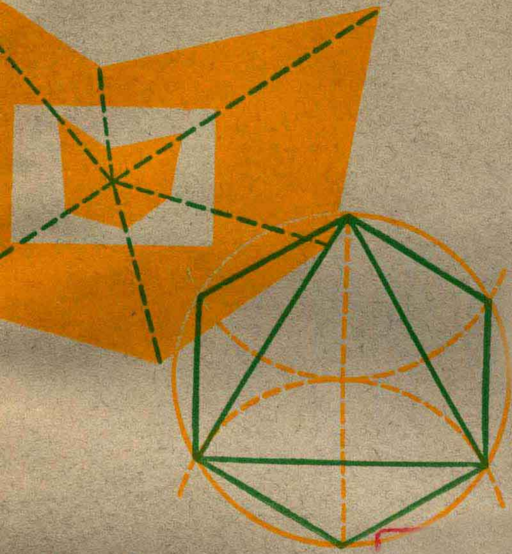


高級中学課本

平面几何

PINGMIAN JIHE

(暂用本)

編者的話

为了在数学教学中体現党的总路綫的精神，貫徹党的教育工作方針，我們新編了初級中学課本平面几何(暂用本)在这本暂用本中，改变了从公理出发的欧几里得几何体系，着重講解在生产中和进一步学习时有用的知識，并且特別注意画图和測量等技能的培养。

1960年秋季入学的高中一年級学生，他們在初中时，平面几何一般只学到“圓内接与外切三角形和四边形”。現在我們把新編的初級中学課本平面几何(暂用本)中的“第五章相似形”和“第六章正多边形、圓的周长、扇形和弓形的面积”单印成书，作为高級中学課本平面几何(暂用本)，供这一年級学生使用。估計本册书的教学时間可以比原来縮短一半以上。希望教完本册书后，就接着开設新課。

本册的实习作业在設备和其他条件困难的学校可以根据具体条件选教其中的一部分或暂时不教。

虽然我們作了一些努力，但书中一定还会存有許多問題和缺点，希望教师灵活运用本书，并希望把教学实踐中所发現的問題随时寄給我們，以便再版时修改。

人民教育出版社

1960年5月

目　录

第五章　相似形

I　成比例的綫段

47. 两条綫段的比　在生产和生活中，我們常常要把一个图形放大或者縮小．例如，画一架車床的图样、制做建筑物的模型、画出一个机械零件的放大图等等．为了研究图形放大和縮小的問題，先研究綫段的放大和縮小．

用同样的长度单位来量两条綫段，所得的数的比叫做这两条綫段的比．例如，两地間的实际距离是 250 米，而画在图上的距离是 5 厘米，即 0.05 米，那么 0.05:250(也就是 1:5000)就是图距与实距的比．这个比就表示了图距与实距的放大縮小关系，就是：图距是实距的$\frac{1}{5000}$，实距是图距的 5000 倍．

48. 成比例的綫段　把一幅矩形的图放大或縮小时，我們总是使矩形的长和寬放大或縮小相同的倍数．如图 151 中，原

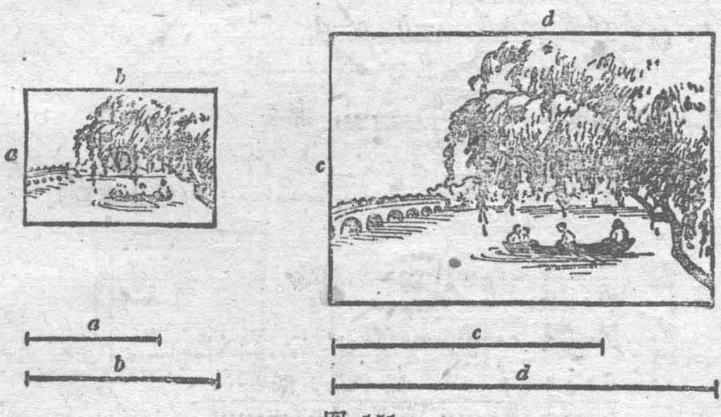


图 151

来的长 b 放大 2 倍后为 d，原来的寬 a 放大 2 倍后为 c. 这时，d 和 b 的比就等于 c 和 a 的比(都等于 2)：

$$d:b=c:a.$$

如果两对綫段的比相等，这两对綫段就叫做成比例的綫段.

