

COE001

9007

边坡稳定分析的可靠度方法

大连理工大学

海岸和近海工程国家重点实验室

一九九二年十月

目 录

1. 郭雪莽,重力坝深层抗滑稳定安全度分析
第一届全国坝基岩体力学会议论文集,1992年,成都 1
2. 郭雪莽,岩体边坡滑动稳定的概率分析 8
3. 郭雪莽,岩体参数的离散特性对岩体稳定性的影响
岩石力学与工程学报,1992,已投稿 13
4. 郭雪莽,温新丽,岩体力学分析的随机有限元方法
华北水利水电学院学报,1992年第1期 21
5. Guo Xuemang, The Stochastic Finite Element Method for Dynamical Analysis of the Rock Slopes
计算机方法在岩体力学中的应用国际讨论会,1993年,西安,已投稿 30

重力坝深层抗滑稳定安全度分析*

郭雪莽

(华北水利水电学院, 邯郸, 056021)

提要

本文中将岩体的力学和强度参数作为随机变量,采用随机有限元方法进行坝体和坝基岩体应力和变形的统计参数计算,以此作为进一步研究坝基稳定概率安全度的依据,提出了较简单的点安全度指标计算方法和修正的岩体并联系统安全度指标计算方法,并用算例进行了说明。

关键词: 重力坝, 深层抗滑稳定, 随机有限元, 安全度

一、前言

重力坝基础内的软弱面往往会成为影响大坝安全的关键问题,其稳定性与软弱面上的应力和强度参数有关,评价重力坝深层抗滑稳定的传统方法是采用极限平衡法,而应力和强度参数的确定过程中均存在一定的不确定性,因此应用概率可靠度理论是一条合理的途径。

结构的分析与设计过程中常常包含有不确定性,涉及到岩体时尤其如此,这是因为岩体经受了多次构造运动和长期的风化作用,力学与强度特性非常复杂。不确定性可以分为以下几种: (1). 材料性质的不确定性; (2). 参数统计不确定性; (3). 模型方面的不确定性; (4). 人为因素引起的不确定性。本文主要讨论材料性质不确定性问题。处理这类问题的传统方法一般是将其按确定性问题处理,但设计时使用一个安全系数。由于安全系数有不同的定义方法,所以对同一结构可以求出不同的安全系数。另外各类不同的结构所要求的安全系数差别很大,如有的结构要求达到 3.0~4.0,有的只要求 1.0。所以各类建筑物之间的安全程度缺乏可比性,并且允许安全系数的取值往往带有一定的任意性。处理不确定性问题最直接的方法是采用 Monte-Carlo 模拟,但其工作量太大,稍微复杂一些的结构分析就会使计算机不堪忍受。60 年代后期以后,随机方法被引入有限元分析中⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾,使大型连续结构的不确定性分析得到了较好地解决,也使有限元方法得到了新的发展。目前随机有限元法已被越来越多地引起重视,并被逐渐应用到实际工作中⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

本文中将岩体的力学和强度参数作为随机变量,采用随机有限元方法进行坝体和坝基岩体应力和变形的统计参数计算,以此作为进一步研究坝基岩体稳定概率安全度

* 本课题为国家重点实验室基金资助项目

的依据,提出了较简单的点安全度指标计算方法和修正的岩体并联系统安全度指标计算方法,并将上述理论应用于重力坝的深层抗滑稳定研究。

二、应力和位移的统计值计算

对于岩体来说,影响其稳定性的主要因素有强度参数、其内部的应力及作用在岩体上的荷载,而应力又与其变形模量和泊松比等力学参数有关.因此本文中假设以下物理量为随机变量:弹性模量 E 、泊松比 ν 、容重 γ 、凝聚力 C 和摩擦系数 f 。

(一). 随机有限元的基本公式

在常规有限元中,结构的分析归结为求解方程:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (1)$$

式中: $[K]$ ——单元刚度阵 $[K]^e$ 组集而成的总刚度阵。

$\{U\}$ ——结构位移向量。

$\{F\}$ ——作用在结构上的等效结点荷载向量。

$$[K]^e = \int_{V^e} [B]^T [D] [B] dV^e$$

该式中 $[B]$ 为应变——位移关系阵,与单元的几何形态有关.本文中由于不考虑几何不确定性,所以 $[B]$ 为确定性矩阵; $[D]$ 为弹性矩阵,与弹性模量 E 和泊松比 ν 有关,故 $[D]$ 矩阵具有随机特性.由于作用在结构上的荷载一般也具有随机性,所以在(1)式中 $[K]$ 和 $\{F\}$ 都是随机量,由(1)求出的位移向量也是随机的。

设结构中的随机自变量有 $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ (显然本文中 $m=5, Z_1 \sim Z_5$ 依次为: E, ν, γ, C, f), 任一自变量 Z_i 可以表示为一确定性量 $\bar{Z}_i$ 与一零均值小随机量 a_i 的和,即:

$$Z_i = \bar{Z}_i + a_i \quad (2)$$

由此式可以看出:

$$E[Z_i] = \bar{Z}_i$$

$$\text{Var}[Z_i] = \text{Var}[a_i]$$

将(1)式中各项按 Taylor 级数展开(取至一阶项),可以导出下列随机有限元的基本公式⁽¹⁾:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (3. a)$$

$$[K] \left\{ \frac{\partial U}{\partial Z_i} \right\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial Z_i} \right\} - \frac{\partial [K]}{\partial Z_i} \{U\} \quad (3. b)$$

由上式可知,未知量(位移及其导数)的求解是以确定性方程即均值有限元方程(3. a)的求解开始,然后将确定性项代入(3. b)式的右端,逐步求出位移的一阶导数.计算量最大的为确定性方程(3. a)的形成和求解,由于 $[K]$ 在以后的计算中没有变化,所以方程(3. b)的求解只需回代即可。

