中学数学习题集

包头市教育局教研室
包头市教师函授总站

序　言

在粉碎“四人帮”后的一年里，英明领袖华主席领导全国军民“抓纲治国”“大干快上”初见成效。教育战线形势大好，被“四人帮”破坏了的学风得到迅速扭转，学生学习空气日益高涨。战斗在教学第一线的广大青年教师和青少年学生渴望能演算更多的习题，理解和提高基础理论。这样，我们就产生了编写一本习题集的想法，于是在教育局党委和广大师生的关怀和支持下，我们的编写愿望付诸实现了。

这本习题集的诞生，应当感谢我市教育第一线的靳铁珍、芦馥芳、刘东昌、刘方彬、肖增润、赵炳麟、李宇文、周振声、王孚保、陈林、计重伟、胡文孝等位老师。他们利用业余时间，克服了重重困难，经过辛勤劳动，选录和编写了习题集并在协商讨论后，由计、胡二同志审核整理而定稿。

陈林同志为本习题集进行了孜孜不倦的努力和有效的组织工作。

由于编写者的水平有限，又在编写过程中才见到了新的数学教学大纲《征求意见稿》，因此，在较短的时间内增添了一部分习题内容，但终因仓促，一定会有许多错误和缺点，为了早日实现四个现代化，我们将勇于接受读者的批评意见，为提高我市数学教学水平，为提高习题集的质量作进一步的努力。

包头市教育局教师函授总站
包头市教育局教　研　室

1977年11月．

目　　录

第一章　实　数

1．下面这些判断对不对？为什么？

（1）一切有理数都可以写成有限小数的形式；

（2）一切无限小数都是无理数；

（3）一切小数（有限小数或者无限小数）都是实数．

2．试举出一个数，它既是实数，也是有理数，也是分数，也是正数．

能否找出一个数，它既是无理数，也是分数，也是负数。

3．（1）试说明：在任意两个有理数a，b（$a<b$）之间，至少存在有理数r满足条件

$$a<r<b.$$

（2）试说明：有理数集合具有稠密性．

4．举例说明：在〔2,3〕中至少存在一个数不是有理数．

5．（1）证明：如果一个自然数m的平方能够被3整除，这个自然数一定能够被3整除．

（2）利用上面的结论，证明：$\sqrt{3}$是无理数．

（3）证明：lg3是无理数．

6．下面判断是正确的？还是错误的？为什么？

（1）－5的平方是25．

（2）49的平方根是－7．

（3）－1的立方根是－1．

（4）$(-5)^2$的算术根是－5．

7．在下列各数中，哪些是有理数？哪些是无理数？

（1）$\sqrt[4]{81}$　　（2）$\frac{1-\sqrt{2}}{2}$　　（3）1.4142

（4）$\pi=3.1415\cdots\cdots$　（5）$\lg 5$　　（6）$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

（7）$3\sqrt{3}$　　（8）$\sin\frac{180^\circ}{\pi}$　　（9）0.03°

（10）　0　（11）$2\sqrt{2}\sin 75^\circ$　（12）$\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[6]{32}$

（13）$-0.571428571428571428\cdots\cdots$

（14）$0.3121121112\cdots\cdots$

（15）$16\log_9 \operatorname{tg}(-840^\circ)$

（16）$\lg(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}})$

（17）$(\lg\frac{75}{16}-2\lg\frac{5}{9}+\lg\frac{16}{27})$

（18）$[81^{-0.25}-(-3\frac{3}{8})^{-\frac{1}{3}}]^{-\frac{1}{2}}$

8．（1）在正分数集合里有无最大和最小的数．

（2）在负整数集合里有无最大和最小的数．

（3）在整数集合、有理数集合或实数集合里有无最大和最小的数．

9．由绝对值的定义表示式子 $|3-2x|$．

10．化简：

（1）$a-|a-2|$　　（2）$||a+3|-|a+6||$．

11．x是什么数值时，下列等式是正确的：

（1）$|(x-2)+(x-9)|=|x-2|+|x-9|$

（2）$|(x-4)-(x-6)|=|x-4|-|x-6|$

（3）$|(x-1)(x-4)|=-(x-1)(x-4)$

（4）$\left|\dfrac{x-\frac{1}{2}}{x-0.7}\right|=\dfrac{\left|x-\frac{1}{2}\right|}{|x-0.7|}$.

（5）$\dfrac{x-3}{2-x}=\dfrac{x-3}{2-x}$.

