\boldsymbol{b}$　(B)$-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{3}{2}\boldsymbol{b}$

(C)$\frac{3}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　(D)$-\frac{3}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

(2)已知 $f(x)$ 是定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数,它的反函数为 $f^{-1}(x)$.若 $f^{-1}(x+a)$ 与 $f(x+a)$ 互为反函数,且 $f(a)=a$(a 为非零常数),则 $f(2a)$ 的值为

(A)$2a$　(B)a　(C)0　(D)$-a$

(3)l 表示直线,α、β 表示两个不同的平面.给出如下四组命题

序号	p	q
①	$l/\!/\alpha$	l 上两点到 α 的距离相等
②	$l\perp\alpha$	l 垂直于 α 内无数条直线
③	$\alpha/\!/\beta$	$l\subset\alpha$,且 $l/\!/\beta$
④	α 内任一直线 l 平行于 β	$\alpha/\!/\beta$

其中使 p 是 q 的充要条件的命题序号是

(A)①、②　(B)③、④

(C)③　(D)④

(4)(理)设全集 $U=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$,集合 $E=\{x\mid x^2-3x+2=0,x\in\mathbf{R}\}$,$F=\{x\mid\cos\frac{\pi x}{2}=0,x\in\mathbf{R}\}$,则 $(\complement_U E)\cap F$ 等于

(A)$\{-3,-1,0,3\}$　(B)$\{-3,-1,3\}$

(C)$\{-3,-1,1,3\}$　(D)$\{-3,3\}$

(文)设 M、P 是两个非空集合,定义:$M-P=\{x\mid x\in M$,且 $x\notin P\}$.若 $M=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2004,x\in\mathbf{N}^*\}$,$P=\{y\mid 2\leqslant y\leqslant 2005,y\in\mathbf{N}^*\}$,则 $P-M$ 等于

(A)$\{1\}$　(B)$\{2005\}$

(C)M　(D)P

(5)(理)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{2})$,$\boldsymbol{b}=(-\sqrt{2},1)$.若正数 k 和 t 使得向量 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{a}+(t^2+1)\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{y}=-k\boldsymbol{a}+\frac{1}{t}\boldsymbol{b}$ 互相垂直,则 k 的最小值是

(A)1　(B)2　(C)4　(D)8

(文)已知函数 $f(x)=\sqrt{\sin^4x+4\cos^2x}-\sqrt{\cos^4x+4\sin^2x}$,则 $f(\frac{\pi}{8})$ 的值是.

(A)0　(B)$\frac{\sqrt{2}}{2}$

(C)$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$　(D)$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

(6)(理)某校高中生共有900人,其中高一年级300人,高二年级200人,高三年级400人,现采用分层抽取容量为45人的样本,那么高一、高二、高三年

级抽取的人数分别为

(A)15,5,25　　(B)15,15,15

(C)10,5,30　　(D)15,10,20

(文)已知函数 $f(x)=\log_a x(a>0,且\ a\neq 1)$,若 $f(x_1\cdot x_2\cdot\cdots\cdot x_{2006})=8$,则 $f(x_1^2)+f(x_2^2)+\cdots+f(x_{2006}^2)$的值等于

(A)$2\log_a 8$　(B)4　(C)8　(D)16

(7)如图 1,F_1、F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点,P 为双曲线右支上一点,若$\triangle POF_2$ 是面积为 1 的正三角形,则 b^2 的值为

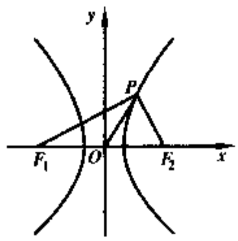


图 1

(A)$\frac{1}{2}$　(B)1

(C)2　(D)4

(8)**(理)**在$(4x^2-2x-5)(1+\frac{1}{x^2})^5$ 的展开式中,常数项为

(A)15　　(B)-15

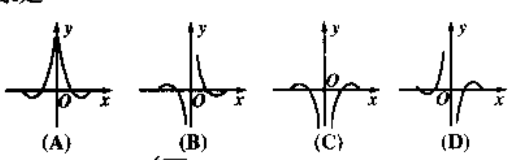
(C)20　　(D)-20

(文)有 10 个不同的小球,其中 2 个为红球,3 个为白球,5 个为黄球.若取到一个红球得 5 分,取到一个白球得 2 分,取到一个黄球得 1 分.则从中取出 5 个小球,使得总分大于 10 分且小于 15 分的取法种数是

