

◎ 中学生同步学习参考书 ◎



Huang Gang
Ming Shi Dian Bo

黄冈名师 点拨

主 编 · 洪鸣远



初三几何

中国青年出版社

主 编：洪鸣远



黄冈名师

点拨

初三几何

执行主编：成学江

本册主编：何光新 江锐波 江乐飞

中国青年出版社

(京)新登字(083)号

严查盗版,奖励举报 (010)68001970

举报(订货)热线: (010)68002147

黄冈名师点拨·初三几何

*

中国青年出版社 出版 发行

北京东四 12 条 21 号 邮政编码:100708

网址:www.cyp.com.cn

各地新华书店 经销

北京云浩印刷有限责任公司 印刷

*

880 × 1230 毫米 32 开本 9.25 印张 307 千字

2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 7 - 5006 - 3164 - 2/G·930

定价:10.80 元

(如有印装质量问题,请与印厂调换。邮编:101500)

前 言

“全国高考看黄冈”，黄冈之所以被誉为“高考状元之乡”，关键在于拥有一批年富力强且不断探索在教学第一线的优秀教师。他们广博的知识、丰富的课堂经验和先进的教学理念，是全国千百万学子共同期待的。为此，我们组织了数十名来自黄冈地区教学一线的骨干教师，潜心钻研，编写完成了这套“点拨”丛书。本丛书依据教育部教改的最新精神，立足学科体系，着眼思维整合，充分体现了探索性学习的精神，具有鲜明的特色。

☞ “学法导引”⇒点拨学生，指导学生怎样学才能“事半功倍”！

☞ “知识要点精讲”⇒全面覆盖要点，
讲解清晰透彻。

☞ “思维整合”⇒梳理知识结构，
讲清重点，解析难点。

☞ “精典例题再现”⇒精彩经典好题，帮
你提高实战能力。

三层解读“解题
思维”“解题依
据”“答题要点”

☞ “中(高)考链接”⇒中(高)考在平时，培养中(高)考意识和应试技巧。

☞ “发散思维点拨”⇒激活灵感，启迪智慧，令你触类旁通。

☞ “练测精选”⇒A 卷：教材跟踪训练，夯实基础。

B 卷：综合应用创新题，题题精彩，培养综合能力，体现“能力”和“素质”的统一。

想一想：精彩一笔，一题多变多解，启迪学生多向思维！

“答案点拨”⇒更注重解题指导,在给出答案的同时,详尽的**点拨**体现了对学生的关心和呵护!

呕心沥血,始成《黄冈名师点拨》。我们衷心地希望此书能给同学们带来学习上的进步。不妥之处,谨请批评指正!

主编:洪鸣远

2003年5月·北京

目 录

第六章 解直角三角形

一、锐角三角形	1
6.1 正弦和余弦	1
6.2 正切和余切	10
6.3 用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角函数值求锐角	20
二、解直角三角形	24
6.4 解直角三角形	24
6.5 应用举例	35
本章小结	49
本章综合测试	51

第七章 圆

一、圆的有关性质	55
7.1 圆	55
7.2 过三点的圆	64
7.3 垂直于弦的直径	71
7.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	80
7.5 圆周角	90
7.6 圆的内接四边形	100
期中测试题	107
二、直线和圆的位置关系	113
7.7 直线和圆的位置关系	113
7.8 切线的判定和性质	121
7.9 三角形的内切圆	132
* 7.10 切线长定理	140
* 7.11 弦切角	149

7.12 和圆有关的比例线段	160
三、圆和圆的位置关系	172
7.13 圆和圆的位置关系	172
7.14 两圆的公切线	183
7.15 相切在作图中的应用	194
四、正多边形和圆	199
7.16 正多边形和圆	199
7.17 正多边形的相关计算	208
7.18 画正多边形	215
7.19 探究性活动:镶嵌	226
7.20 圆周长、弧长	235
7.21 圆、扇形、弓形的面积	247
7.22 圆柱和圆锥的侧面展开图	259
本章小结	267
本章综合测试	269
期末测试题	272
初三总复习模拟试卷(一)	278
初三总复习模拟试卷(二)	285

第六章

解直角三角形

一 锐角三角形

6.1 正弦和余弦

学法导引

1. 三角函数在直角三角形中定义, 但与直角三角形的大小无关, 只与角的大小有关.
2. 先要学好正弦和余弦的定义, 再利用定义去证明正弦和余弦的其他性质, 然后应用定义和各种性质进行证明和计算.

