

普通測量學講義

下 冊

儲 鍾 瑞 編
刘 呈 祥

清 華 大 學 出 版 科 印

1 9 5 7

下 冊 目 录

第四編 水準測量

第十三章 水準測量的基本知識	13—1
13-1 高程測量的目的和種類	13—1
13-2 幾何水準測量的原理	13—2
13-3 地球曲率和折光的影响	13—2
13-4 水准儀的構造和類型	13—3
13-5 水准尺和尺墊	13—5
13-6 定鏡水准儀的檢驗和校正	13—6
13-7 活鏡水准儀的檢驗和校正	13—8
13-8 水准點	13—10
13-9 水准測量的方法	13—11
13-10 水准測量的測站校核	13—13
13-11 水准測量的成果校核和調整	13—13
13-12 做水准測量時應注意的事項	13—14
13-13 水准測量的精度	13—14
第十四章 三四等水准測量	14—1
14-1 三四等水准測量的用途和精度	14—1
14-2 三等水准測量所用的儀器和水准尺	14—1
14-3 三等水准測量的外業	14—1
14-4 四等水准測量所用的儀器和水准尺	14—4
14-5 四等水准測量的外業	14—4
14-6 水准測量外業成果的初步整理和三四等水准測量的容許閉合差	14—6
14-7 單獨水准路綫的調整	14—7
14-8 具有一個結點的水准網的調整	14—8
14-9 巴波夫法水准網的調整	14—9
第十五章 路綫水准測量和面水准測量	15—1
15-1 路綫水准測量的概念	15—1
15-2 路綫水准測量的準備工作	15—1
15-3 曲綫元素和曲綫主點	15—2
15-4 路綫縱斷面水准測量	15—4

15-5 橫断面水准測量	15—6
15-6 在陡坡上的水准測量，X 點法和水平尺法	15—7
15-7 越過河流或山谷的水准測量	15—8
15-8 縱断面圖和橫断面圖的繪制	15—8
15-9 面水准測量的概念	15—10
15-10 用干錢法作面水准測量	15—10
15-11 用方格法作面水准測量	15—11

第五編 視距測量

第十六章 視距測量	16—1
16-1 一般概念	16—1
16-2 視距測量的原理	16—1
16-3 視距經緯儀及視距尺	16—4
16-4 視距常數的測定	16—4
16-5 量豎直角	16—6
16-6 豎盤游標和游標水准管的檢驗和校正	16—9
16-7 視距測量的精度	16—10
16-8 自計視距儀	16—11
16-9 視距測量的外業	16—13
16-10 視距表，視距圖，視距計算尺	16—15
16-11 視距測量的成果整理	16—18
16-12 地形圖的繪制	16—19

第六編 平板儀測量

第十七章 平板儀測量	17—1
17-1 一般概念	17—1
17-2 平板儀的構成部份和附件	17—2
17-3 平板和附件的檢驗和校正	17—4
17-4 照准儀的檢驗和校正	17—4
17-5 平板儀的安置	17—5
17-6 平板儀的前方交會和測方交會	17—7
17-7 交會法的精度和交角的限度	17—8
17-8 圖解三角網	17—9
17-9 圖解三角網各點高程的確定	17—10
17-10 圖解三角網各點差的調整	17—12
17-11 補點（傳遞點）	17—13
17-12 碎部測量	17—15

17-13 平板儀測量的精度	17—16
17-14 平板儀測量的優缺點和它的應用	17—16
17-15 平板儀同經緯儀，水准儀的配合應用	17—16
17-16 小平板儀同經緯儀的配合應用	17—16

第七編 低精度的平面和高程測量

第十八章 气压高程測量 18—1

18-1 一般概念	18—1
18-2 氣壓高程測量的公式	18—1
18-3 氣壓高程測量所用的儀器	18—2
18-4 空盒氣壓計的讀數的改正數	18—2
18-5 氣壓高程測量的外業	18—3
18-6 氣壓高程測量的成果整理工作	18—4
18-7 用一個氣壓計觀測的成果整理實例	18—5
18-8 氣壓高程測量的精度	18—8

第十九章 草 測 19—1

19-1 草測的意義和應用	19—1
19-2 距離的測定	19—1
19-3 直綫定向和角度的測定	19—2
19-4 高差和高程的測定	19—2
19-5 草測的作業	19—3