将 $Z_1 \sim Z_5$ 的具体物理量 E, ν 等代入式(3),就可以得到随机有限元的基本公式。

(二). 位移和应力结果的统计分析

由位移的 Taylor 级数展开式,并利用文献[6]的近似矩计算公式,可以得到位移的

均值和方差为:

$$E[U] = \{U\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[U] &= \text{Var}\left[\sum_{i=1}^n \left\{\frac{\partial U}{\partial Z_i}\right\} a_i\right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{\frac{\partial U}{\partial Z_i}\right\} \left\{\frac{\partial U}{\partial Z_j}\right\} E(a_i a_j) \end{aligned} \quad (5)$$

应力的计算公式为:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{U\} \quad (6)$$

同样在其确定性值处用 Taylor 级数展开,并应用近似矩计算公式,可得其均值和方差为:

$$E[\sigma] = \{\bar{\sigma}\} = [\bar{D}][B]\{U\} \quad (7)$$

$$\text{Var}[\sigma] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{\frac{\partial \sigma}{\partial Z_i}\right\} \left\{\frac{\partial \sigma}{\partial Z_j}\right\} E(a_i a_j) \quad (8)$$

与求位移的方差不同的是, $\left\{\frac{\partial U}{\partial Z_i}\right\}$ 是由解方程(3)直接得到的,而 $\left\{\frac{\partial \sigma}{\partial Z_i}\right\}$ 要借助于对式(6)的微分:

$$\begin{aligned} \left\{\frac{\partial \sigma}{\partial E}\right\} &= \left[\frac{\partial D}{\partial E}\right][B]\{U\} + [\bar{D}][B]\left\{\frac{\partial U}{\partial E}\right\} \\ \left\{\frac{\partial \sigma}{\partial \nu}\right\} &= \left[\frac{\partial D}{\partial \nu}\right][B]\{U\} + [\bar{D}][B]\left\{\frac{\partial U}{\partial \nu}\right\} \\ \left\{\frac{\partial \sigma}{\partial \gamma}\right\} &= [\bar{D}][B]\left\{\frac{\partial U}{\partial \gamma}\right\} \end{aligned} \quad (9)$$

在弹性力学分析中, $\left\{\frac{\partial \sigma}{\partial C}\right\} = \left\{\frac{\partial \sigma}{\partial f}\right\} = 0$, 将 $\{\sigma\}$ 的偏导数代入式(8),即可求得应力之方差. 如假定各随机变量之间统计独立,则式(8)可以写成:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\sigma] &= \left(\left[\frac{\partial D}{\partial E}\right][B]\{U\} + [\bar{D}][B]\left\{\frac{\partial U}{\partial E}\right\} \right)^2 \text{Var}[E] \\ &\quad + \left(\left[\frac{\partial D}{\partial \nu}\right][B]\{U\} + [\bar{D}][B]\left\{\frac{\partial U}{\partial \nu}\right\} \right)^2 \text{Var}[\nu] \\ &\quad + \left([\bar{D}][B]\left\{\frac{\partial U}{\partial \gamma}\right\} \right)^2 \text{Var}[\gamma] \end{aligned} \quad (10)$$

三、坝基岩体稳定性的概率分析

岩体的破坏特点是一般呈现为大体积的整体滑动失稳,因此重力坝的深层抗滑稳定是一个系统安全度问题,但整体滑动失稳是以滑动面上点的破坏开始的,所以首先讨论点的破坏概率。

首先,定义一点的功能函数为:

$$Z = \sigma f + C - \tau \quad (11)$$

式中, σ 和 τ 分别为沿滑动面的法向应力和剪应力, C 和 f 分别为凝聚力和摩擦系数, 按文献[5]的方法, 首先将式(11)在验算点 $z^* = \{\sigma^*, f^*, c^*, \tau^*\}$ 处线性化:

$$Z = (\mu_\sigma - \sigma^*)f^* + (\mu_f - f^*)\sigma^* + \mu_c - C^* - (\mu_\tau - \tau^*) + \sigma^*f^* + C^* - \tau^* \quad (12)$$

在各变量相互独立的情况下, Z 的可靠度指标为:

$$\beta = \frac{(\mu_\sigma - \sigma^*)f^* + (\mu_f - f^*)\sigma^* + \mu_c - C^* - (\mu_\tau - \tau^*)}{\sqrt{(\sigma_\sigma f^*)^2 + (\sigma_f \sigma^*)^2 + \sigma_c^2 + \sigma_\tau^2}} \quad (13)$$

式中 μ 和 σ 分别表示随机变量的均值与方差, 下角标表示随机变量. 由于 z^* 未知, 按照通常的一次二阶矩方法⁽⁷⁾, 需要分别对 z^* 和 β 进行迭代求解. 下面我们给出一个更简单的迭代方法.

由常规的一次二阶矩法, 在第 i 次迭代后 z^* 点记为 z_i^* , 则第 $i+1$ 次迭代后的 z_{i+1}^* 为:

$$\begin{aligned} \sigma_{i+1}^* &= \mu_\sigma - \sigma_i^* f_i^* \beta / \sigma_\sigma \\ f_{i+1}^* &= \mu_f - \sigma_i^* \sigma_i^* \beta / \sigma_f \\ C_{i+1}^* &= \mu_c - \sigma_i^* \beta / \sigma_c \\ \tau_{i+1}^* &= \mu_\tau - \sigma_i^* \beta / \sigma_\tau \end{aligned} \quad (14)$$

将 z_{i+1}^* 代入式(12), 并整理为:

$$Z = a\beta^2 + b\beta + c \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} a &= (\sigma_\sigma \sigma_f)^2 \cdot f_i^* \sigma_i^* / \sigma_\sigma^2 \\ b &= -(\mu_\sigma \sigma_f^2 \sigma_i^* + \mu_f \sigma_\sigma^2 f_i^* + \sigma_c^2 + \sigma_\tau^2) / \sigma_\sigma \\ c &= \mu_\sigma \mu_f + \mu_c - \mu_\tau \end{aligned} \quad (16)$$

解一元二次方程 $Z=0$, 即可求出 β . 这样避免了对 β 的迭代, 而只需对 Z^* 迭代即可.