知识要点精讲

知识点 1: 正弦和余弦的定义

如图 6-1-1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, 我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦, 记作 $\sin A$, 即 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 锐角 A 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦, 记作 $\cos A$, 即 $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$.

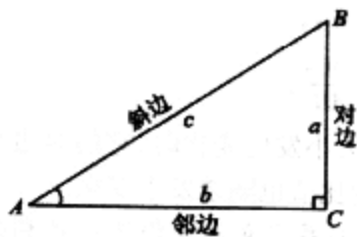


图 6-1-1

知识点 2: 特殊角 0° 、 30° 、 45° 、 60° 、 90° 的三角函数值

α 函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

知识点 3: 互为余角的正弦、余弦之间的关系

任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值,任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值.即若 $0^\circ < A < 90^\circ$, 则, $\sin A = \cos(90^\circ - A)$, $\cos A = \sin(90^\circ - A)$.

知识点 4: 同角的正弦与余弦之间的关系

若 $\angle A$ 为锐角, 则有 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$.

知识点 5: $0^\circ \sim 90^\circ$ 间正弦值、余弦值的变化规律

当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时, 正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小), 余弦值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大).

若 $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$, 则有 $0 \leq \sin A \leq 1$, $0 \leq \cos A \leq 1$.

思维整合

【讲清重点】 本节重点是正弦、余弦的概念.

如图 6-1-2, $B_1 C_1 \perp AC_1$ 于 C_1 , $B_2 C_2 \perp AC_2$ 于 C_2 ,

$\therefore B_1 C_1 \perp AC_1, B_2 C_2 \perp AC_2$,

$$\therefore B_1 C_1 \parallel B_2 C_2 \quad \therefore \frac{B_1 C_1}{AB_1} = \frac{B_2 C_2}{AB_2}, \frac{AC_1}{AB_1} = \frac{AC_2}{AB_2}$$

由此说明: 一个锐角的大小一定时, 它的对边与斜边的比值及邻边与斜边的比值也一定.

如图 6-1-3, 设 $B_1 C_1 \perp AC_1$ 于 C_1 , $B_2 C_2 \perp AC_2$ 于 C_2 , $AB_1 = AB_2$.

$\therefore B_1 C_1 > B_2 C_2, AC_1 < AC_2$,

$$\therefore \frac{B_1 C_1}{AB_1} > \frac{B_2 C_2}{AB_2}, \frac{AC_1}{AB_1} < \frac{AC_2}{AB_2}.$$

由此说明: 一个锐角的大小发生变化时, 它的对边与斜边的比值及邻边与斜边的比值也随之发生变化.

于是, 我们把这种边角关系定义为锐角的正弦和余弦.

【解析难点】 本节难点是正弦和余弦的增减性.

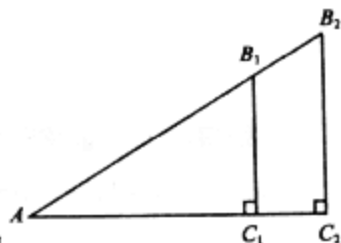


图 6-1-2

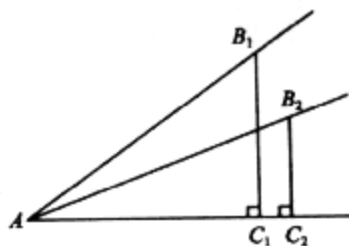


图 6-1-3

如图 6-1-4, $\angle B_2AC_2 > \angle B_1AC_1$, $AB_2 = AB_1$, $B_2C_2 \perp AC_2$ 于 C_2 , $B_1C_1 \perp AC_1$ 于 C_1 .

$\therefore \angle B_2AC_2 > \angle B_1AC_1$, $AB_2 = AB_1$,

$$\therefore \frac{B_2C_2}{AB_2} > \frac{B_1C_1}{AB_1}, \frac{AC_2}{AB_2} < \frac{AC_1}{AB_1}.$$

即 $\sin \angle B_2AC_2 > \sin \angle B_1AC_1$, $\cos \angle B_2AC_2 < \cos \angle B_1AC_1$,

由此说明:锐角的正弦值随着角度的增大而增大,锐角的余弦值随着角度的增大而减小.