第八編 地形圖的应用

第二十章 地形圖的应用 20—1

20-1 讀圖和用圖	20—1
20-2 籍地形解決的某些問題	20—1

第九編 工程建築物的樁定工作

第二十一章 樁定的一般工作，圓曲綫的樁定，房屋，管道，

土壩及小橋的樁定 21—1

21-1 概念	21—1
21-2 樁定點子的方法和基本測量工作	21—1
21-3 極坐標法	21—1
21-4 直角坐標法	21—2
21-5 角度交會法	21—3
21-6 距離交會法	21—3

21-7 在地面上設置已知長度的直綫	21—3
21-8 在地面上設置已知角值的水平角	21—4
21-9 根據地面上已有的地物樁定新建築物	21—5
21-10 樁定圓曲綫	21—6
21-11 視線爲地物所阻時的樁定方法	21—10
21-12 樁定高程等于一定數值的點子	21—13
21-13 設出已給坡度的直綫	21—13
21-14 龍門板在樁定房屋時的應用及其設置	21—14
21-15 地下管道的樁定工作	21—14
21-16 小土壩的樁定工作	21—15
21-17 小型橋樑的樁定工作	21—16

第二十二章 樁定工作中的特殊問題 22—1

22-1 用捲尺設置直角	22—1
22-2 用捲尺從直綫外面一點作垂直綫	22—1
22-3 用捲尺求出角度	22—2
22-4 解析法測定建築物的高度	22—2
22-5 高程的傳遞	22—4
22-6 把一塊地面劃成水平面	22—5
22-7 把一塊地面劃成傾斜的平面	22—5

第十編 在水利技術方面用到的測量工作

第二十三章 方位角的測定 23—1

23-1 天球概念	23—1
23-2 定位三角形	23—1
23-3 天體的方位角和地面目標的方位角之間的關係	23—2
23-4 觀測太陽確定地面目標的真方位角	23—2
23-5 用 Φ . H. 克拉索夫斯基教授的方法測定方位角	23—5
23-6 同高觀測天體來測定方位角	23—6
23-7 用日圭法測定真子午綫方向	23—6

第二十四章 測定個別點子的坐標 (導綫和三角點或較高級導綫點的連結) 24—1

24-1 一般概念	24—1
24-2 間接法傳遞坐標	24—1
24-3 前方交會法	24—2
24-4 側方交會法	24—7
24-5 三點後方交會法 (三點問題)	24—7
24-6 兩點後方交會法 (兩點問題)	24—13

第二十五章 全國性的控制測量和小三角測量25—1

- 25-1 一般概念25—1
- 25-2 三角測量的選點，造標和埋石25—2
- 25-3 小三角測量控制機構25—3
- 25-4 邊長的精度25—4
- 25-5 小三角測量的基綫丈量25—6
- 25-6 小三角測量的測角工作25—7
- 25-7 小三角鎖的平差25—8

第二十六章 河道測量26—1

- 26-1 一般概念26—1
- 26-2 河流縱向水准測量26—1
- 26-3 水深測量26—1
- 26-4 河底地形及縱斷面的繪制26—3

第十一編 攝影測量

第二十七章 攝影測量27—1

- 27-1 概念27—1
- 27-2 航空攝影測量的一般過程27—1
- 27-3 像片的比例尺及像點的位移27—2
- 27-4 像片的判讀27—3
- 27-5 像片畧圖的編制27—4
- 27-6 像片平面圖的編制27—4
- 27-7 測繪地形圖的不同航測方法27—5
- 27-8 地面立體攝影測量27—7

第二十四章 測定個別點子的坐標

(導綫和三角點或較高級導綫點的連結)

24-1 一般概念

在測量工作中常常要根據較精確的控制點測定個別點子的坐標，例如導綫起點的坐標，補點的坐標，明顯目標的坐標等。對於導綫來講，還要確定第一邊的方向角。除了從控制點跑導綫到待定點以便測出待定點的坐標之外，還有其他幾種方法，我們將在下列各節分別介紹。