根据綫段的比的意义，两条綫段的比和由綫段組成的比例，分别具有两个数的比和由数組成的比例的性質. 所以，关于数的比和比例的性質，也完全适用于綫段的比和綫段的比例.

我們已經知道，在任何比例里，两个外項的积等于两个內項的积，并且可以交換它的两个內項，可以交換它的两个外項，可以同时交換它的每一个比的前項和后項. 除了这些性質，下面两个性質，以后我們也要用到：

(1) 如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那么 $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$(合比定理)，

$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$(分比定理).

$\because\ \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，$\therefore\ \frac{a}{b}+1=\frac{c}{d}+1$，$\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1$，

就是 $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$，$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$.

(2) 如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\cdots$，那么

$$\frac{a+c+e+\cdots\cdots}{b+d+f+\cdots\cdots}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\cdots\text{(等比定理)}.$$

設 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\cdots=k$，那么

$$a=bk,\ c=dk,\ e=fk,\ \cdots\cdots.$$

$$\therefore\ \frac{a+c+e+\cdots\cdots}{b+d+f+\cdots\cdots}=\frac{bk+dk+fk+\cdots\cdots}{b+d+f+\cdots\cdots}$$

$$=\frac{k(b+d+f+\cdots\cdots)}{b+d+f+\cdots\cdots}$$

$$=k=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\cdots.$$

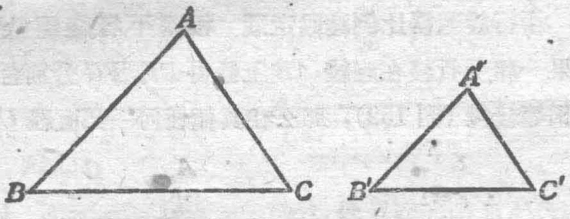
习题十五

1. 举出把图形放大或者縮小的实际例子.

2. 画$\triangle ABC$,使$AB=15mm$, $BC=18mm$, $CA=10mm$. 延长AB到D,使$BD=30mm$. 从D作$DE\parallel BC$,交AC的延长綫于E. 量DE和AE的长,并且計算下列各比:

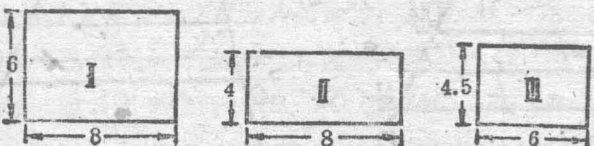
(1) $\frac{AD}{AB}$, $\frac{AE}{AC}$, $\frac{DE}{BC}$; (2) $\frac{AB}{BD}$, $\frac{AC}{CE}$.

3. 量图中两个三角形的各边和各角,并且計算$\frac{AB}{A'B'}$, $\frac{AC}{A'C'}$和$\frac{BC}{B'C'}$.



(第3题)

4. 下面三个矩形中,哪两个的长和寬成比例?



(第4题)

5. (1)塔高 9 丈，影长 6 丈；同时竿高 6 尺，影长 4 尺. 物高和影长是不是成比例的綫段？

(2)举出一些成比例綫段的实例.

6. 在測量中，常常使用三棱尺来帮助画图，尺上共有六种不同的刻度.

(1)在$\frac{1}{500}$的比例尺上找出 50 米、20 米、100 米的刻度.

(2)利用$\frac{1}{2000}$的比例尺画出表示下列实际距离的綫段：

120 米；300 米；410 米；276 米；504 米.

(3)說明尺上刻度的构造原理.

7. 証明：

(1)底相等的三角形面积的比等于高的比；

(2)高相等的三角形面积的比等于底的比.