下面再来看整体滑动稳定的安全度. 在结构系统的安全度问题中, 一般将结构划分为并联和串联两个基本系统的组合. 这两个基本系统的安全度计算方法在文献[5]中已有所论述, 但其假定与岩体的抗滑稳定情况不完全一样, 因此有必要寻求更合适的计算方法. 本文以随机有限元的计算结果为基础, 研究并联系统的安全度计算方法.

在有限元分析中, 岩体被划分成一系列单元的组合, 岩体的滑动面将穿过其中的一部分单元, 假定这些单元号依次为 $1, 2, 3, \dots, N$, 如每个单元都用单元形心处的应力值代替该单元的应力值, 则第 i 单元的抗力 R_i 和滑动力 S_i 分别为:

$$\begin{aligned} R_i &= A_i(\sigma_i f_i + C_i) \\ S_i &= A_i \tau_i \end{aligned} \quad (17)$$

则整个滑动面上的抗力和滑动力为:

$$\begin{aligned} R &= \sum R_i = \sum A_i(\sigma_i f_i + C_i) \\ S &= \sum S_i = \sum A_i \tau_i \end{aligned} \quad (18)$$

上面几式中, A_i 为第 i 单元的面积, 假定为确定性值. 这样, 岩体的整体滑动稳定功能

函数为:

$$Z = R - S \quad (19)$$

当所有随机变量相互独立时,按常规的一次二阶矩的均值点法有:

$$\mu_z = \sum A_i (\mu_{oi} \mu_{fi} + \mu_{ci} - \mu_{ti}) \quad (20)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (21)$$

式中:

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 &= \sum (A_i \mu_{oi} \sigma_{fi})^2 + \sum (\mu_{fi} A_i \sigma_{oi})^2 + \sum (A_i \sigma_{oi})^2 \\ &= \sum A_i^2 [(\mu_{oi} \sigma_{fi})^2 + (\mu_{fi} \sigma_{oi})^2 + \sigma_{oi}^2] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\sigma_S^2 = \sum A_i^2 \sigma_n^2 \quad (23)$$

则可以求出安全度指标为:

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{\mu_z}{\sigma_z} \\ &= \frac{\sum A_i (\mu_{oi} \mu_{fi} + \mu_{ci} - \mu_{ti})}{\sqrt{\sum A_i^2 [(\mu_{oi} \sigma_{fi})^2 + (\mu_{fi} \sigma_{oi})^2 + \sigma_{oi}^2 + \sigma_n^2]}} \end{aligned} \quad (24)$$

下面我们再进一步分析(24)式.假设滑动面总面积为 A ,滑动面上各单元大小一样,即每个单元的面积 A/N ,再进一步假设滑动面上各单元的应力均值、方差及强度参数完全一样,则从式(24)可以得到:

$$\beta_i = \frac{(\mu_{oi} \mu_{fi} + \mu_{ci} - \mu_{ti}) \sqrt{N}}{\sqrt{(\mu_{oi} \sigma_{fi})^2 + (\mu_{fi} \sigma_{oi})^2 + \sigma_{oi}^2 + \sigma_n^2}} \quad (25)$$

即系统安全度指标与单元安全度指标之间相差 $\sqrt{N}$ 倍,这与文献中[5]的结论是一致的,但文献[5]的方法适用于杆件系统,而岩体一般为大体积连续结构,假如采用式(24)计算安全度指标,则单元划分得越密安全度指标越高(因为应力及其统计参数不应与单元划分有太大关系),所以这样的公式对岩体的抗滑稳定是不合适的,需要对其进行修正.为此,在 μ_z 的计算中引入一个参与系数 $a_i = A_i/A$,则式(20)改写为:

$$\mu_z = \sum A_i a_i (\mu_{oi} \mu_{fi} + \mu_{ci} - \mu_{ti}) \quad (20')$$

式(24)改为:

$$\beta_i = \frac{\sum A_i a_i (\mu_{oi} \mu_{fi} + \mu_{ci} - \mu_{ti})}{\sqrt{\sum A_i^2 [(\mu_{oi} \sigma_{fi})^2 + (\mu_{fi} \sigma_{oi})^2 + \sigma_{oi}^2 + \sigma_n^2]}} \quad (24')$$

上式即为修正了的系统安全度指标.

如再假定 S 和 R 均为正态随机变量,则可求出岩体的整体抗滑稳定安全度或破坏概率.