24-2 間接法傳遞坐標

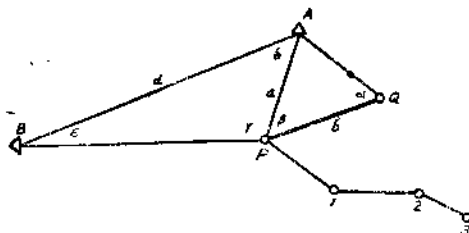


圖 24—1

設已有兩個較精確的已知控制點 A 和 B，它們離待定點 P 永遠或者控制點是根本不能到達的點子，例如煙囪，塔尖等。這時就不宜跑較長的導綫或根本不能用導綫直接連接控制點和待定點。要測定 P 點的坐標，我們必須設法求得 AP 的長度 a 和方向角 (AP) (圖 24—1)。為了求得 AP 的長度，我們可以在 P 點附近量一條基綫 PQ=b，並量出 α 角和 β 角。在 △PAQ 中，

$$a = \frac{b \sin \alpha}{\sin (180^\circ - \alpha - \beta)} = \frac{b \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}。$$

在 △BAP 中 d 為已知或可根據 A, B 兩點的坐標計算，a 已從上式求出。如果在 P 點也量出 γ 角，我們就可計算角 ε，

$$\sin \varepsilon = \frac{a \sin \gamma}{d}。$$

因為 ε 是較小的角度，ε' (以分為單位) = 3438 $\frac{a \sin \gamma}{d}$ 。

δ 角可用下式計算：

$$\delta = 180^\circ - \gamma - \varepsilon。$$

根據 BA 的方向角 (BA) 和 δ 就可計算 (AP),

$$(AP) = (AB) - \delta = (AB) - 180^\circ + \gamma + \varepsilon = (BA) + 180^\circ - 180^\circ + \gamma + \varepsilon = (BA) + \gamma + \varepsilon,$$

式中 (BA) 可以根據 A, B 兩點的坐標計算。

用 x_a, y_a 和 x_b, y_b 代表 A 點和 B 點的坐標, 我們就可按下式計算待定點 P 的坐標 x_p, y_p :

$$x_p = x_a + a \cos (AP),$$

$$y_p = y_a + a \sin (AP)。$$

爲了校核, 我們還要根據 P 點和 B 點的坐標計算 BP 的方向角 (BP), 檢查 (BP) 和 (BA) 的差數是否等於前面算出的 ε 。

計算和校核所用的公式是:

$$a = \frac{b \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)},$$

$$\varepsilon' \text{ (以分爲單位)} = 3438 \frac{a \sin \gamma}{d},$$

$$(AP) = (BA) + \gamma + \varepsilon,$$

$$x_p = x_a + a \cos (AP),$$

$$y_p = y_a + a \sin (AP),$$

$$\operatorname{tg} (BP) = \frac{y_p - y_b}{x_p - x_b}。$$

$$(BP) - (BA) \text{ 應等於 } \varepsilon。$$

(24—1)

爲了測定導線的第一邊 P1 的方向角, 我們祇要量出 PA 和 P1 之間的夾角 $\angle AP1$, 因爲這時 (AP) 已知, (P1) 就等於 $(AP) + 180^\circ + \angle AP1$ 。

24-3 前方交会法

I. 第一種情形: 圖 24—2 中 A, B 兩點是彼此通視的, 已知控制點, P 點是待定點。我們量出了交會角 α 和 β 後, 就能計算 P 點的坐標 x_p, y_p 。

用 c 和 b 分別表示 AB 和 AP 的距離; (AB) 和 (AP) 表示 AB 和 AP 在 A 點的方向角。

$$x_p - x_a = b \cos (AP),$$

$$y_p - y_a = b \sin (AP)。$$

現在

$$\begin{aligned} \cos (AP) &= \cos [(AB) - \alpha] = \cos (AB) \cos \alpha \\ &\quad + \sin (AB) \sin \alpha, \end{aligned}$$