(A)110　　(B)120

(C)90　　(D)100

(9)**(理)**函数 $f(x)=-(\cos x)\cdot\lg|x|$ 的部分图象是



(文)若$(3\sqrt[6]{x^5}-2\sqrt{x})^n$ 的展开式中有且仅有三个有理项,则正整数 n 的取值为

(A)6 或 8　　(B)4 或 6

(C)7 或 9　　(D)5 或 7

(10)如图 2,在正三棱锥 S—ABC 中,M、N 分别为棱 SC、BC 的中点,且 $AM\perp MN$.若 $SA=2\sqrt{3}$,则正三棱锥 S—ABC 的外接球的体积为

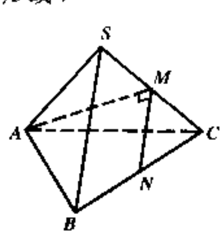


图 2

(A)12π　(B)32π

(C)36π　(D)48π

(11)容器 A 中有 m 升水,将水缓慢注入空容器 B,t 分钟后容器 A 中剩余水量 y 符合指数函数 $y=me^{-at}$($e=2.718\cdots$为自然对数的底数,a 是正常数).假设经过 5 分钟时,容器 A 和容器 B 中的水量相等,再经过 n 分钟容器 A 中的水只有 $\frac{m}{8}$,则 n 的值为

(A)7　(B)8　(C)9　(D)10

(12)**(理)**晓苗到萌芽文具店想购买 2 支钢笔或 3 支圆珠笔,现知 6 支钢笔和 3 支圆珠笔的价格之和大于 24 元,而 4 支钢笔与 5 支圆珠笔的价格之和小于 22 元.若设 2 支钢笔的价格为 a,3 支圆珠笔的价格为 b,则

(A)$a<b$

(B)$a>b$

(C)$a=b$

(D)a 与 b 的大小不能确定

(文)实数 x、y 满足不等式组 $\begin{cases}y\geqslant 0,\\x-y\geqslant 0,\\2x-y-2\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $W=\frac{y-1}{x+1}$的取值范围是

(A)$[-1,\frac{1}{3})$　　(B)$[-\frac{1}{2},1)$

(C)$[-\frac{1}{2},\frac{1}{3}]$　　(D)$[-\frac{1}{2},+\infty)$

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上.

(13)已知 $\omega>0$,若 $f(x)=4\sin\frac{\omega x}{2}\cdot\cos\frac{\omega x}{2}$在$[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}]$上是增函数,则 ω 的取值范围是________.(用区间形式表示)

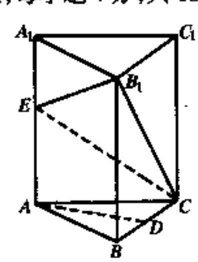


图 3

(14)**(理)**如图 3,在正三棱柱 ABC—$A_1B_1C_1$ 中,D 为 BC 的中点,E 为棱 AA_1 上一点,若 AD∥平面 EB_1C,则 $\frac{AE}{EA_1}=$________.

(文)如图 4,在棱长为 1 的正方体 $ABCD$—$A_1B_1C_1D_1$ 中,E、F 分别是棱 AA_1、C_1D_1 的中点,G 是侧面 BCC_1B_1 的中心,则空间四边形 $AEFG$ 在正方体六个表面内的射影图形面积的最

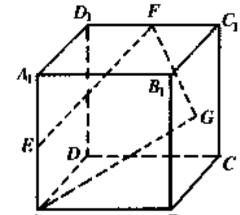


图 4

大可能值是________.

(15)(理)如图5,设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$,$l$为左准线.若椭圆上存在点$P$,作$PQ\perp l$,垂足为$Q$,使得四边形$PQF_1F_2$为平行四边形,则椭圆离心率$e$的取值范围是________.