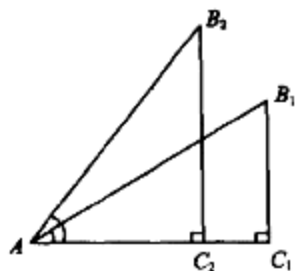


图 6-1-4

精英题再现

例 1 在如图 6-1-5, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 根据下列条件求 $\sin A$ 的值.

(1) $AC = 3$, $AB = 5$; (2) $\cos A = \frac{3}{5}$.

【解析】 第(1)题先用勾股定理求出 BC , 再根据正弦的定义解答; 第(2)题既可以根据正弦的定义解答, 又可以根据正弦和余弦的关系解答.

【解】 (1) 根据勾股定理, 得: $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$.

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}.$$

(2) 解法一: 因为 $\cos A = \frac{3}{5}$, 所以设 $AC = 3k$, $AB = 5k$,

根据勾股定理, 得: $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{25k^2 - 9k^2} = 4k$.

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}.$$

解法二: 根据 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 得: $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} =$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}.$$

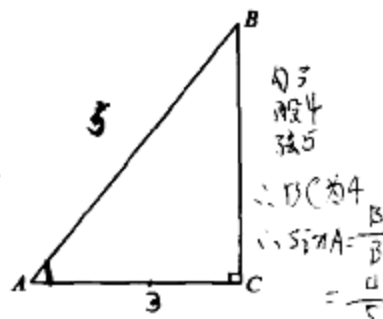


图 6-1-5

例 2 计算

(1) $\sqrt{2}\sin 45^\circ - \frac{1}{2}\cos 60^\circ$;

(2) $\frac{\sin 18^\circ \cdot \sin 90^\circ}{(\sin^2 12^\circ + \sin^2 78^\circ) \cos 72^\circ}$;

(3) $\sqrt{(1 - \cos 80^\circ)^2} + \frac{\sin 80^\circ - \cos 80^\circ}{\sqrt{(\cos 80^\circ - \sin 80^\circ)^2}}$

【解析】 第(1)题直接代入特殊角的三角函数值; 第(2)题要利用公式 $\sin A =$

$\cos(90^\circ - A)$ 和公式 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 进行计算;第(3)题利用 $\sqrt{a^2} = |a|$ 进行化简.

$$[\text{解}] \quad (1) \sqrt{2} \sin 45^\circ - \frac{1}{2} \cos 60^\circ$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 1 - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

$$(2) \frac{\sin 18^\circ \cdot \sin 90^\circ}{(\sin^2 12^\circ + \sin^2 78^\circ) \cos 72^\circ}$$

$$= \frac{\sin 18^\circ \cdot 1}{(\sin^2 12^\circ + \cos^2 12^\circ) \cdot \sin 18^\circ}$$

$$= 1$$

$$(3) \sqrt{(1 - \cos 80^\circ)^2} + \frac{\sin 80^\circ - \cos 80^\circ}{\sqrt{(\cos 80^\circ - \sin 80^\circ)^2}}$$

$$= |1 - \cos 80^\circ| + \frac{\sin 80^\circ - \cos 80^\circ}{|\cos 80^\circ - \sin 80^\circ|}$$

$$= 1 - \cos 80^\circ + \frac{\sin 80^\circ - \cos 80^\circ}{\sin 80^\circ - \cos 80^\circ}$$

$$= 2 - \cos 80^\circ$$

例 3 已知 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{8}$, 且 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, 求 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值

解析 由 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{8}$ 可联想到完全平方式, 再利用正弦和余弦的平方关系即可求值.

$$[\text{解}] \quad \because 0^\circ < \alpha < 45^\circ$$

$$\therefore \cos \alpha > \sin \alpha$$

那么 $\sin \alpha - \cos \alpha < 0$

$$\therefore \sin \alpha - \cos \alpha = -\sqrt{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}$$

$$= -\sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= -\sqrt{1 - 2 \times \frac{1}{8}}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

点拨 当 $a < 0$ 时, $a = -\sqrt{a^2}$.