$$\sin (AP) = \sin (AB) \cos \alpha - \cos (AB) \sin \alpha。$$

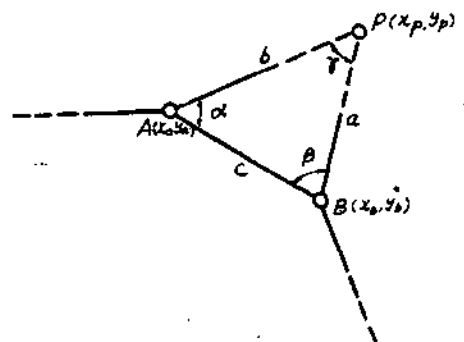


圖 24—2

把這兩個式子分別代入上面兩個式子，我們得

$$x_p - x_a = b [\cos (AB) \cos \alpha + \sin (AB) \sin \alpha],$$

$$y_p - y_a = b [\sin (AB) \cos \alpha - \cos (AB) \sin \alpha]。$$

因為

$$\cos (AB) = \frac{x_b - x_a}{c},$$

$$\sin (AB) = \frac{y_b - y_a}{c},$$

所以

$$\begin{aligned} x_p - x_a &= \frac{b}{c} \sin \alpha [(x_b - x_a) \operatorname{ctg} \alpha + (y_b - y_a)], \\ y_p - y_a &= \frac{b}{c} \sin \alpha [(y_b - y_a) \operatorname{ctg} \alpha + (x_b - x_a)]。 \end{aligned} \quad (24-2)$$

但在三角形 APB 中，

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{\sin \beta}{\sin (180^\circ - \alpha - \beta)} = \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)},$$

因而

$$\frac{b}{c} \sin \alpha = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \beta \sin \alpha} \cdot \sin \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}。$$

公式 (24-2) 就可寫成：

$$\left. \begin{aligned} x_p - x_a &= \frac{(x_b - x_a) \operatorname{ctg} \alpha + (y_b - y_a)}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}, \\ y_p - y_a &= \frac{(y_b - y_a) \operatorname{ctg} \alpha - (x_b - x_a)}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}。 \end{aligned} \right\} \quad (24-3)$$

如果由 B 點的坐標開始，同樣我們可以求得：

$$\left. \begin{aligned} x_p - x_b &= \frac{-(x_b - x_a) \operatorname{ctg} \beta + (y_b - y_a)}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}, \\ y_p - y_b &= \frac{-(y_b - y_a) \operatorname{ctg} \beta - (x_b - x_a)}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} \end{aligned} \right\} \quad (24-4)$$

由公式 (24-3) 和 (24-4) 可以計算 P 點的坐標，並且還得到校核。

例題 1.

直接根據角度計算坐標

x_b	-12753.60	y_b	-21902.76
x_a	-9657.72	y_a	-20926.11
$x_b - x_a$	-3095.88	$y_b - y_a$	-926.65
α	56° 9' 50"	$\text{ctg } \alpha$	0.670291
β	65° 33' 30"	$\text{ctg } \beta$	0.454497
		$\Sigma = \text{ctg } \alpha + \text{ctg } \beta$	1.124788
$+(x_b - x_a) \text{ctg } \alpha$	-2076.14	$+(y_b - y_a) \text{ctg } \alpha$	-654.64
$+(y_b - y_a)$	-976.65	$-(x_b - x_a)$	+3095.88
$\Sigma a, x$	-3051.79	$\Sigma a, y$	+2441.24
$x_p - x_a = \frac{\Sigma a, x}{\Sigma}$	-2719.21	$y_p - y_a = \frac{\Sigma a, y}{\Sigma}$	+2170.40
x_a	-9657.72	y_a	-20926.11
x_p	-12370.93	y_p	-18755.71
$-(x_b - x_a) \text{ctg } \beta$	+1407.07	$-(y_b - y_a) \text{ctg } \beta$	+443.88
$+(y_b - y_a)$	-976.65	$-(x_b - x_a)$	+3095.88
$\Sigma b, x$	+430.42	$\Sigma b, y$	+3539.76
$x_p - x_b = \frac{\Sigma b, x}{\Sigma}$	+382.67	$y_p - y_b = \frac{\Sigma b, y}{\Sigma}$	+3147.05
x_b	-12753.60	y_b	-21902.76
x_p	-12370.93	y_p	-18751.71