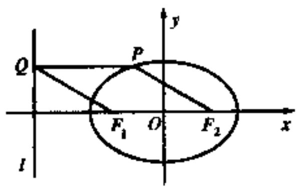


图5

(文)在椭圆上一点A看两焦点F_1、F_2的视角为$90°$,延长AF_1交椭圆于B点,若$|AB|=|AF_2|$,则该椭圆的离心率e的值为________.

(16)(理)已知$a_n=\log_{n+1}(n+2)(n\in\mathbf{N}^*)$,定义:使$a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_k$为整数的正整数$k$称之为"企盼数",则区间$[1,2005]$内所有企盼数的和为________.

(文)在等比数列$\{a_n\}$中,$a_n>0$,公比$q\neq1$.已知正整数k满足$a_1+a_2+\cdots+a_k=1$,$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_k}=4$,则$a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_k=$________.

三、解答题:本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

(17)(本小题满分12分)

若满足$f(x)=x$的实数x存在,则x叫做函数$f(x)$的不动点.已知函数$f(x)=\frac{x}{a(x+2)}(a\in\mathbf{R}$,且$a\neq0)$有惟一不动点,且$x_1=1000$,$x_{n+1}=\frac{1}{f\left(\frac{1}{x_n}\right)}(n=1,2,3,\cdots)$,求$x_{2005}$.

(18)(本小题满分12分)

(理)在$\triangle ABC$中,角A、B、C所对的边长分别为a、b、c,且$a=2$,$\angle B=45°$,$\triangle ABC$的面积为4,试求$\frac{\sin^2A+2\sin^2B-3\sin^2C}{a^2+2b^2-3c^2}$的值.

(文)多向飞碟是奥运会的竞赛项目,它是由跑靶机把碟靶(射击的目标)在一定范围内从不同方向飞出,每抛出一个碟靶,都允许运动员射击两次.一运动员在进行多向飞碟射击训练时,每一次射击命中碟靶的概率p与运动员离碟靶的距离S(米)成反比.现有一碟靶抛出后离运动员的距离S(米)与飞行时间t(秒)满足$S=15(t+1)(0\leq t\leq4)$.若运动员在碟靶飞出0.5秒时进行第一次射击,命中的概率为0.8,若他发现没有命中,则通过迅速调整,在第一次射击后再经过0.5秒进行第二次射击,求出他命中此碟靶的概率.

(19)(本小题满分12分)

下面两道题,使用高二下B教材的学生做(甲),使用高二下A教材的学生做(乙).

(甲)如图6,在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,$\angle ACB=90°$,$AC=BC=AA_1=2$,D是AB上一点,E是棱BB_1的中点,且$\angle A_1DE=90°$.

(Ⅰ)求证:$CD\perp$平面ABB_1A_1;

(Ⅱ)求二面角$A-A_1C-D$的大小.

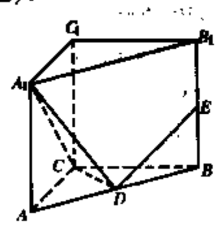


图6

(乙)如图7,正方形$ABCD$的边长为2,$PA\perp$平面$ABCD$,$DE\parallel PA$,且$PA=2DE=2$,F是PC的中点.

(Ⅰ)求证:$EF\parallel$平面$ABCD$;

(Ⅱ)求点A到平面PCE的距离;

(Ⅲ)求面PCE与面$ABCD$所成锐二面角的余弦值.

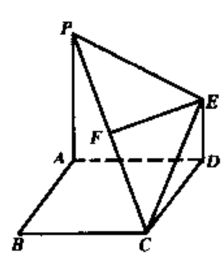


图7

(20)(本小题满分 12 分)

(理)某商场采用“购物摸球中奖”的形式促销，摸袋中装有 10 个号码分别为 1,2,3,…,10 的球，球重为 $f(n)=n^2-9n+21$(克)，摸球方案见下表：

方案	摸奖办法	奖金
①	凡一次购物在[50,100]元者，摸球 1 个，若球的重量小于该球的号码数，则中奖	10 元
②	凡一次购物在 100 元以上者，同时摸出 2 个球，若两球的重量相等，则中奖	40 元

(Ⅰ)试比较方案①与②的中奖概率的大小；

(Ⅱ)若甲、乙两人分别购物 80 元和 85 元，设两人中奖次数的和为 ξ，求 $E\xi$.