12．怎样理解下列断语：所有实数的集合与数轴上所有点的集合成一一对应的关系．

13．一种工件的标准尺寸是30毫米，合格品最多容许比它大0.15毫米，最多容许比它小0.1毫米，我们记作$30^{+0.15}_{-0.1}$试用区间表示．

14．在数轴上表示出下列集合中的所有点．

（1）（9，11）中的所有整数．

（2）$|x|\leqslant 4$．

（3）和2上下相差不到0.3的一段．

（4）$|x|>1\frac{1}{3}$．

（5）$(-\infty,-3)$．

（6）$(0.5,+\infty)$．

15．试在数轴上找出满足下列关系式的a的位置：

（1）$|a-\sqrt{2}|=3$　　（2）$|a-\sqrt{3}|<3$

（3）$|a-\sqrt{5}|>\sqrt{3}$

16．比较下列两数大小

（1）$\sqrt{10}$和π　　（2）$\sqrt[4]{4}$和$\sqrt[6]{\dfrac{63}{8}}$

（3）$\sqrt{\dfrac{1}{a^2}}$和$\sqrt[3]{-\dfrac{1}{8}}$　　（4）$-\left|-\dfrac{7}{12}\right|$和$-\left(-\dfrac{5}{6}\right)$

17．在怎样的条件下：

（1）$a-b<a+b$　　　　（2）$ab>\frac{a}{b}$

18．是否可以断定$a+1$大于1，$3a$大于a，a大于$\frac{a}{2}$呢？

9．不查表，求$\sqrt[3]{2}$的近似值（精确到0.1）．

20．六种代数运算里，在规定零不能做除数之后，哪些可以永远在：

（1）自然数集合里实施？

（2）整数集合里实施？

（3）有理数集合实施？

（4）实数集合里实施？

21．若A和B都是N的倍数，则它们的和、差、积是否是N的倍数？

22．若a、b都是有理数，能不能说它们的和、差、积、商

$$a+b、\ a-b、\ a\cdot b、\ \frac{a}{b}\ (b\neq 0)$$

等都仍是有理数．

23．二个无理数的和、差、积、商仍为无理数吗？

24．在实数集合里，开奇次方永远可以实施吗？开偶次方永远可以实施吗？在有理数集合里呢？

25．（1）设a、b都是有理数，求证：形如$a+b\sqrt{2}$的数的集合对于加、减、乘、除运算是封闭的（可否实施）．

（2）设x、y是有理数，且$(x-y\sqrt{2})^2=9-4\sqrt{2}$，求$x$、$y$的值．

26．计算下列各题（能用简便方法的，要求用简便方法）．

（1）$2-2\frac{1}{2}+1\div3-5\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}-4\frac{1}{4}$．

（2）$-0.5+2.74-2.5\div2-1.75\times3+0.33$．

（3）$0-(0-1)\times2+0\div(2-1)-(0+1)\times1$．

（4）$4.4+8\frac{1}{3}+[(-0.1)+11\frac{2}{3}]$．

（5）$31\frac{1}{3}\times41\frac{1}{2}-11\frac{1}{3}\times41\frac{1}{2}-7.5\times11\frac{1}{5}$．

（6）$(-8)\times(-4)\times(-4)\times12.5$．

（7）$\left[\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]\times(-8)$

（8）$(-2\frac{13}{15})\div(-0.8)+(-1\frac{2}{15})\div(+0.8)-(-9\frac{11}{15})\div(-\frac{4}{5})$．

（9）$1\frac{1}{2}\times[3\times(-\frac{2}{3})^2-1]-8\times[(-2)^2-(-4.5+3)]$．

（10）$5-3\times\{-2+4\times[-3\times(-2)^2-(-4)\div(-1)^3]-7\}$．

（11）$(16\frac{22}{45}\times\frac{1}{2}-1\frac{61}{72}\times2)\times(-\frac{5}{7}-198.9\div(5.5+9\frac{31}{40}\div2.3)+1.47\times(-0.1)^3$．

（12）$\dfrac{1.08\times10^3\times1.06\times10^5}{10^3\times1.05\times203}$．

27．计算下列各题（精确到0.01）

（1）$5\sqrt[4]{\frac{1}{4}}-\sqrt{8}+\frac{1}{\sqrt{18}}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$。

（2）$\dfrac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}+\dfrac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$。

(3) $8\sqrt[3]{20\frac{1}{4}}+5\sqrt[4]{0.25}-(40\sqrt{0.08}-10\sqrt[3]{0.162})$。