II. 第二種情形：從彼此既不相臨而又不通視的兩個已知控制點 A (x_a, y_a) 和 B (x_b, y_b) 來確定待定點 P (x_p, y_p) (圖 24—3)

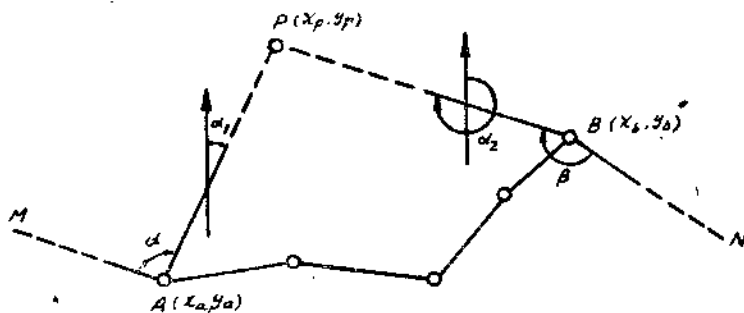


圖 24—3

在這里我們首先根據導綫邊 AM 和 BN 的方向角以及量出的交會角 α 和 β 計算 AP 和 BP 的方向角 α_1 和 α_2 。

$$\alpha_1 = (\text{AP}) = (\text{MA}) + 180^\circ + \alpha,$$

$$\alpha_2 = (\text{BP}) = (\text{BN}) + \beta.$$

又

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{y_p - y_a}{x_p - x_a},$$

$$\text{tg } \alpha_2 = \frac{y_p - y_b}{x_p - x_b},$$

由此

$$\left. \begin{aligned} y_p - y_a &= (x_p - x_a) \text{tg } \alpha_1, \\ y_p - y_b &= (x_p - x_b) \text{tg } \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (24-5)$$

上二式相減則得

$$y_b - y_a = x_p (\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2) - x_a \text{tg } \alpha_1 + x_b \text{tg } \alpha_2,$$

由此

$$x_p = \frac{x_a \text{tg } \alpha_1 - x_b \text{tg } \alpha_2 + (y_b - y_a)}{\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2}. \quad (24-6)$$

(24-6) 式兩邊各減去 x_a , 得

$$x_p - x_a = \frac{(y_b - y_a) - (x_b - x_a) \text{tg } \alpha_2}{\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2}. \quad (24-7)$$

同理, (24-6) 式兩邊各減去 x_b , 則得

$$x_p - x_b = \frac{(y_b - y_a) - (x_b - x_a) \text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2}. \quad (24-8)$$

根據公式 (24-7) 和 (24-8) 就可以兩次求得 x_p , 這樣就可以得到校核。然後應用公式 (24-5) 也可以兩次求得 y_p , 也得到校核。

但是, 當 $\text{tg } \alpha_1$ 或 $\text{tg } \alpha_2$ 很小時, 公式 (24-5) 就不能給出準確的結果。在這種情形下, 要改用下面兩個式子:

$$\left. \begin{aligned} y_p - y_a &= \frac{(x_b - x_a) - (y_b - y_a) \text{ctg } \alpha_2}{\text{ctg } \alpha_1 - \text{ctg } \alpha_2}, \\ y_p - y_b &= \frac{(x_b - x_a) - (y_b - y_a) \text{ctg } \alpha_1}{\text{ctg } \alpha_1 - \text{ctg } \alpha_2}. \end{aligned} \right\} \quad (24-9)$$

這兩個式子是將 (24-7) 和 (24-8) 中的 $x_p - x_a$ 和 $x_p - x_b$ 式子代入 (24-5) 得到的。

普通測量學

在下面我們根據例題 1 的數據，用式子 (24—7)，(24—8) 和 (24—9) 再計算一次。此時 AB 的方向角可根據點 A 和點 B 的坐標求出。

例題 2.

根據方向角計算坐標

x_b	-12753.60	y_b	-21902.76
x_a	-9657.72	y_a	-20926.11
$x_b - x_a$	-3095.88	$y_b - y_a$	-976.65
(AB)	197° 30' 31".7	(AB)	197° 30' 31".7
α	56° 9' 59"	β	65° 33' 30"
$\alpha_1 = (AB) - \beta_1$	141° 20' 32".7	$\alpha_2 = (AB) + \beta_2 - 180^\circ$	83° 4' 1".7
$\text{tg } \alpha_1$	-0.799936		
$-\text{tg } \alpha_2$	-8.224006		
$\Sigma = \text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2$	-9.023942		
$y_b - y_a$	-976.65	$y_b - y_a$	-976.65
$-(x_b - x_a) \text{tg } \alpha_1$	-2476.51	$-(x_b - x_a) \text{tg } \alpha_2$	+25406.54
$\Sigma b, x$	-3453.16	$\Sigma a, x$	+24483.89
$x_p - x_b = \frac{\Sigma b, x}{\Sigma}$	+382.667	$x_p - x_b = \frac{\Sigma a, x}{\Sigma}$	-2713.21
x_b	-12753.60	x_a	9657.72
x_p	-12370.93	x_p	-12370.93
y_b	-21902.76	y_a	-20926.11
$(x_p - x_b) \text{tg } \alpha_2$	+3147.06	$(x_p - x_a) \text{tg } \alpha_1$	+2170.39
y_p	-18755.70	y_p	-18755.72