(说明：这些球以等可能性(不受重量的影响)从袋中摸出；假设符合条件的顾客均参加摸奖)

(文)已知三个向量 $\boldsymbol{a}=(1+\cos\alpha,\sin\alpha)$、$\boldsymbol{b}=(1-\cos\beta,\sin\beta)$、$\boldsymbol{c}=(1,0)$，$\alpha\in(0,\pi)$，$\beta\in(\pi,2\pi)$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为 θ_1，$\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为 θ_2，$\theta_1-\theta_2=\frac{\pi}{6}$，求 $\sin\frac{\alpha-\beta}{4}$的值.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln(1+x)-x$，$g(x)=x\ln x$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$的最大值；

(Ⅱ)设 $a>b>0$，证明：

$$0<g(a)+g(b)-2g\left(\frac{a+b}{2}\right)<(a-b)\ln 2.$$

(22)(本小题满分 14 分)

(理)已知定点 $A(0,p)(p>0)$和长度为 $2p$ 的线段 MN，当线段 MN 在 x 轴上滑动时，设 $|AM|=l_1$，$|AN|=l_2$，$\angle MAN=\theta$.

(Ⅰ)求△AMN 的外接圆圆心 C 的轨迹方程；

(Ⅱ)当△AMN 的外接圆圆心在上述轨迹上运动时，能否使 θ 为钝角？试求点 C 相应的运动范围或位置；若不能，请说明理由；

(Ⅲ)设 $u=\frac{l_2}{l_1}+\frac{l_1}{l_2}$，试求 u 的最大值及取得最大值时 θ 的值和此时圆 C 的方程.

(文)已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$，过动点 $M(a,0)$，且斜率为 1 的直线 l 与该抛物线交于不同的两点 A、B，$|AB|\leqslant 2p$.

(Ⅰ)求实数 a 的取值范围；

(Ⅱ)若线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 N，试求△NAB 面积的最大值.

(拟题人　西安　刘康宁)

2005年高考数学模拟试题(四)

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

参考公式

如果事件 A、B 互斥,那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率为

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

正棱锥、圆锥的侧面积公式

$S_{侧面}=\frac{1}{2}cl$

其中 c 表示底面周长,l 表示斜高或母线长

球的体积公式

$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一、选择题:每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

(1)(理)计算 $\frac{(2+i)(1-i)^2}{1-2i}=$

(A)2　(B)-2　(C)$2i$　(D)$-2i$

(文)已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{5,6\}$,设映射 $f:A\to B$,如果集合 B 中的元素在 A 中都有原象,这样的映射个数共有

(A)16　(B)14　(C)15　(D)12

(2)已知函数 $f(x)$ 的反函数是 $f^{-1}(x)=\log_{(m+1)}(\frac{2005}{x}+m)(m>0)$,则方程 $f(x)=2005$ 的解集为

(A)$\{-1\}$　(B)$\{-1,1\}$　(C)$\{1\}$　(D)$\varnothing$

(3)设平面内有四个互异的点 A、B、C、D,已知 $(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}-2\overrightarrow{DA})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$,则$\triangle ABC$ 的形状是

(A)直角三角形　(B)等腰三角形

(C)等腰直角三角形　(D)等边三角形

(4)(理)设数集 $M=\{x\mid m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\}$,$N=\{x\mid n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\}$,且 M、N 都是集合 $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集,如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 的"长度",那么集合 $M\cap N$ 的长度的最小值是

(A)$\frac{1}{3}$　(B)$\frac{2}{3}$　(C)$\frac{1}{12}$　(D)$\frac{5}{12}$

(文)过点(0,1)的直线中,被圆 $x^2+y^2-2x+4y=0$ 截得的弦长最长时的直线方程是

(A)$y=-3x+1$　(B)$y=3x+1$

(C)$y=-3(x-1)$　(D)$y=3(x-1)$

(5)已知 $(x^2-\frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式的第三项的系数是15,则展开式中含有 x^2 项的系数为