中考链接

本节内容在中考中主要考查求锐角的正弦、余弦值,正弦、余弦函数的增减性,同角、余角的三角函数关系的灵活运用.一般以填空题、选择题的形式命题,也有少量的与其它知识结合的综合题.

例 3 (2002·北京东城)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 斜边 $c = 5$, 两直角边的长 a 、 b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 2m - 2 = 0$ 的两个根, 求 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中较小锐角的正弦值.

【解析】 利用一元二次方程根与系数的关系建立 a 、 b 与 m 之间的关系, 再利用勾股定理列出关于 m 的方程, 求出 m 的值, 从而进一步即可求解.

【解】 $\because a$ 、 b 是方程 $x^2 - mx + 2m - 2 = 0$ 的两个根

$$\therefore a + b = m, ab = 2m - 2$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $a^2 + b^2 = c^2$

$$\therefore (a + b)^2 - 2ab = c^2, \text{ 即 } m^2 - 2(2m - 2) = 25$$

解这个方程, 得 $m_1 = 7, m_2 = -3$

$\because a$ 、 b 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两条直角边的长

$\therefore a + b = m > 0$, 因此, $m = -3$ 不合题意, 舍去, 只取 $m = 7$. 把 $m = 7$ 代人

原方程, 得 $x_1 = 3, x_2 = 4$, \therefore 较小锐角的正弦值是 $\sin A = \frac{3}{5}$.



发散思维占坑

【问题 1】 完全平方公式在三角函数中的灵活运用问题

由于正弦函数与余弦函数存在平方关系 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$, 所以, 完全平方公式在三角函数中有广泛的应用.

例 4 已知 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{60}{169}$, 且 $45^\circ < \alpha < 90^\circ$, 求 $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ 的值.

【解析】 已知一个关系式, 还有一个平方关系式 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 由这些关系化出方程(组)进行解答.

【解】 解法一: $\because 45^\circ < \alpha < 90^\circ$

$$\therefore \sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} = \sqrt{1 + 2\sin \alpha \cos \alpha} = \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{60}{169}} = \frac{17}{13}$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2} = \sqrt{1 - 2\sin \alpha \cos \alpha} = \sqrt{1 - \frac{120}{169}} = \frac{7}{13}$$

$$\text{解关于 } \sin \alpha, \cos \alpha \text{ 的方程组 } \begin{cases} \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{17}{13} \\ \sin \alpha - \cos \alpha = \frac{7}{13} \end{cases}$$

$$\text{得 } \sin\alpha = \frac{12}{13}, \cos\alpha = \frac{5}{13}$$

$$\text{解法二: } \sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{(\sin\alpha + \cos\alpha)^2} = \sqrt{1 + 2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{17}{13}$$

所以 $\sin\alpha, \cos\alpha$ 是一元二次方程 $x^2 - \frac{17}{13}x + \frac{60}{169} = 0$ 的两根.

$$\text{解这个一元二次方程, 得 } x_1 = \frac{12}{13}, x_2 = \frac{5}{13}$$

$$\because 45^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$\therefore \sin\alpha > \cos\alpha$$

$$\therefore \sin\alpha = \frac{12}{13}, \cos\alpha = \frac{5}{13}$$

点拨 把完全平方公式运用到三角函数中, 就有 $(\sin\alpha \pm \cos\alpha)^2 = 1 \pm 2\sin\alpha\cos\alpha$ 这种关系, 我们经常要用到.

【问题 2】 正弦函数、余弦函数与一元二次方程的综合问题

由上例第二种解法可知, 锐角的正弦和余弦与一元二次方程知识的结合, 变化多样, 难度较大, 现再举一例.

例 6 m 为何值时, 方程 $(m+15)x^2 - (3m+5)x + 12 = 0$ 的两根分别是一个直角三角形的两锐角的正弦.

【解析】 利用 $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + 2\sin\alpha\cos\alpha$, 根据根与系数的关系, 建立关于 m 的方程, 即可求得 m 的值.