四、算 例

一重力坝其坝高为70m,基础内有一倾向下游的缓倾断层,对其进行随机有限元

分析,图 1 为有限元网格划分,共分为 348 个单元,392 个结点。

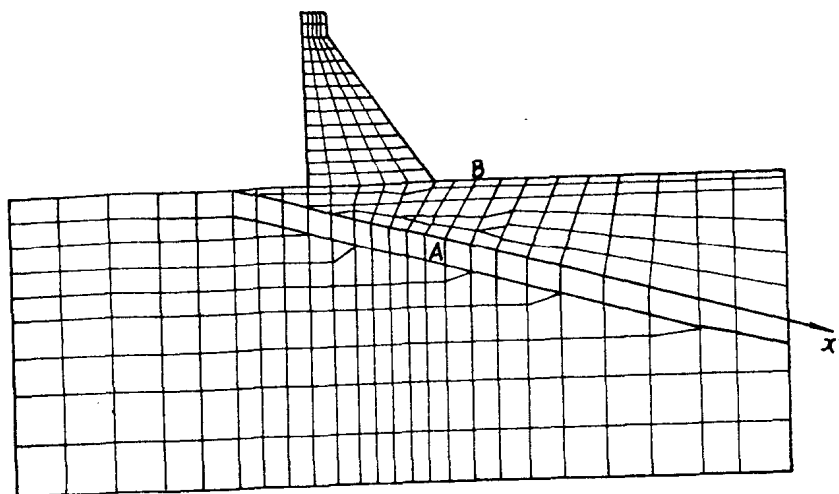


图 1. 有限元网格剖分图

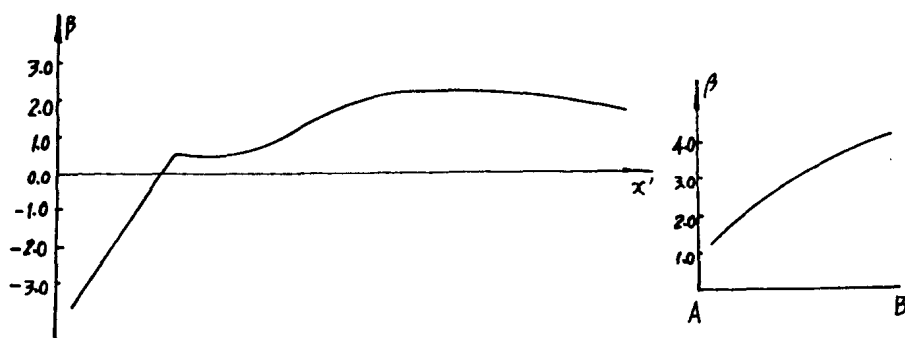


图 2. 单元安全度指标分布

计算中所采用的断层软弱面的强度参数为 $C=0.5\text{MPa}$, $f=0.364$, 其变异系数均为 0.25. 坝基岩体的力学参数为: 弹性模量 $E=15000.0\text{MPa}$, 泊松比 $\mu=0.25$, $C=1.0\text{MPa}$, $f=0.839$, 其变异系数均为 0.20.

沿断层软弱面的单元安全度指标(或称单元形心点安全度指标)及沿图 1 中的 AB 线的安全度指标见图 2. 由图可知: 坝下断层的安全度指标比较小, 在坝下游逐渐增大, 说明该断层有可能与坝下游基础的岩体组成一个三角形滑动体. 假如由坝下的断层与 AB 线组成一个滑动体, 由公式(24')可求出系统安全度指标为: $\beta_s=0.477058$, 相应的安全度为 68.334%.

由此可见, 本文中提出的修正的系统安全度指标比各单元的安全度指标的最大值小, 但与各单元的平均数基本相等, 从直观上看是合理的.

五、结 论

本文中将岩体的力学和强度参数作为随机变量,用随机有限元法对岩体稳定性的安全度进行了研究,提出了岩体稳定安全度的计算方法,并将其应用于重力坝基础的深层抗滑稳定问题.传统的安全系数方法由于不考虑岩体力学和强度参数的变异性,有一定的缺陷,概率安全度方法可以弥补其不足.本文中提出的点安全度指标计算方法减少了迭代次数.由算例可知:本文提出的修正的系统安全度指标比各单元的安全度指标的最大值小,但与各单元的平均数基本相等,从直观上看是合理的。

参考文献

1. E. Vanmarcke, etc, Random Fields and Stochastic Finite Elements, Structural Safety, 3, 1986, 143—166.
2. Toshiyuki Sugiyama, etc, Probabilistic Analysis of Soil Structures Using Finite Element Method, 5th ICOSSAR, 1989.
3. Kiyoshi Ishii, etc, Stochastic Finite Element Method for Slope Stability Analysis, Structural Safety, 4, 1987, 111—129.
4. G. B. Baecher, etc, Stochastic FEM in Settlement Predictions, J. Geotech. Eng. ASCE. 107(GT4), 1981, 449—463.
5. P. Thoft, Christensen and M. J. Backer, 结构可靠性理论及其应用, 科学出版社, 1988 年.
6. 洪华生, 邓汉忠, 工程规划与设计中的概率概念, 冶金工业出版社, 1985 年.
7. 赵国藩等, 工程结构可靠度, 水利电力出版社, 1984 年.

岩体边坡滑动稳定的概率分析*

郭雪莽

华北水利水电学院

提要

岩体的破坏具有渐进性,本文中考虑了岩体边坡滑动破坏的渐进特点,并将岩体的强度参数作为随机变量,研究了单块岩石稳定性的概率分析方法及考虑岩块间相互作用时岩体边坡整体稳定性的分析方法,提出了可靠度计算公式。最后通过算例研究了岩体强度参数的离散性对边坡稳定的影响。

关键词:边坡,稳定性,可靠度,岩体

一、前言

岩体边坡的破坏型式可以分为^[1]:滑动型、崩塌型、塑性变形型和层体弯折型等四种,其中以滑动型最为常见,因此本文主要研究这种型式的稳定问题。

边坡岩体的抗滑稳定判别准则一般多采用定值安全系数法,但由于安全系数本身存在的缺陷和工程建筑可靠度分析的迅速发展,采用可靠度方法评价岩体边坡的稳定已是必然趋势,这主要是因为天然岩体的结构如节理或断层的方位角、倾角等以及其强度参数均具有不确定性或称随机性,采用可靠度方法更接近于实际情况。