(A)20　(B)15　(C)-15　(D)-20

(6)一个直角三角形的周长为2,则其斜边的最小值为

(A)$\frac{2}{\sqrt{2}+1}$　(B)$\frac{2}{\sqrt{2}-1}$　(C)$\frac{2}{3+\sqrt{3}}$　(D)$\frac{2}{3-\sqrt{3}}$

(7)(理)袋中有5个白球,3个黑球,从中任意摸出4个,则至少摸出1个黑球的概率是

(A)$\frac{3}{7}$　(B)$\frac{13}{14}$　(C)$\frac{1}{10}$　(D)$\frac{1}{14}$

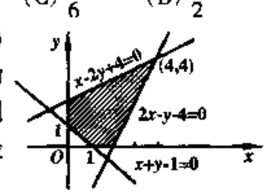
(文)有一名同学在书写英文单词"error"时,只是记不清字母的顺序,那么他写错这个单词的概率为

(A)$\frac{119}{120}$　(B)$\frac{9}{10}$　(C)$\frac{19}{20}$　(D)$\frac{1}{2}$

(8)三棱锥 $P-ABC$ 中,$\triangle ABC$ 为等边三角形,$PA\perp$面 ABC,且 $PA=PB$,则二面角 $A-PB-C$ 的平面角的正切值为

(A)$\sqrt{6}$　(B)$\sqrt{3}$　(C)$\frac{\sqrt{6}}{6}$　(D)$\frac{\sqrt{6}}{2}$

(9)已知动点 (x,y) 所在的区域是如图所示的阴影部分(包括边界),则目标函数 $z=x+2y$ 的最小值和最大值分别为



(A)2,12　(B)2.4　(C)1,12　(D)1,4

(10)(理)设双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条准线与两条渐近线交于 A、B 两点,其相应焦点为 F,以 AB 为直径的圆恰好过点 F,则双曲线的离心率为

(A)$\sqrt{2}$　(B)$\sqrt{3}$　(C)2　(D)$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(文)从一块短轴长为 $2b$ 椭圆形的玻璃镜中划出一块面积最大的矩形,其面积的取值范围是 $[3b^2,4b^2]$,则这一椭圆离心率 e 的取值范围是

(A)$[\frac{\sqrt{5}}{3},\frac{\sqrt{3}}{2}]$　(B)$[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}]$

(C)$[\frac{\sqrt{5}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}]$　(D)$[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{2}]$

(11)将一张坐标纸折叠一次,使得点(0,2)与(-2,0)重合,且点(2004,2005)与点 (m,n) 重合,则 $m-n$ 的值为

(A)1　(B)-1　(C)0　(D)-2

(12)(理)已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+2x-3}{x-1}, & x>1,\\ ax+1, & x\leqslant 1\end{cases}$ 在点 $x=1$ 处连续,则 a 的值是

(A)2　(B)-2　(C)3　(D)-4

(文)设函数 $f(x)=x^m+ax$ 的导数为 $f'(x)=2x+1$,则数列 $\{\frac{1}{f(n)}\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 的前 n 项和是

(A)$\frac{n}{n-1}$　(B)$\frac{n+1}{n}$

(C)$\frac{n}{n+1}$　(D)$\frac{n+2}{n+1}$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上.

(13)(理)一批货物随17列货车从 A 市以 v km/h 匀速直达 B 市,已知两地铁路线长为400km,为了安全,两列货车的间距不得小于 $(\frac{v}{20})^2$km,那么这批货物全部运到 B 市,最快需要________ h.

(文)不等式 $\frac{ax}{x-1}<1$ 的解集是 $\{x|x<1$ 或 $x>2\}$,则实数 $a=$________.

(14)(理)在抛物线 $y^2=4x$ 上有点 M,它到直线 $y=x$ 的距离为 $4\sqrt{2}$,如果点 M 的坐标为 (m,n),且 $m,n\in\mathbf{R}^*$,则 $\frac{m}{n}$ 的值为________.