【解】 设直角三角形的两锐角的正弦分别为 $\sin A, \sin B$.

$$\because \angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \sin B = \cos A$$

由一元二次方程根与系数的关系, 得

$$\sin A + \cos A = \frac{3m+5}{m+15} \quad ①$$

$$\sin A \cdot \cos A = \frac{12}{m+15} \quad ②$$

$$\text{将①两边平方, 得 } 1 + 2\sin A \cos A = \left(\frac{3m+5}{m+15}\right)^2 \quad ③$$

$$\text{把②代入③, 得 } 1 + \frac{24}{m+15} = \left(\frac{3m+5}{m+15}\right)^2$$

$$\text{化简, 整理, 得 } m^2 - 3m + 70 = 0 \quad ④$$

$$\text{解这个方程, 得 } m_1 = 10, m_2 = -7$$

经检验, $m_1 = 10, m_2 = -7$ 都是方程④的根, 但当 $m = -7$ 时, $\sin A + \cos A =$

$$\frac{3 \times (-7) + 5}{-7 + 15} = -2 < 0, \text{ 故 } m = -7 \text{ 应舍去, 把 } m = 10 \text{ 代入原方程, 原方程}$$

有实根.

$$\therefore m = 10$$

点拨 若 $\angle A$ 为锐角,则 $\sin A > 0, \cos A > 0$,那么 $\sin A + \cos A > 0, \sin A \cdot \cos A > 0$,所以利用一元二次方程根与系数的关系解答函数题,结果一定要满足上述条件,且还要检验其是否使原方程有实根.



教材跟踪训练

A 卷

1. 如果 α 是锐角,且 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$,那么 $\sin \alpha$ 的值是(C)

A. $\frac{9}{25}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{16}{25}$

2. 某人沿倾斜角为 β 的斜坡前进 100m,则他上升的最大高度是(B.)

A. $\frac{100}{\sin \beta}$ m

B. $100 \sin \beta$ m

C. $\frac{100}{\cos \beta}$ m

D. $100 \cos \beta$ m

3. 已知 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 的各边都缩小 m 倍,得到对应的 $\text{Rt}\triangle ABC$,则锐角 A 的正弦值是(D)

A. $m \sin A'$

B. $\frac{1}{m} \sin A'$

C. $\frac{m}{\sin A}$

D. $\sin A$

4. 若 α, β 都是锐角,且 $\alpha + \beta = 90^\circ, \sin(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - \beta)$,则 α, β 的关系是(C.)

A. $\alpha = 2\beta$

B. $\beta = 2\alpha$

C. $\alpha = \beta$

D. $\alpha - \beta = 45^\circ$

5. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,若 $\frac{\sin C}{\cos 30^\circ} = 1$,则 $\angle C =$ (C.)

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

6. 已知 $\cos A - \frac{1}{2} = 0$,则锐角 $\angle A = 60^\circ$

7. $\sin^2 20^\circ + \sin^2 80^\circ = 1$

8. $\frac{1}{2} \sin 60^\circ \times \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{6}}{8}$

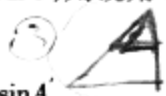
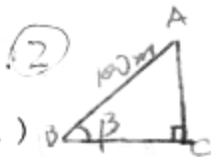
9. 用不等号或等号连接 $\sin 50^\circ > \sin 40^\circ, \cos 50^\circ < \cos 40^\circ, \sin 50^\circ > \cos 40^\circ$.

10. $2 \sin(20^\circ + \alpha) = \sqrt{3}$, 且 $0^\circ < \alpha < 70^\circ$, 则 $\alpha = 40^\circ$.

11. 计算

(1) $\frac{\sin 50^\circ}{\cos 40^\circ} - \sin 35^\circ + \cos 55^\circ;$

(2) $\sqrt{(\frac{1}{2} - \cos 45^\circ)^2} - |2 \sin 60^\circ - \sin 30^\circ|;$



Handwritten notes and calculations:
 $\frac{AC}{100} = \sin \beta$
 $\frac{BC}{AB} = \frac{BC'}{A'B'}$
 $\frac{BC}{m \cdot AB} = \frac{BC}{AB}$
 $\frac{1}{m} \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{AB}$
 $\frac{1}{m} = 1 \Rightarrow m = 1$
 $\sin C = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle C = 60^\circ$
 $\sin(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - \beta)$
 $\sin(90^\circ) = \cos(\alpha - \beta)$
 $1 = \cos(\alpha - \beta)$
 $\alpha - \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \beta$

(3) $\sqrt{\cos^2(90^\circ - \alpha) - 2\sin\alpha + 1}$;

(4) $\sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \cdots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$.