因為二次求得的 x_p, y_p 值符合，這就說明計算沒有錯誤。

24-4 側方交会法

用側方交會法定點時，我們在控制 A 量出 α 角和在待定點 P 量出 γ 角（圖 24-4）。在 $\triangle APB$ 中， α 和 γ 已知， $\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma$ 。樣這，就可以利用前方交會法的公式計算 P 點的坐標了。

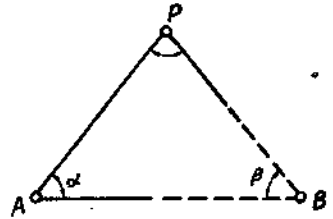


圖 24-4

24-5 三點後方交会法

（三點問題）

設圖 24-5 中 A, B, C 是三個已知控制點，在待定點 P 已量得 α 和 β 兩角，由此可求得 P 點的坐標，這種問題稱為三點問題。我們將在下面介紹兩種解答這種問題的方法。

I. 第一種方法 根據 A, B, C 三點的坐標，我們可以計算邊長 a , b 和方向角 (AB), (CB)。

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \gamma + \delta = (BA) - (BC) = (AB) + 180^\circ - [(CB) + 180^\circ] \\ &= (AB) - (CB)^\circ\end{aligned}$$

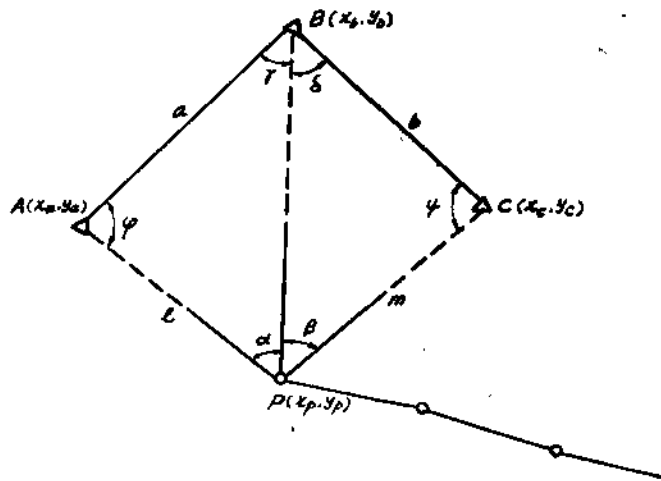


圖 24-5

讓我們先求角 φ 和角 ψ 。這兩個角求出後，就可以計算邊長 l , m 和方向角 (AP), (CP)；最後就可以計算 P 點的坐標。

在四邊形 ABPC 中，

$$\varphi + \psi = 360^\circ - (\gamma + \delta) - (\alpha + \beta) = 360^\circ - [(AB) - (CB)] - (\alpha + \beta)$$

在三角形 ABP 和 BCP 中，

$$\frac{BP}{a} = \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha},$$

$$\frac{BP}{b} = \frac{\sin \psi}{\sin \beta},$$

所以

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{b \sin \alpha}{a \sin \beta}. \quad (24-10)$$

讓我們來引用一個滿足下列關係的輔助角 Q ,

$$\operatorname{tg} Q = \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha}. \quad (24-11)$$

由等式 (24-10), 得

$$\frac{1}{\operatorname{tg} Q} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}. \quad (24-11)$$

取比例,

$$\frac{1 + \operatorname{tg} Q}{1 - \operatorname{tg} Q} = \frac{\sin \varphi + \sin \psi}{\sin \varphi - \sin \psi},$$

即

$$\frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} Q}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} Q} = \frac{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cos \frac{\varphi - \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi - \psi}{2} \cos \frac{\varphi + \psi}{2}}.$$

上式可以寫成

$$\operatorname{tg}(45^\circ + Q) = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi)},$$

由此

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \operatorname{ctg}(45^\circ + Q). \quad (24-12)$$

因為從前面 $\varphi + \psi$ 的式子可以計算 $\varphi + \psi$, 所以用上式就可以求得 $\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$ 之值可能是正亦可能是負。

設

$$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = \eta,$$

$$\frac{1}{2}(\varphi - \psi) = \sigma,$$

由此

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \eta + \sigma, \\ \psi &= \sigma - \eta. \end{aligned} \right\} \quad (24-13)$$

這就使我們能夠求得 γ 和 δ ,

例題 3.