(文)已知点 P 是抛物线 $y^2=4x$ 上一点,设 P 到抛物线准线的距离为 d_1,到直线 $x+2y-12=0$ 的距离为 d_2,则 d_1+d_2 的最小值是________.

(15)(理)有200根相同的钢管,把它们堆成三角形垛,使剩余的钢管尽可能的少,那么剩余的钢管有________根.

(文)数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=7$,$a_9=8$,且 $(n-1)a_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}(n\geqslant 3)$,则 a_2 等于________.

(16)(理)等边△ABC 的边长为 a,将它沿平行于 BC 的线段 PQ 折起,使平面 $APQ\perp$ 平面 $BPQC$,若折叠后 AB 的边长为 d,则 d 的最小值为________.

(文)我们知道:周长一定的所有矩形中,正方形的面积最大;周长一定的所有矩形与圆中,圆的面积最大.将这些结论类比到空间,可以得到的结论:________.

三、解答题:本大题共有6个小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17)(本小题满分12分)

(理)设函数 $f(x)=\sin ax+\sqrt{3}\cos ax(0<a<1)$,$g(x)=\tan(mx+\frac{\pi}{6})(0<m<1)$,已知函数 $f(x)$,$g(x)$ 的最小正周期相同,且 $f(1)=2g(1)$.

(Ⅰ)试确定 $f(x)$,$g(x)$ 的解析式;

(Ⅱ)求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

(文)若数列 $\{a_n\}$ 满足前 n 项之和 $S_n=2a_n-4(n\in\mathbf{N}^*)$,$b_{n+1}=a_n+2b_n$,且 $b_1=2$,求:

(Ⅰ)$\{b_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ)$\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

(18)(本小题满分12分)

(理)今有甲、乙两个篮球队进行比赛,规定两队中有一队胜4场则整个比赛宣告结束,假设甲、乙两队在两场比赛中获胜的概率都是 $\frac{1}{2}$,并记需要比赛的场数为 ξ.

(Ⅰ)求 ξ 大于5的概率;

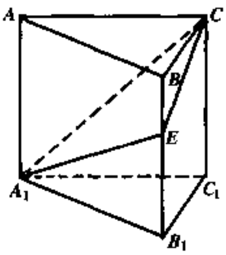
(Ⅱ)求 ξ 的分布列和数学期望.

(文)已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cdot\cos\omega x-\cos^2\omega x$ $(\omega>0)$ 的周期为 $\frac{\pi}{2}$.

(Ⅰ)求 ω 的值;

(Ⅱ)设△ABC 的三边 a,b,c 满足 $b^2=ac$,且边 b 所对的角为 x,求此时函数 $f(x)$ 的值域.

(19)(本小题满分 12 分)如图,在正三棱柱 $ABC—A_1B_1C_1$ 中,$AB=AA_1$,E 是棱 BB_1 上的点,且平面 $A_1EC\perp$ 平面 AA_1C_1C.



(Ⅰ)试确定点 E 的位置;

(Ⅱ)若把平面 A_1EC 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成的锐二面角为 60°时的正三棱柱称为"黄金棱柱",请判断此棱柱是否为"黄金棱柱",并说明理由.

(20)(本小题满分 12 分)

(理)已知函数 $f(x)=-3x+3,x\in[\frac{2}{3},1]$.

(Ⅰ)求 $f(x)$ 的反函数 $y=g(x)$;

(Ⅱ)在数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=1$,$a_2=g(a_1)$,$a_3=g(a_2)$,…,$a_n=g(a_{n-1})$,求证:数列 $\{a_n-\frac{3}{4}\}$ 是等比数列,并求 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$;

(Ⅲ)解关于 n 的不等式:$a_n\geqslant\frac{7}{9}$.

(文)甲、乙、丙三位大学毕业生,同时应聘一个用人单位,其能被选中的概率分别为:甲:$P(A)=\frac{2}{5}$;乙:$P(B)=\frac{3}{4}$;丙:$P(C)=\frac{1}{3}$,且各自能否被选中是无关的.

(Ⅰ)求 3 人都被选中的概率;

(Ⅱ)求只有 2 人被选中的概率;

(Ⅲ)3 人中有几个人被选中的事件最易发生.