49. 平行綫截得比例綫段定理 根据平行綫等分綫段定理，如果一組平行綫在直綫 AB 上截得 EF、FG 分別含有 3 个和 2 个相等綫段（图 152），那么在其他任何一条直綫 CD 上所

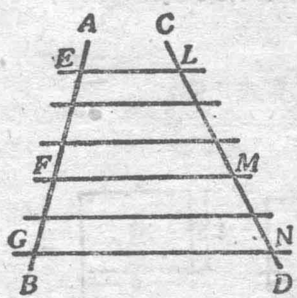


图 152

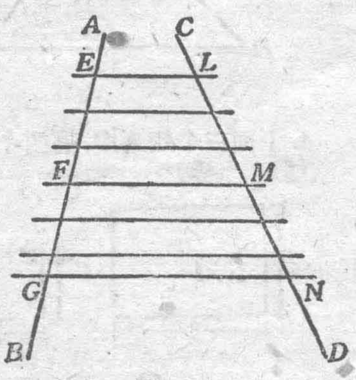


图 153

截得的 LM、MN 也分别含有3个和2个相等綫段．因此 $EF:FG=LM:MN$(都等于3:2)．这样我們可以得到下面的定理：

三条平行綫截两条直綫，截得的綫段成比例．

如果在 FG 上不是恰好截得2个相等綫段，而是2个多一些(例如2.6个，如图153)，那么只要把 EF 和 FG 上每一个相等綫段都分成10个等分，过各分点作平行綫，就可以看到 $EF:FG$ 仍等于 $LM:MN$(都等于30:26 即3:2.6)．

一角的两边 AB 和 AC 被两条平行綫 DE、BC 所截(图154)，可以看成是上面的一种特殊情况(过頂点 A 再作一条平行綫就可以看出)，所以

$$AD:DB=AE:EC.$$

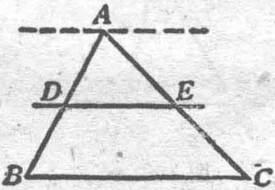


图 154

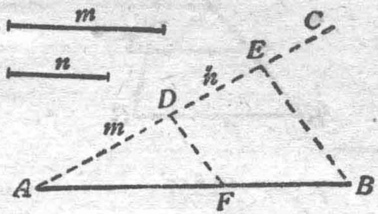


图 155

例1 把綫段 AB 分为两部分，使它們的比等于 $m:n$.

画法：过 A 任意引一条射綫 AC(图155)，在 AC 上截取 $AD=m$、$DE=n$，然后連結 EB．再过 D 点画 $DF\parallel EB$ 交 AB 得 F 点，那么 F 点就把 AB 分为两部分，并且 $AF:FB=m:n$.

例2 已知 a、b、c 三条綫段，画一条綫段 x，使 $a:b=c:x$.

画法：过 A 点画射綫 AB、AC(图156)．在 AB 上截取 $AD=a$、$DE=b$，又在 AC 上截取 $AF=c$．連結 DF，然后过 E 点画 $EG\parallel DF$ 交 AC 于 G 点，FG 就是所要画的第四比例綫段 x.

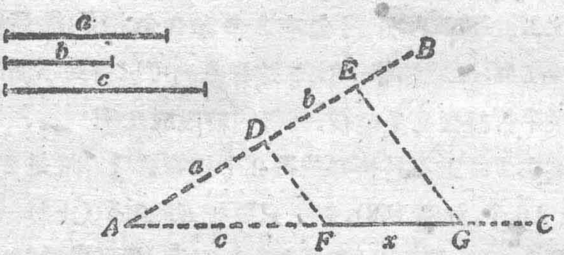


图 156

50. 相交的两条直綫截两条平行綫定理 相交于A点的两条直綫，截两条平行綫于B、D和C、E，那么$BC:DE=AB:AD$.

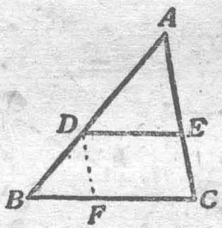


图 157

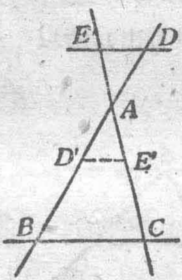


图 158

在图 157 中，过D点画$DF \parallel AC$，根据平行綫截得比例綫段定理得

$$\frac{BF}{FC}=\frac{BD}{DA}.$$

应用合比定理：

$$\frac{BF+FC}{FC}=\frac{BD+DA}{DA},$$

$$\frac{BC}{FC}=\frac{BA}{DA},$$

就是
$$\frac{BC}{DE}=\frac{AB}{AD}.$$

在图158的情况，只要在AB和AC(或它們的延長綫)上分別截取$AD'=AD$，$AE'=AE$，連結$D'E'$，就可以得到同样的結果．所以：

相交的两条直綫截两条平行綫，所截得的綫段和从交点到相应截点的距离成比例．

习题十六

1. (1)把一条長$6cm$的綫段分成$3:4$的两段；

   (2)把一条長$56mm$的綫段分成$1:2:3$的三段．

(第2題)