12. 解下列不等式

(1) $(\sin 80^\circ - \sin 30^\circ)x < \sin 80^\circ - \sin 30^\circ$; (2) $(\cos 80^\circ - \cos 30^\circ)x < \cos 80^\circ - \cos 30^\circ$.

13. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 $\angle C$ 的度数.

14. 已知 $3 + 2\sqrt{2}$ 是方程 $x^2 - 10x \cdot \sin\theta + 1 = 0$ 的一个根, 求 $\cos\theta$ 的值.

15. 如图 6-1-6, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 在 BC 上, $BD = 4$, $AD = BC$, $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$, 求(1) DC 的长; (2) $\sin B$ 的值.

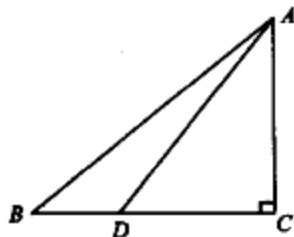


图 6-1-6

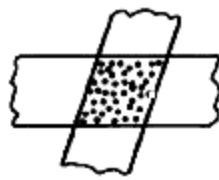


图 6-1-7

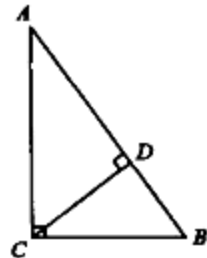


图 6-1-8

B 卷

1. (2001·黄冈) 如图 6-1-7, 两条宽度为 1 的纸条, 交叉重叠放在一起, 且夹角为 α , 则重叠部分的面积为()

- A. $\frac{1}{\sin\alpha}$ B. $\frac{1}{\cos\alpha}$ C. $\sin\alpha$ D. 1

2. (天津) 已知 $\sin\alpha + \cos\alpha = m$, $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = n$, 则 m, n 的关系是()

- A. $m = n$ B. $m = 2n + 1$ C. $m^2 = 2n + 1$ D. $m^2 = 1 - 2n$

3. 若 α 为锐角, 且 $2\cos^2\alpha + 7\sin\alpha - 5 = 0$, 则 α 的度数为()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 30° 或 60°

4. (2001·四川) 如图 6-1-8, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的高, 已知 $\sin \angle ACD = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{BC}{AB} =$ _____.

5. $\sin 28^\circ \cdot \cos 62^\circ + \cos 28^\circ \cdot \sin 62^\circ =$ _____.

6. $\sin(30^\circ + \theta) = \frac{3}{5}$, 则 $\cos(60^\circ - \theta) =$ _____.

综合题

7. 比较下列各式的大小:

(1) $2\sin 30^\circ \cos 30^\circ$ 与 $\sin 60^\circ$; (2) $2\sin 45^\circ \cos 45^\circ$ 与 $\sin 90^\circ$.

想一想

 $\sin 2\alpha$ 与 $2\sin\alpha\cos\alpha$ 是否一定相等?

8. 计算: $\frac{1}{2}(3-\pi)^0 \cdot (-2)^2 + \frac{2\sin 30^\circ}{\sqrt{3}+2} + 2(2\sin 60^\circ - 2\sin 30^\circ)^{-1}$.

9. 已知 $\sin\alpha, \cos\alpha$ 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个根, 求证: $p^2 - 2q - 1 = 0$.

应用与创新题

10. 如图 6-1-9, 自卸车车厢的一个侧面是矩形 $ABCD$, $AB = 3\text{m}$, $BC = 0.5\text{m}$, 车厢底部距离地面 1.2m . 卸货时, 车厢倾斜的角度 $\theta = 60^\circ$, 问此时车厢的最高点 A 距离地面多少米? (精确到 1m)11. 已知二次方程 $3x^2 - 4x \cdot \sin\alpha + 2(1 - \cos\alpha) = 0$ 有两个不相等的实数根, α 为锐角, 求 α 的取值范围.12. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 为锐角, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别是 a, b, c , 试证: $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2}bc\sin A$.

想一想

再填空: $S = \frac{1}{2}ab$ _____; $S = \frac{1}{2}ac$ _____.