(21)(本小题满分 12 分)某汽车厂有一条价值为 a 万元的汽车生产线,现要通过技术改造来提高该生产线的生产能力,提高产品的增加值.经过市场调查,产品的增加值 y 万元与技术改造投入 x 万元之间满足:①y 与 $(a-x)$ 和 x^2 的乘积成正比;②当 $x=\frac{a}{2}$ 时,$y=a^3$.并且技术改造投入比率:$\frac{x}{2(a-x)}\in(0,t]$,其中 t 为常数,且 $t\in(0,2]$.

(Ⅰ)求 $y=f(x)$ 的解析式及其定义域;

(Ⅱ)求出产品的增加值 y 的最大值及相应的 x 的值.

(22)(本小题满分 14 分)

(理)椭圆 E 的中心在原点 O,焦点在 x 轴上,离心率 $e=\sqrt{\frac{2}{3}}$,过点 $C(-1,0)$ 的直线 l 交椭圆于 A、B 两点,且满足:$\overrightarrow{CA}=\lambda\overrightarrow{BC}(\lambda\geqslant2)$.

(Ⅰ)若 λ 为常数,试用直线 l 的斜率 $k(k\neq0)$ 表示三角形 OAB 的面积;

(Ⅱ)若 λ 为常数,当三角形 OAB 的面积取得最大值时,求椭圆 E 的方程;

(Ⅲ)若 λ 变化,且 $\lambda=k^2+1$,试问:实数 λ 和直线 l 的斜率 $k(k\in\mathbf{R})$ 分别为何值时,椭圆 E 的短半轴长取得最大值?并求出此时的椭圆方程.

(文)椭圆 E 的中心在原点 O,焦点在 x 轴上,离心率 $e=\sqrt{\frac{2}{3}}$,过点 $C(-1,0)$ 的直线 l 交椭圆于 A、B 两点,且满足:$\overrightarrow{CA}=2\overrightarrow{BC}$.

(Ⅰ)试用直线 l 的斜率 $k(k\neq0)$ 表示三角形 OAB 的面积;

(Ⅱ)当三角形 OAB 的面积取得最大值时,求椭圆 E 的方程;

(拟题人 河北省特级教师 赵春祥)

2005年高考数学模拟试题(五)

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

参考公式

如果事件 A、B 互斥,那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A、B 相互独立,那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率为

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$

正棱锥、圆锥的侧面积公式

$S_{侧面}=\frac{1}{2}cl$

其中 c 表示底面周长,l 表示斜高或母线长

球的体积公式

$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

(1)设全集是实数集 $\mathbf{R}$, $M=\{x|x\le 1+\sqrt{2}, x\in\mathbf{R}\}$, $N=\{1,2,3,4\}$,则 $\complement_{\mathbf{R}}M\cap N$ 等于

(A) $\{4\}$　　(B) $\{3,4\}$

(C) $\{2,3,4\}$　　(D) $\{1,2,3,4\}$.

(2)函数 $y=-3^{-x}$ 与函数 $y=-\log_3(-x)$ 的图象

(A)关于 x 轴对称

(B)关于直线 $x+y=0$ 对称

(C)关于 y 轴对称

(D)关于直线 $x-y=0$ 对称

(3)已知圆 $(x-3)^2+y^2=4$ 和直线 $y=mx$ 的交点分别为 P、Q 两点,O 为坐标原点,则 $|OP|\cdot|OQ|$ 的值为

(A) $1+m^2$　　(B) $\frac{5}{1+m^2}$

(C)5　　(D)10

(4)(理)设 $z=(\frac{1+i}{1+\sqrt{3}i})^6$,则 z 的值等于

(A)1　(B)i　(C) $\frac{1}{8}$　(D) $\frac{1}{8}i$

(文)函数 $y=x^4-8x^2+2$ 在 $[-1,3]$ 上最大值为

(A)11　(B)2　(C)12　(D)10

(5)不等式 $\frac{3x-1}{2-x}\ge 1$ 的解集是

(A) $\{x|\frac{3}{4}\le x\le 2\}$　　(B) $\{x|\frac{3}{4}\le x<2\}$

(C) $\{x|x>2$ 或 $x\le\frac{3}{4}\}$　　(D) $\{x|x<2\}$

(6)等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n+1$,其前 n 项的和为 S_n,则数列 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 的前10项的和为