28．求下列各数的倒数（精确到0.01）

(1) $2-\sqrt{3}$　　　　(2) $5+2\sqrt{6}$

第二章　代数式和超越式

§1　有理式

29．哪些运算是代数运算？你所知道的非代数运算有哪些？

30．判别下列各式是否为代数式，超越式还是等式？

（1）$ax-by^2+\frac{1}{2}$　　（2）$\frac{ac}{b}$（$b\neq 0$）

（3）$\sqrt{x-5}$　　（4）$x^{\frac{1}{3}}$

（5）2　　（6）5

（7）$\log_a x$　　（8）$\sin x$

（9）$ax+b=0$　　（10）$a^{\log_a N}$

（11）$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

（12）$1+a-\frac{1}{b}\cdot\sqrt{ab}$（$b\neq 0$）

31．用x表示"某数"，把下面的话写成数学式子．

（1）某数的$\frac{1}{n}$．

（2）某数的m倍与a的差．

（3）某数的3倍是b．

（4）某数与其倒数的算术平均数．

32．两个数的和是26，用式子表示这两数的积．

33．两数的平方和减去这两数和的平方，用式子表示这句

话。

34．浓度是75%的酒精溶液x毫升，用代数式表示其中纯酒精的量。

35．环形跑道周长是400米，甲乙两人同时同地同向出发，甲的速度是每分钟a米，乙的速度是每分钟b米（$a>b>0$），x分钟又相遇。用式子表示这句话。

36．某厂去年计划生产a件产品，实际生产了b件产品（$b>a>0$），用百分数表示去年的年增产率。

37．水结成冰时，体积增加了$\frac{1}{n}$，冰化成水时体积减少了（冰的体积的）几分之几？

38．三个数之比为$a:b:c$，三个数之和为m，用式子表示出这三个数。

39．一个四位数：千位数码为a_4，百位数码为a_3，十位数码为a_2，个位数码为a_1，用式子表示出这个数。

40．一个三位数，三个数码成等差递增数列，公差为2，并且个位数码a最小，用式子表示这个三位数。

41．写出以边长为a的正方形的四条边作直径向正方形内画四个半圆所围成的四叶形面积S的数学表达式。

42．用Σ表示和的符号，例如$\sum\limits_{i=1}^{n} a_i = a_1+a_2+a_3+\cdots+a$

写出（1）$\sum\limits_{i=1}^{5} a_i$，　　（2）$\sum\limits_{i=1}^{4} a^2_i$，

（3）$\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$，　　（4）$\sum\limits_{n=1}^{5} (2n-1)$。

43．用π表示积的符号，例如

$$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots \cdot a_n$$

写出：（1）$\prod_{i=1}^{3} a_i$　（2）$\prod_{k=1}^{n} a_k^3$

（3）$\prod_{n=1}^{5} n$

44．我们通常所用的写法写出的数（如8349等）它是用十进位制的记数法，它的特点是“逢十进一”，用0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，十个数码（不出现第十一个数码！）的某一种排列来表示某数。

因此$8349 = 8000 + 300 + 40 + 9$

$= 8 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10 + 9$

一般地，按下面顺序排列出的一个十进位制数$a_n a_{n-1} \cdots a_3 a_2 a_1$所表示的数是：

$a_n \times 10^{n-1} + a_{n-1} \times 10^{n-2} + \cdots + a_3 \times 10^2 + a_2 \times 10 + a_1$

这就是任一个十进位数可以写成关于“10”的正整数幂的和的形式。

试把：（1）十进位数50391写成关于“10”的正整数幂的和的形式。

（2）个位数是z，十位数y，百位数是x的一个三位数表示出来。

45．在电子计算机中要用到二进位制的数，它的特点是“逢二进一”，用两个数码0，1（不出现第三个数码！）的

某种排列来表示某数

数零用0表示　　　数一用1表示

数二用10表示　　　数三用11表示

数四用100表示　　　数五用101表示

……

二进位制数在右下角记2（如$(101)_2$）以区别于十进位数101．有时十进位制数在右下角记10，如$(8349)_{10}$，$(101)_{10}$

和十进位制数类似，任一个二进位制数可以写成关于2的正整数次幂的和的形式(因为它是"逢二进一"的)如

$$(101)_2=1\times2^2+0\times2+1(=5，即(101)_2=(5)_{10})$$

$$(1011)_2=1\times2^3+0\times2^2+1\times2+1(=11即(1011)_2=(11)_{10})$$

$$(10011101)_2=1\times2^7+1\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+1(=(157)_{10})$$

……

一般地，按下列顺序排列出的一个二进位制数$(a_n a_{n-1}\cdots a_3 a_2 a_1)_2$所表示的数是

$$a_n\times2^{n-1}+a_{n-1}\times2^{n-2}+\cdots+a_3\times2^2+a_2\times2+a_1$$

（不过这里的a_n，a_{n-1}，……a_3，a_2，a_1是0，1中的一个。）

试把：（1）二进位制数$(1111)_2$，$(10001)_2$写成关于2的正整数次幂的和的形式．

（2）二进位制数$(abcdef)_2$其中a，b，c，d，e，f

为0或1）写成关于2的正整数幂的和．

46．利用上题中的方法可以把二进位制的数换算成十进位制的数。可以利用下面的方法把十进位制的数换算成二进位制的数：

用2除这个十进位制数及各次的商，记出每次的余数（或0或1）直至商是0为止，把逐次的余数由最后一个顺次列到最前一个即可。

例如（1）把$(13)_D$写成二进制数

```
2|13
  2|6 ··············余1
    2|3 ············余0
      2|1 ··········余1
         0 ·········余1     ∴(13)D＝(1101)2
```

$\therefore (13)_D=(1101)_2$

（2）把$(157)_D$写成二进位制数

```
2|157
  2|78 ························· 1
    2|39 ······················· 0
      2|19 ····················· 1
        2|9 ···················· 1
          2|4 ·················· 1
            2|2 ················ 0
              2|1 ·············· 0
                 0 ············· 1
```

$\therefore (157)_D=(10011101)_2$

试把（1）二进位制数$(110001010)_2$换算成十进位制数。

（2）十进位制数$(10)_D$，$(69)_D$换算成二进位制数。