根據三個已知的控制點的坐標，確定第四點坐標。

根據望兒山 (A)，青龍山 (B) 和紅山 (C) 三點確定霍家屯 (P) 點。

$\operatorname{tg}(AB) = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$ $\operatorname{tg}(CB) = \frac{y_b - y_c}{x_b - x_c}$ $\operatorname{tg} Q = \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha}$ $\operatorname{tg} Q = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}$ $(y_b - y_a) - (y_b - y_c) = y_c - y_a$ $(x_a - x_b) - (x_b - x_c) = x_c - x_a$ 檢 查 用	$a = \frac{y_b - y_a}{\sin(AB)} = \frac{x_b - x_a}{\cos(AB)}$ $b = \frac{y_b - y_c}{\sin(CB)} = \frac{x_b - x_c}{\cos(CB)}$ $\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi - \psi)$ $= \operatorname{ctg}(45^\circ + Q) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi + \psi)$ $y_p = y_a + \Delta y_a = y_c + \Delta y_c$ $x_p = x_a + \Delta x_a = x_c + \Delta x_c$	$\Delta y_a = \frac{a \sin(\alpha + \varphi)}{\sin \alpha} \sin(AP)$ $\Delta x_a = \frac{a \sin(\alpha + \varphi)}{\sin \alpha} \cos(AP)$ $\Delta y_c = \frac{b \sin(\beta + \psi)}{\sin \beta} \sin(CP)$ $\Delta x_c = \frac{b \sin(\beta + \psi)}{\sin \beta} \cos(CP)$
--	---	---

A: 望兒山

B: 青龍山

C: 紅山

y_b	+12702.898	x_b	-3019.705	$lg(y_b - y_a)$	2.9543482n	$g(y_b - y_c)$	3.4392978
y_a	+13603.117	x_a	-478.944	$lg(x_b - x_a)$	3.4058177n	$g(x_b - x_c)$	3.6349653
y_c	+9953.119	x_c	+1345.105	$lg tg(AB)$	9.5485805	$lg tg(CB)$	9.7993325
$y_b - y_a$	-900.219	$x_b - x_a$	-2545.761	$lg sin(AB)$	9.5229461	$lg sin(CB)$	9.7267521
$y_b - y_c$	+2749.779	$x_b - x_c$	-4364.810	$log cos(AB)$	9.9744154	$lg cos(CB)$	9.7274195
$y_c - y_a$	-3049.998	$x_c - x_a$	+1819.049	$lg a'$	3.4314021	$lg b'$	3.7125157
				$lg a''$	3.4314023	$lg b''$	3.7125157
(AB)		199° 28' 27.7"		$lg a$	3.4314022	$lg sin(AP)$	9.5904326n
(CB)		147° 47' 22.4"		$colg b$	6.2874543	$lg a$	3.4314022
$\gamma + \delta = (AB) - (CB)$		51° 41' 05.3"		$colg sin \alpha$	0.0904706	$colg sin \alpha$	0.0904706
α		54° 17' 12.9"		$lg sin \beta$	9.9127508	$lg sin(\alpha + \varphi)$	9.6763917
β		125° 06' 55.4"				$lg cos(AP)$	9.6549083
$2\sigma = \alpha + \beta + (\gamma + \delta)$		281° 05' 13.6"		$tg Q$	9.7220799		
σ		115° 32' 36.8"		Q	27° 48' 13".6	$lg \Delta y_a$	3.1485971n
$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 180^\circ - \sigma$		64° 27' 23.2"		$45^\circ + Q$	72° 48' 13".6	$lg \Delta x_a$	2 8590728
$\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$		32° 55' 33.2"		$lg ctg(45^\circ + Q)$	9.4906319	$lg sin(CP)$	9.9526972
$lg sin \psi$		9.7184628		$lg tg \frac{1}{2}(\varphi + \psi)$	0.3206548	$log b$	3.7125457
$lg cos \varphi$		9.9963851		$lg tg \frac{1}{2}(\varphi + \psi)$	9.8112867	$cosg sin \beta$	0.0872492
$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) + \frac{1}{2}(\varphi - \psi)$		9.7220777		$\alpha + \varphi$	151° 40' 00".3	$lg sin(\beta + \psi)$	9.5981466
$\psi = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) - \frac{1}{2}(\varphi - \psi)$		31° 31' 50.0"		$\beta + \psi$	156° 38' 45".4	$lg cos(CP)$	9.6458422n
$(AP) = (AB) + \varphi$		296° 51' 24.1"		$\gamma + \delta$	51° 41' 05".3	$lg \Delta y_c$	3.3506387
$(CP) = (CB) - \psi$		116° 15' 32.4"		360°	360° 0' 0"	$lg \Delta x_c$	3.0437557n
y_a	+13603.117	x_a	-473.944	y_c	+9953.119	x_c	+1845.105
Δy_a	-1407.982	Δx_a	+712.972	Δy_c	+2242.016	Δx_c	-1106.077
y_p	+12195.135	x_p	+259.028	y_p	+12195.135	x_p	+239.028