2. 要在AB綫上加釘一个鉚釘C，使$AC:CB=5:3$，画出鉚釘C的位置．

3. 画綫段a、b、c的第四比例綫段d：

   (1)$a=22mm$，$b=31mm$，$c=29mm$；

   (2)$a=25mm$，$b=c=18mm$．

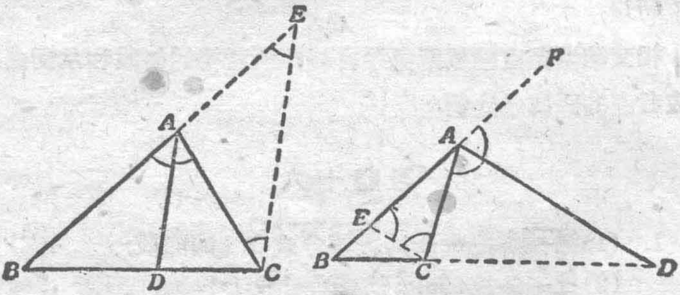
4. 把图中的象片長寬成比例地放大，使放大后的象片長$8cm$，画出放大后象片的寬．

(第4題)

5. (1)証明：三角形內角的平分綫，分对边成两条綫段，这

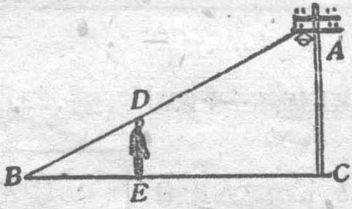
两条綫段与夾这角的两边成比例.

提示: 作$CE \parallel DA$, 交 BA 的延长綫于 E.



(第5題)

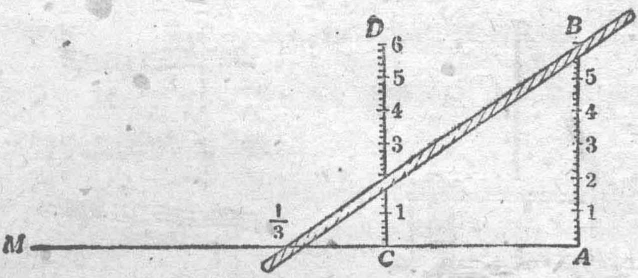
(2)設 AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 的外角的平分綫, 求証 $DB:DC = AB:AC$.



(第6題)

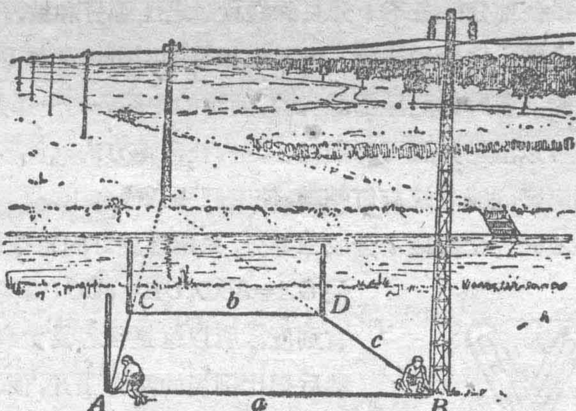
6. 有一身高 1.7 米的同志, 站在离路灯杆 8 米的地方, 人影是 4 米, 路灯的高是多少米?

7. 图中 AB、CD 都垂直于MA, 上面刻着相同的刻度. 使直尺的边沿經过 AM 上注明$\frac{1}{3}$的一点和 AB 上的任何一个刻度(例如 6), 那么这一边和CD相交处的刻度(2)恰好就是 6 的$\frac{1}{3}$. 說明这个$\frac{1}{3}$的点是怎样作出来的. 你能找出$\frac{1}{2}$的点的位置嗎?



(第7题)

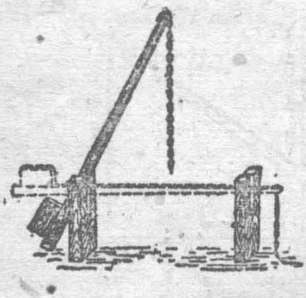
8. 两根高压电杆斜跨一条河,怎样从图中所示的方法求出它們的距离?