岩体边坡的破坏具有渐进性,即破坏先从某块岩石开始,然后破坏区域逐渐扩大。如果破坏区域扩大到一定程度后停止扩展,则为局部性破坏,否则为整体性破坏,会造成大量岩体的下滑。边坡的渐进性破坏研究多集中于土坡的情况^{[2]~[5]},对岩体边坡的研究较少。文献[5]针对土坡的渐进破坏提出了滑弧稳定的概率模型,但将该模型用于岩体边坡还有一些问题,如渗流水的影响,相邻岩块间的相互作用等。

本文中针对边坡岩体的直线型或折线型滑坡研究了单块岩石及岩体整体稳定性的可靠度计算方法。由于整体稳定是以单块岩石的稳定为基础,故下面首先研究单块岩石的情况。

二、单块岩石的稳定概率分析

从边坡滑动面上任意取出一块岩石,如图1所示,岩块所承受的力有:自重 W ,侧面水压力的合力 F ,底面水压力 U ,由于前面一块岩石的不稳定所传递过来的剩余滑

* 本课题为国家重点实验室基金资助项目

动力 P_i , 荷载作用力 (如上部其它岩块的作用力和外荷载的作用力等) N_i 和 Q_i 。设滑动面的倾角为 θ_i , P_i 与滑动面之夹角为 α_i , 由块体的作用力平衡条件, 可得岩块稳定的准则为:

$$Z_i = f(W_i \cos \theta_i - U_i + N_i + P_i \sin \alpha_i) + Cl_i - F_i - P_i \cos \alpha_i - W_i \sin \theta_i - Q_i \geq 0 \quad (1)$$

式中: l_i 为滑动面长度, C 和 f 为滑动面的强度参数。设式(1)中的 W_i 、 θ_i 、 l_i 和 α_i 为确定性量, 其它变量为随机变量, 则根据文献[6]的近似方法求以求出 Z_i 的均值和方差为:

$$E[Z_i] = \mu_f(W_i \cos \theta_i - \mu_{U_i} + \mu_{N_i} + \mu_{P_i} \sin \alpha_i) + \mu_c l_i - \mu_{F_i} - \mu_{P_i} \cos \alpha_i - W_i \sin \theta_i - \mu_{Q_i} \quad (2)$$

$$\text{Var}[Z_i] = \sigma_f^2(W_i \cos \theta_i - \mu_{U_i} + \mu_{N_i} + \mu_{P_i} \sin \alpha_i)^2 + \mu_f^2(\sigma_{P_i}^2 \sin^2 \alpha_i + \sigma_{U_i}^2 + \sigma_{N_i}^2) + \sigma_c^2 l_i^2 + \sigma_{F_i}^2 + \sigma_{P_i}^2 \cos^2 \alpha_i + \sigma_{Q_i}^2 \quad (3)$$

上二式中 μ 表示均值, σ 表示均方差。若用一次二阶矩的均值点方法, 则本块岩石的可靠度指标为:

$$\beta_i = \frac{E[Z_i]}{\sqrt{\text{Var}[Z_i]}} \quad (4)$$

如假设 Z_i 为正态分布, 则可进一步求出本块岩石的失稳概率:

$$P_{fi} = P[Z_i \leq 0] \quad (5)$$

三、岩块之间的相互作用力

当某块岩石失去稳定时, 就会对下块岩石产生一个推力 P_{i+1} , 即第 i 块岩石的剩余下滑力, 因此:

$$P_{i+1} = -Z_i \quad (6)$$

所以:

$$E[P_{i+1}] = -E[Z_i] \quad (7)$$

$$\text{Var}[P_{i+1}] = \text{Var}[Z_i] \quad (8)$$

需要注意的是, 边坡上最上面一块岩石不存在这个力, 但如其本身不稳定, 将会与下一块岩石之间产生相互作用力。另外, 如果按上述方法求出的 $E[P_{i+1}] \leq 0$ 或者 $E[Z_i] \geq 0$, 为安全起见, 则传递给下一块岩石的力可认为等于零。

四、边坡岩体的整体稳定分析

前面已经指出, 边坡岩体的破坏具有渐进特性, 是一个逐渐发展的过程, 常从滑动

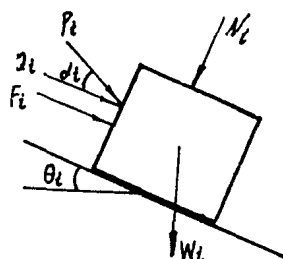


图 1

面上的某一块岩石开始,其失稳又可能会导致周围岩块的失稳,这种滑动失稳逐渐扩展,从而导致整个边坡的破坏。如果这种破坏的扩展停止于某块岩石,则整个边坡可能不致于失稳,而这种岩石就形成了边坡岩体的“关键块”。滑动失稳的开始常常是由于强度不足、应力过高或降雨等因素引起。

前面讨论了单块岩石的失稳概率,下面研究破坏发展的概率,即破坏转移概率。

(一). 破坏转移概率

假设滑动面上共有 n 块岩石,从上到下依次编号为:1、2、3…… n . 当第 i 块岩石发生破坏后,第 $i+1$ 块岩石滑动的概率为 $P_{i,i+1}$,因此 $P_{i,i+1}$ 为一个条件概率问题,即:

$$\begin{aligned} P_{i,i+1} &= P[i+1 \text{ 破坏} | i \text{ 破坏}] \\ &= P[Z_{i+1} \leq 0 | Z_i \leq 0] \end{aligned} \quad (9)$$

根据条件概率的计算公式,可得:

$$P_{i,i+1} = \frac{P[Z_{i+1} \leq 0 \text{ 且 } Z_i \leq 0]}{P[Z_i \leq 0]} \quad (10)$$