中考精题回眸

13. (2002·沈阳) 若 $\angle A$ 是锐角, 且 $\sin A = \cos A$, 则 $\angle A$ 的度数是()

- A.
- 30°
- B.
- 45°
- C.
- 60°
- D.
- 90°

14. (2002·黄冈) 已知 $\angle A$ 为锐角, 且 $\cos A \leq \frac{1}{2}$, 那么()

- A.
- $0^\circ < A \leq 60^\circ$
- B.
- $60^\circ \leq A < 90^\circ$
-
- C.
- $0^\circ < A \leq 30^\circ$
- D.
- $30^\circ \leq A < 90^\circ$

15. (2001·黑龙江) 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, 若关于 x 的方程 $(b+c)x^2 - 2ax + c - b = 0$ 有两个相等的实根, 且 $\sin B \cdot \cos A - \cos B \cdot \sin A = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为()

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形
-
- C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

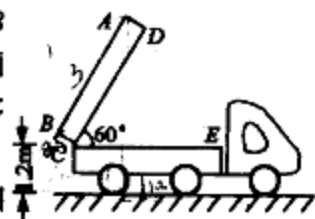


图 6-1-9



参考答案与点拨

A 卷

1. C 2. B 3. D 4. C 5. C 6.
- 60°
7. 1 8.
- $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- 9.
- $>$
- $<$
- $=$
- 10.
- 40°

11. (1) 1 (2) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}$ (3) $1 - \sin \alpha$ (4) $8 \frac{1}{2}$ 12. (1) $x < 1$ (2) $x > 1$ 13. 75° 14. $\frac{4}{5}$ 15.
 (1) 6 (点拨: 设 $CD = 3k, AD = 5k$, 则 $4 + 3k = 5k$) (2) $\frac{4\sqrt{41}}{41}$

B 卷

1. A 2. C 3. A 4. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 5. 1 6. $\frac{3}{5}$ 7. (1) 相等 (2) 相等 想一想答案: 一定相等. 8. 5
 9. 由题意知: $\sin \alpha + \cos \alpha = -p, \sin \alpha \cos \alpha = q, \therefore p = -(\sin \alpha + \cos \alpha), q = \sin \alpha \cos \alpha$
 $\therefore p^2 - 2q - 1 = [-(\sin \alpha + \cos \alpha)]^2 - 2\sin \alpha \cos \alpha - 1 = 0$
 10. 过点 A, D 分别作 $AG \perp CE$ 于 $G, DF \perp CE$ 于 F , 过 D 作 $DH \perp AG$ 于 H , 则有 $DF = CD \sin 60^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $AH = AD \cdot \cos 60^\circ = 0.5 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, 于是 A 点离地面的高度为 $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{4} + 1.2 \approx 4(\text{m})$.
 11. 依题意知 $(-4\sin \alpha)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2(1 - \cos \alpha) > 0$, 可化为 $(\cos \alpha - 1)(2\cos \alpha - 1) < 0, \therefore \alpha$ 为锐角,
 $\therefore \cos \alpha < 1, \therefore \cos \alpha - 1 < 0$, 故 $2\cos \alpha - 1 > 0, \cos \alpha > \frac{1}{2}, \therefore \alpha < 60^\circ$, 即 $0^\circ < \alpha < 60^\circ$.
 12. 作 $BD \perp AC$ 于 D , 则 $\sin A = \frac{BD}{AB}, \therefore BD = AB \cdot \sin A = c \sin A, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BD \cdot AC = \frac{1}{2} bc \sin A$ 想一想答案: $\sin C \sin B$ 13. B 14. B
 15. D (点拨: \therefore 方程有两相等实根, 则有 $(2a)^2 - 4(b+c)(c-b) = 0, \therefore a^2 + b^2 = c^2$, 又在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin B = \frac{b}{c} \cos A = \frac{b}{c} \cos B = \frac{a}{c} \sin A = \frac{a}{c}$, 代入 $\sin B \cdot \cos A - \cos B \sin A = 0$ 中得 $\frac{b^2 - a^2}{c^2} = 0, \therefore b^2 - a^2 = 0, \therefore a = b$, 故选 D.)

6.2 正切和余切

学法导引

分三个层次进行探讨:

1. 在直角三角形中定义正切、余切.
2. 利用定义证明各种关系式.
3. 利用定义和各种关系式进行化简和计算.