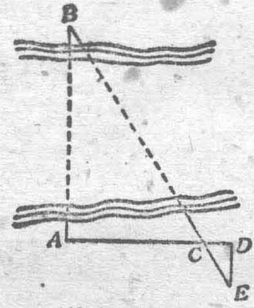
(第8题)

9. 图中,已知杠杆的短臂为 0.75m, 长臂为 3.75m, 当短臂的端点下降 0.5m 时,长臂的端点上升多少?

10. 測量河寬,先在A点面向对岸的B点,然后轉一直角,走100步到C点插一标杆,又走20步到D点,在D点再轉一直角,又走32步到E点,E、C、B恰在一直綫上。如果按每步0.75米計算,河寬AB有多少米?



（第9题）



（第10题）

51. 比例規 比例規就是根据成比例綫段的原理制成的，利用它可以很快地分一条不十分长的綫段成若干等分和按一定的比来放大或縮小已知的綫段．它是由相等的两脚 AD 和 BC（图159）构成的．各脚的两端都是尖的，两脚的中間各有一条縱沟，沟內裝有可以滑动并且可以固定在沟內任何地方的螺旋釘．我們可以把两脚圍繞着螺旋釘轉动，使它們張开或合上．

如果我們要把綫段 l 分成三等分，先把螺旋釘固定在 O 点，使 $OA=3OD$, $OB=3OC$（沿沟边刻有刻度，所以这是很容易做到的），然后把比例規的两脚張开，使 A、B 两个尖端分别落在綫段 l 的两个端点上．这时，由于 $\frac{DC}{AB}=\frac{OD}{OA}=\frac{OD}{3OD}=\frac{1}{3}$；所以 $DC=\frac{1}{3}AB$．因此把比例規倒轉过来，在綫段 l 上由一个端点起連續截取，就可以把綫段 l 分成三等分．

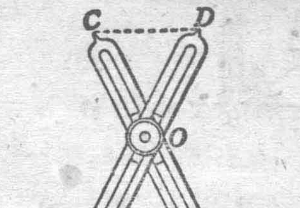


图 159

很明白的，$DC=\frac{1}{3}AB$, $AB=3DC$；換句話說，AB 縮小 3 倍就等于 DC，而 DC 扩大 3 倍就等于 AB. 所以比例規又可以用来縮小或扩大已知的綫段.

52. 对角綫尺　在画地图或平面图时，通常都应用比例尺. 例如，在比例尺为 1:5000 的图中，1 厘米的綫段表示的实际长度就是 5000 厘米，即 50 米.

为了把一条实际綫段縮短了画在紙上，就必須根据已知的比例尺，求出这条綫段在紙上相应的长度. 例如，要按 1:5000 的比例尺在平面图上画出代表 346 米的长度，就必須画一条长 $\frac{346}{5000}$米的綫段，即长 6.92 厘米的綫段.

要画出一条綫段精确到厘米的$\frac{1}{10}$，可以用刻有毫米的直尺；但要精确到厘米的$\frac{1}{100}$，用刻有毫米的直尺就不能做到；这时，我們可以利用对角綫尺.

对角綫尺也是根据成比例綫段的原理制成的，它的构造看图 160 就可以明白.

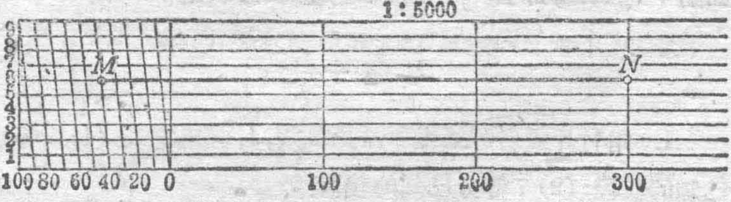


图 160

图 160 是表示按比例尺 1:5000 来画地图或平面图所用的对角綫尺，它的每两个大分点間的距离是 2 厘米；因此，它的每

两个大分点間的距离表示的实际长度就是 100 米，而每两个小分点間的距离表示的实际长度就是 10 米．要想表示实际长度的 1 米，我們必須把表示 10 米的綫段再分成 10 等分，这样的分度本来不容易作出来，但在对角綫尺上却表示得很明确．为了便于說明起見，我們从上图中单独取出一个狭长的直角三角形，并且把它放大画出来（图 161）．