所以关键问题是如何确定第 i 块岩石和第 $i+1$ 块岩石均发生失稳破坏的概率。如假定 Z_i 和 Z_{i+1} 符合二元正态分布,则:

$$P[Z_{i+1} \leq 0 \text{ 且 } Z_i \leq 0] = \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 f_{Z_i, Z_{i+1}}(x, y) dx dy \quad (11)$$

式中 $f_{Z_i, Z_{i+1}}(x, y)$ 为二元正态分布的密度函数,其表达式中有五个参数: Z_i 和 Z_{i+1} 的均值和均方差, Z_i 和 Z_{i+1} 的相关系数 r 。前四个参数可以从前节的公式求出,下面研究相关系数的确定。任意两个随机变量的相关系数定义为两个变量的协方差与其均方差乘积之比,即:

$$r_{Z_i, Z_{i+1}} = \frac{\text{Cov}(Z_i, Z_{i+1})}{\sigma_{Z_i} \sigma_{Z_{i+1}}} \quad (12)$$

Z_i 和 Z_{i+1} 的协方差近似表达式为:

$$\text{Cov}(Z_i, Z_{i+1}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Z_i}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial Z_{i+1}}{\partial x_i} \right) \sigma_{x_i}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \left(\frac{\partial Z_i}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial Z_{i+1}}{\partial x_j} \right) \text{Cov}(x_i, x_j)$$

将 Z_i 和 Z_{i+1} 的表达式代入上式,即可得到 Z_i 和 Z_{i+1} 的协方差。特殊地,当只考虑 c 与 f 之间的相关性而不计其它参数间的相关性时,有:

$$\text{Cov}(Z_i, Z_{i+1}) = l_i l_{i+1} \sigma_c^2 + Y_i Y_{i+1} \sigma_f^2 + (l_i Y_{i+1} + l_{i+1} Y_i) \text{Cov}(cf) \quad (13)$$

式中: $Y_i = W_i \cos \theta_i - U_i + P_i \sin \alpha_i + N_i$

$$Y_{i+1} = W_{i+1} \cos \theta_{i+1} - U_{i+1} + P_{i+1} \sin \alpha_{i+1} + N_{i+1}$$

(二). 边坡岩体的整体稳定分析

上面确定了岩块本身的滑动概率及岩块滑动的转移概率。一般情况下,岩体的滑动破坏表现为大体积岩体的整体滑动,一块或少数几块岩石的不稳定不一定导致整个边坡岩体的滑动。所以,岩体边坡的稳定问题事实上是一个系统问题。目前虽然在系统安全度方面已有许多研究成果,但其方法难以适用于岩体的渐进性破坏。对于岩体的渐进性破坏,建议分析步骤如下:

(1). 首先不计岩块间的相互作用,即将每个岩块当作一个独立体,分别研究各块岩石本身的稳定情况,假如各块岩石的失稳概率都很大,则各块岩石间的相互作用较小,岩块从下到上依次滑动,整个边坡产生破坏。如果失稳概率都比较小,则整个边坡是稳定的。如果各岩块的失稳概率相差较大,则需进行下一步分析。

(2). 考虑岩块间的相互作用,从上到下依次求出各块岩石的失稳概率和破坏转移概率。

(3). 从下到上依次检查各块岩石的稳定概率,如某块岩石的滑动概率很小,则说明该块岩石以上的岩块是稳定的(只要该块岩石本身的强度足够),该块岩石形成了整个边坡岩体稳定性的“关键块”,该块岩石以下的岩块就可能向下滑动而发生破坏。

(4). 如果存在“关键块”,校核其强度,包括抗压和抗剪强度。

五、算 例

假设一边坡的潜在滑动面为折线型,边坡上共有四块岩石,如图 2 所示,每块岩石的重量为 500KN ,每块岩石的滑动面长度为 5m ,上段滑动面倾角为 35° ,下段为 25° ,强度参数为: $\mu_c = 10\text{KPa}$, $\mu_f = 0.5$, C 的变异系数为 0.2 , f 的变异系数为 0.1 ,二者的相关系数设为 -0.2 。忽略水的作用,亦无外荷载作用。

(1). 不计各块岩石间的相互作用时,按式(4)计算各块岩石的可靠度指标,从上到下各块岩石的可靠度指标依次为: -1.404 , -1.404 , 2.635 , 2.635 , 相应的失稳概率依次为: 91.98406% , 91.98406% , 0.42069% , 0.42069% 。

(2). 考虑岩块间的相互作用,只计 C 和 f 间的相关性。按式(4)依次求各块岩石的可靠度指标,结果为: -1.404 , -1.986 , 0.192 , 1.371 , 相应的失稳概率为: 91.98406% , 97.64834% , 42.38711% , 8.51875% ,按式(10)、(11)、(12)和(13)求破坏转移概率,可得: $P_{12} = 97.40089\%$, $P_{23} = 41.3205\%$, $P_{34} = 6.3526\%$ 。

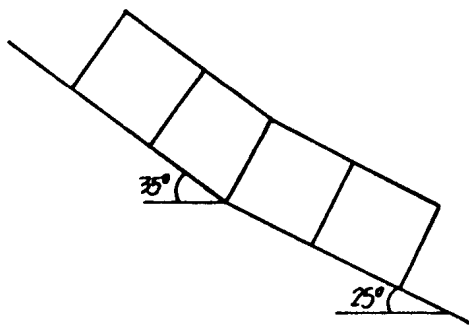


图 2

由此可见: (1)假如不考虑岩块间的相互作用,则可能会过高地估计边坡的稳定程序,如上述最后一块岩石的失稳概率,考虑与不考虑相互作用时的失稳概率分别为 0.42069% 和 8.51875% ,因此边坡稳定分析中,必须考虑边坡岩体的整体作用。(2)破坏的概率和破坏转移概率密切相关,破坏概率大,则破坏转移概率也大,但对破坏转移概率起决定作用的还是岩块本身的稳定性,如上述结果中, $P_{12} = 97.64834\%$, $P_{13} = 42.38711\%$,而 $P_{23} = 41.3205\%$,虽然第二块岩石的失稳概率很大,但由于第三块的稳定程度较高,所以 P_{23} 并不太大。(3)从整体来看,本算例中的上面两块岩石属不稳定岩