(A)120　(B)70　(C)75　(D)100

(7) α、β、γ、ω 是四个不同平面,若 $\alpha\perp\gamma$, $\beta\perp\gamma$, $\alpha\perp\omega$, $\beta\perp\omega$,则有

(A) $\alpha/\!/\beta$,且 $\gamma/\!/\omega$

(B) $\alpha/\!/\beta$,或 $\gamma/\!/\omega$

(C)这四个平面中可能任意两个都不平行

(D)这四个平面中至多有一对平面平行

(8)若点 P 到定点 $(0,10)$ 与到定直线 $y=\frac{18}{5}$ 的距离之比是 $\frac{5}{3}$,则点 P 的轨迹方程为

(A) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$　　(B) $\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{16}=1$

(C) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$　　(D) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{64}=1$

(9)有甲、乙、丙三项任务,甲需2人承担,乙、丙各需1人承担,从10人中选派4人承担这项任务,不同的选法共有

(A)1260种　　(B)2025种

(C)2520种　　(D)5040种

(10)设正方体的全面积为24cm,一个球内切于该正方体,那么这个球的体积是

(A) $\sqrt{6}\pi cm^3$　　(B) $\frac{4}{3}\pi cm^3$

(C) $\frac{8}{3}\pi cm^3$　　(D) $\frac{32}{3}\pi cm^3$

(11) $\triangle ABC$ 中，a、b、c 分别为 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边，如果 a、b、c 成等差数列，$\angle B=30°$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3}{2}$，那么 b 等于

(A) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　　(B) $1+\sqrt{3}$

(C) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$　　(D) $2+\sqrt{3}$

(12) 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数，若 $a+b>0$，则

(A) $f(a)+f(b)>f(-a)+f(-b)$

(B) $f(a)+f(b)>f(-a)-f(-b)$

(C) $f(a)+f(-a)>f(b)+f(-b)$

(D) $f(a)+f(-a)>f(b)-f(-b)$

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分. 把答案填在题中横线上.

(13) 已知 $(1+x)^8$ 展开式中，中间连续三项成等差数列，则 $x=$______.

(14) 已知 $|i|=|j|$，且两向量 i 与 j 的夹角为 $60°$，则 $(2i+j)$ 与 $(3i-2j)$ 的夹角为______.

(15) 已知 $5\cos^2\alpha+4\cos^2\beta=4\cos\alpha$，则 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta$ 的取值范围是______.

(16) 变量 x、y 满足下列条件：$\begin{cases}2x+y\geqslant 12,\\2x+9y\geqslant 36,\\2x+3y\geqslant 24,\\x\geqslant 0,y\geqslant 0.\end{cases}$ 则使得 $z=3x+2y$ 的值最小的 (x,y) 是______.

三、解答题：本题共 6 小题，共 74 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(17)（本题满分 12 分）已知函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0,-\pi\leqslant\varphi\leqslant\pi)$ 图象的一个最高点为 $(2,\sqrt{2})$，由这最高点到相邻最低点间的曲线与 x 轴交于点 $(6,0)$.

（Ⅰ）求这个函数的表达式；

（Ⅱ）求该函数的频率、初相和单调区间.

(18)（本题满分 12 分）某局域网的出口处有 5 条支线，设每条支线在 1h 内平均上网时间为 20min，并且每支线是否上网是随机的，且互相独立. 问在此出口处应设置几个接口，使 5 条支线能随机使用这几个接口之一时，每条支线的上网率不小于 0.95.

(19)（本题满分 12 分）已知函数 $f(x)=(1-2a)x^2+bx+a$ 为偶函数，它的图象过点 $(0,1)$，$g(x)=f[f(x)]$，$F(x)=pg(x)-4f(x)$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）求使得函数 $F(x)$ 在 $(-\infty,-3)$ 上单调递增，且在 $(-3,0)$ 上单调递减的 p 值.