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - \varphi - \alpha, \\ \delta &= 180^\circ - \psi - \beta. \end{aligned} \right\} \quad (24-14)$$

其次，

$$\left. \begin{aligned} (AP) &= (AB) + \varphi, \\ (CP) &= (CB) - \psi. \end{aligned} \right\} \quad (24-15)$$

邊長 l 和 m 可在三角 ABP 和三角形 BCP 中求得，

$$\left. \begin{aligned} l &= \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha}, \\ m &= \frac{b \sin \delta}{\sin \beta}. \end{aligned} \right\} \quad (24-16)$$

現在就可以計算 AP 和 BP 兩線段的坐標增量；再根據 A 點和 C 點的坐標可以兩次求出 P 點的坐標，以資校核。

這種方法適宜于用對數計算。

II. 第二種方法 圖 24-6 中的兩個虛線圓各經過 A, B, P 三點和 B, C, P 三點。經

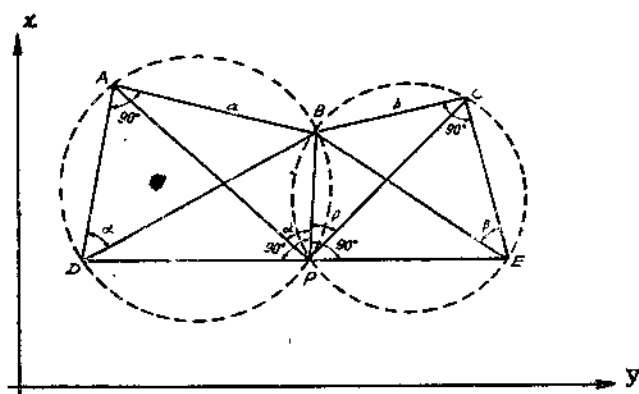


圖 24-5

過 A 點，C 點作直線各垂直于 AB 綫，CB 綫。這兩條直線分別和虛綫圓相交于 D 點，E 點。從圖可以看出，BP 綫垂直于 PD 綫，也垂直于 PE 綫。這就是說，DPE 是一條直綫而待定點是從 B 點作垂綫到 DE 綫的垂足。如果我們能列出 DE 綫和 AP 綫的方程式，解這兩個方程式就能求得 P 點的坐標 x_p, y_p 。

圖中 $\angle ADB$ 是同 $\angle BPA$ 對着相同一段圓弧的圓周角，所以 $\angle ADB$ 等于量出的 α 角；同理， $\angle CEB = \beta$ 。

$$\left. \begin{aligned} x_d - x_a &= AD \cos(\angle ADB) = AB \operatorname{ctg} \alpha \cos[(AB) + 90^\circ] = \\ &= -AB \sin(AB) \operatorname{ctg} \alpha = -(y_b - y_a) \operatorname{ctg} \alpha, \\ y_d - y_a &= AD \sin(\angle ADB) = AB \operatorname{ctg} \alpha \sin[(AB) + 90^\circ] = \\ &= AB \cos(AB) \operatorname{ctg} \alpha = (x_b - x_a) \operatorname{ctg} \alpha; \end{aligned} \right\} \quad (14-17)$$