石,受其影响,下面两块岩石的稳定程度有所降低,从工程角度出发,上面两块岩石应采取工程措施,增加其稳定性。

六、结 论

边坡岩体的破坏具有渐进性,传统的稳定分析方法和目前的系统可靠度方法难以适用于这种破坏型式。本文中将岩体的强度参数和外荷载作为随机参量,考虑了边坡岩体滑动破坏的渐进特点,研究了单块岩石的概率稳定分析方法,指出了相互作用对岩体稳定的重要性,建议了边坡整体稳定可靠度分析的方法,指出了破坏概率和破坏转移概率的关系。

从上面的研究中可以得出下述结论:

(1) 本文提出的考虑岩块间的相互作用的分析方法更适合于具有渐进破坏特点的岩体边坡稳定分析。

(2) 本文建议的整体稳定分析方法,基本上可以满足渐进破坏型边坡的稳定分析。

(3) 破坏概率与破坏转移概率密切相关。

参考文献

- [1] 薛守义, 岩体边坡动力稳定分析, 中国科技大学, 中科院地质所博士论文, 1989年.
- [2] Romani F., etc, Influence of Progressive Failure on Slope Instability, J. of Soil Mech. and Found. Div., ASCE, Vol. 98, No. SM11, Nov., 1972, PP. 1209—1223.
- [3] Bishop. A. W. The Influence of Progressive Failure on the Method of Stability Analysis, Geotechnique, Vol. 21, 1971, PP. 168—172.
- [4] Chowdhury, R. N., Propagation of Failure Surfaces in Natural Slopes, J. of Geophysical Res., Vol. 83, No. B12, 1978b, PP5983—5988.
- [5] R. N. Chowdhury, etc, Probabilistic Model of Progressive Failure of Slopes, J. of Geotech. Eng. Div., No. GT11, June 1982, PP803—819.
- [6] H—S. Ang and H. Tang, Probability Concepts in Engineering Planning and Design, John Wiley & Sons, 1975.
- [7] 吴成, 二维和三维正态分布的一种近似计算, 数字学报, Vol. 20, No. 2, 1977.

岩体参数的离散特性对岩体稳定性的影响^{*}

郭雪莽

华北水利水电学院

提要

本文中将岩体的力学和强度参数作为随机变量,采用随机有限元方法进行岩体应力和变形的统计参数计算,结合强度参数的离散性对岩体的稳定安全度进行了研究,提出了较简单的点安全度指标计算方法和修正的岩体并联系统安全度指标计算方法。通过算例表明了参数的离散性对稳定安全度有很大影响。

关键词:岩体,抗滑稳定,随机有限元,安全度

一、前言

岩体由于在漫长的地质年代中经受了多次构造运动和风化作用,力学特性非常复杂,其力学和强度参数有较大的离散性。离散性的来源有两方面:一是自然状况的离散性,二是试验和取样所造成的误差。另外,作用于岩体上的荷载也常常具有不确定性。岩体的这些特点长期以来一直困扰着工程设计人员。处理这类问题的传统方法是各种参数作为确定性值,但设计时要采用一个安全系数,而安全系数的大小并不能真正代表其安全程度,例如有两种结构其安全系数一样,但其安全程度并不一样,甚至安全系数大的结构,安全程度反而低。概率设计方法的发展使得我们有可能直接处理这类参数随机性问题,使设计结果更为合理、经济。随机有限元法⁽¹⁾就是近年来发展起来的这样一种方法。将随机有限元法用于岩土工程领域目前一般多限于土工问题^{(2)~(4)},在岩体力学中应用还比较少。

本文中将岩体的力学和强度参数作为随机变量,采用随机有限元法求解岩体的应力和位移的统计参数,以此作为进一步判定岩体稳定性的依据。研究结果表明了岩体参数的离散性对岩体稳定的重要影响。

二、应力和位移统计值计算

对于岩体来说,影响其稳定的主要因素有强度参数、其内部的应力及作用在岩体上的荷载(自重等),而应力又与其变形模量、泊松比等力学参数有关。因此本文中我们设

* 本课题为国家重点实验室基金资助项目

以下物理量为随机变量:弹模 E 、泊松比 μ 、容重 γ 、凝聚力 C 和摩擦角 φ 。

(一). 随机有限元法的基本公式:

在常规有限元法中,结构分析归结为求解方程:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (1)$$

式中: $[K]$ 、 $\{U\}$ 和 $\{F\}$ 分别为结构的总刚度阵、位移向量和等效结点荷载向量。设结构中的随机自变量有 $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$, (显然本文中 $m=5, Z_1 \sim Z_5$ 分别为 E, μ, γ, c 和 φ)。任一随机自变量 Z_i 都可表示为一确定性量 $\bar{Z}_i$ 与一零均值小随机变量 α_i 的和,即:

$$Z_i = \bar{Z}_i + \alpha_i \quad (2)$$

由式(2)可以看出: $E[Z_i] = \bar{Z}_i$, $\text{Var}[Z_i] = \text{Var}[\alpha_i] = \sigma_{\alpha_i}^2$ 。将式(1)中各项按台劳(Taylor)级数展开(取至一阶项),并代入式(1),可以导出下列随机有限元的基本公式⁽¹⁾:

$$[K]\{U\} = \{F\}$$

$$[K] \left\{ \frac{\partial U}{\partial Z_i} \right\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial Z_i} \right\} - \frac{\partial [K]}{\partial Z_i} \{U\}, i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