图 161

在图 161 中，各平行綫把綫段 ED 分成 10 等分，因此我們可以得到下面的一些比例：

$$\frac{FG}{CD}=\frac{EG}{ED}=\frac{1}{10},\quad \frac{HK}{CD}=\frac{EK}{ED}=\frac{2}{10},\ \text{等等};$$

即
$$FG=\frac{1}{10}CD,\quad HK=\frac{2}{10}CD,\ \text{等等}.$$

因此，如果 CD 表示的实际长度是 10 米，那么 FG 表示的实际长度就是 1 米，HK 表示的实际长度就是 2 米，等等．

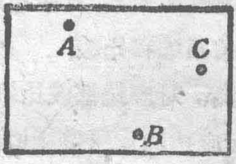
由此可知，如果我們在对角綫尺上用分割規截取一条綫段如图中的 MN，那么 MN 表示的实际长度就是 346 米．

习 題 十 七

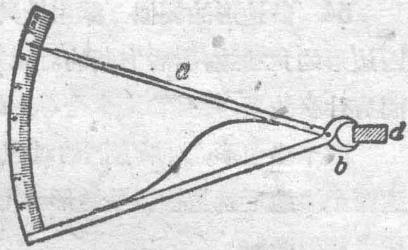
1. 用竹片或者厚紙做一个比例規，并且用它来：(1) 5 等分已知的綫段；(2) 7 等分已知的綫段．

2. 試制作一块 1:1000 的对角綫尺．

3. 图中是 1:5000 的地图上的三点，用对角綫尺量出 A、B、C 三点相互間的距离，并且算出实际距离．



（第3題）



（第5題）

4. 用 1:1000 的对角綫尺画出表示下列实际距离的綫段:

65 米，32.4 米，50.6 米.

5. 图中的鉗式卡尺可以用来测量厚度. 設 $b:a=1:10$，試由图求 d.

II 相似形

53. 相似形的概念 在生产和生活中，經常遇到形状相同的图形，例如原来的照片和放大后的照片，教室里挂的中国地图和課本中的中国地图，用不同的比例尺所繪制的同一建筑物或者机械零件图等等. 象这些形状相同的图形，我們叫它們做相似形.

我們用符号“$\backsim$”来表示相似，讀做“相似于”，如图 162 中的两个四边形是相似的，写成四边形 $ABCD \backsim$ 四边形 $A'B'C'D'$.

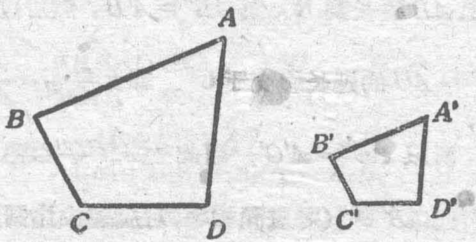


图 162

54. 多边形的相似 試用量角器和直尺度量图 162 的两个四边形的角和边，看看它們的对应角之間有什么关系，对应边之間有什么关系，并且和两个全等形的这种关系进行比較.

两个多边形，如果它們的对应角都相等，对应边都成比例，这两个多边形就是相似多边形。它們的对应边的比叫做相似比或者相似系数。

全等多边形是相似多边形的特例，它們的相似比等于1.

55. 三角形相似的判定 和三角形全等的判定相彷，三角形相似也有三个判定定理:

(1)两个对应角相等;

(2)两条对应边成比例，夹角相等;

(3)三边成比例.

要証明上面的三个定理，我們都可先在一个三角形中画一边的平行綫，得到一个和第二个三角形全等的三角形. 由于第一个三角形和所得的三角形相似，它也就和第二个三角形相似.

下面我們来証明上面的定理(2)，其余两个定理可以同样証明.

如图 163，$\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，$\angle A=\angle A'$，$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}$. 我們把 AB 延长到 B''，使 $AB''=A'B'$，然后过 B'' 画 $B''C''\parallel BC$，与 AC 的延长綫交于 C''. 那么 $\dfrac{AB}{AB''}=\dfrac{AC}{AC''}$. 但是 $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}$，所以 $AC''=A'C'$. 因此 $\triangle AB''C''\cong\triangle A'B'C'$. 既然 $\triangle ABC\backsim\triangle AB''C''$（对应角相等，对应边成比例），所以 $\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$.