由式(3)可知,未知量(位移及其导数)的求解是以确定的有限元方程开始,即先求解式(3)中的第一个方程,求解中要形成并分解总刚度矩阵 $[K]$ 。式(3)中第二个方程的求解事实上只是形成右端项并回代,所以比较简单。

将 $Z_1 \sim Z_5$ 的具体物理量 E, μ 等代入式(3)就可以得到岩体结构随机有限元法的公式。

(二). 位移和应力结果的统计分析

由位移的台劳级数展开式,并利用文献[6]的近似矩计算公式,可以得到位移的均值和方差为:

$$E\{U\} = \{U\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}\{U\} &= \text{Var}\left\{ \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{\partial U}{\partial Z_i} \right\} \alpha_i \right\} \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left\{ \frac{\partial U}{\partial Z_i} \right\} \left\{ \frac{\partial U}{\partial Z_j} \right\} E(\alpha_i \alpha_j) \end{aligned} \quad (5)$$

应力的计算公式为:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{U\} \quad (6)$$

式中: $[D]$ 、 $[B]$ 和 $\{\sigma\}$ 分别为弹性矩阵、应变——位移关系矩阵和应力向量。将 $\{\sigma\}$ 按台劳级数进行展开,并应用近似矩计算公式,可以得到应力的均值和方差为:

$$E\{\sigma\} = \{\bar{\sigma}\} = [\bar{D}][B]\{U\} \quad (7)$$

$$\text{Var}\{\sigma\} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial \sigma}{\partial Z_i} \frac{\partial \sigma}{\partial Z_j} E(\alpha_i \alpha_j) \quad (8)$$

与求位移方差不同的是, $\left\{ \frac{\partial U}{\partial Z_i} \right\}$ 是由解方程(3)直接得到的,而 $\left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial Z_i} \right\}$ 要借助于式(6)的微分:

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial E} \right\} &= \left\{ \frac{\partial D}{\partial E} \right\} [B] \{U\} + [\bar{D}] [B] \left\{ \frac{\partial U}{\partial E} \right\} \\ \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial \mu} \right\} &= \left\{ \frac{\partial D}{\partial \mu} \right\} [B] \{U\} + [\bar{D}] [B] \left\{ \frac{\partial U}{\partial \mu} \right\} \\ \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial \gamma} \right\} &= [\bar{D}] [B] \left\{ \frac{\partial U}{\partial \gamma} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

在弹性分析中 $\left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial C} \right\} = \left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} \right\} = 0$, 将 $\{\sigma\}$ 的偏导数代入式(8)即可求得应力之方差。若各随机自变量之间统计独立, 则式(8)可以写成:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\sigma] &= \left(\left\{ \frac{\partial D}{\partial E} \right\} [B] \{U\} + [\bar{D}] [B] \left\{ \frac{\partial U}{\partial E} \right\} \right)^2 \text{Var}[E] + \left(\left\{ \frac{\partial D}{\partial \mu} \right\} [B] \{U\} \right. \\ &\quad \left. + [\bar{D}] [B] \left\{ \frac{\partial U}{\partial \mu} \right\} \right)^2 \text{Var}[\mu] + \left([\bar{D}] [B] \left\{ \frac{\partial U}{\partial \gamma} \right\} \right)^2 \text{Var}[\gamma] \end{aligned} \quad (10)$$

三、岩体稳定的概率分析

由于自然界岩体破坏机理很复杂, 但可以分为几种主要类型, 在此我们以最简单的滑动型失稳为例进行概率分析, 其它破坏类型的分析原理和滑动型是一样的。

由于岩体中存在着断层、节理等这样一些软弱结构面, 从而形成了滑动失稳的薄弱部位。和一般的建筑物破坏不同, 岩体的破坏特点是大体积岩块的整体滑动。但整体滑动是以滑动面上点的破坏为基础, 所以先讨论点的破坏概率。

首先, 定义一点的功能函数为:

$$Z = \sigma \cdot f + c - \tau \quad (11)$$

式中, σ 和 τ 分别为法向应力和剪应力, c 和 f 分别为凝聚力和摩擦系数。按文献[5]的方法首先将式(11)在验算点 $x^* = \{\sigma^*, f^*, c^*, \tau^*\}^T$ 处线性化:

$$Z = (\mu_\sigma - \sigma^*)f^* + (\mu_f - f^*)\sigma^* + (\mu_c - c^*) - (\mu_\tau - \tau^*) + \sigma^*f^* + C^* - \tau^* \quad (12)$$

在各变量相互独立的情况下, Z 的可靠度指标为

$$\beta = \frac{(\mu_\sigma - \sigma^*)f^* + (\mu_f - f^*)\sigma^* + (\mu_c - c^*) - (\mu_\tau - \tau^*)}{\sqrt{(\sigma_\sigma f^*)^2 + (\sigma_f \sigma^*)^2 + \sigma_c^2 + \sigma_\tau^2}} \quad (13)$$

式中: $\mu_\sigma, \mu_f, \mu_c, \mu_\tau$ 和 $\sigma_\sigma, \sigma_f, \sigma_c, \sigma_\tau$ 分别表示各随机变量的均值与均方差。由于 z^* 未知, 按一般的一次二阶矩法^[7], 需要用双重迭代法求 z^* 和 β , 即分别对 β 和 z^* 进行迭代, 下面我们给出一种更简单的迭代方法。

由一次二阶矩法, 在第 i 次迭代后 z^* 点记为 z_i^* , 则第 $i+1$ 次迭代后的 z_{i+1}^* 为: