

贵 阳 市

高中数学复习资料

(代数、三角部分)

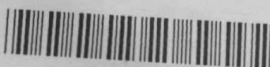
(供学校复习参考)



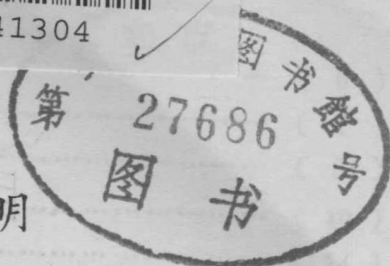
贵阳市高考复习办公室

G633.6

13



0041304



说明

为了帮助我市高中毕业班学生进行复习，提高学习质量，迎接一九七九年高等学校招生考试，我們委托贵阳五中数学教研组编写了这本资料。执笔人熊运隆、蒋萱辉同志。在编写过程中，得到五中领导同志的鼓励和支持。贵阳一中周德芬、袁碧英、二中乔春权、三中曾声、六中聶蒼华、八中黄錦明、十二中杨天明、十八中刘延敏、贵阳市中学教师进修学校张以勤、贵阳市师范大专班黄祖祐、贵阳师范学校刘和钟、市中学教师业余大学汤程远、牛锡昌、市教研室刘久鑑、李朝昆等同志，参加了讨论和修改。在此一并表示感谢。

这本复习资料是在部頒一九七九年高考复习大纲之前编写的。大纲下达之后，学生复习时应按照大纲的要求取舍复习资料。希望广大教师指导学生正确使用复习资料，以收到较好的复习效果。

由于时间仓促，水平有限，复习资料中难免存在着缺点和问题，請师生批評指正。

貴阳市教育局教研室

一九七八年十一月

目 录

代 数 部 分

第 一 章 数

一、实数	(1)
1. 实数的概念	(1)
(1) 自然数	(1)
(2) 有理数	(2)
(3) 无理数	(2)
(4) 实 数	(2)
2. 数 轴	(2)
3. 相反数	(2)
4. 数的绝对值	(2)
5. 运算定律	(2)
6. 运算法则	(2)
二、近似计算	(4)
1. 有效数字	(4)
2. 近似数的加法和减法	(4)
3. 近似数的乘法和除法	(5)
4. 近似数的乘方和开方	(5)
三、复 数	(6)
1. 复数的意义	(6)

2. 数的扩展小结	(6)
3. 复数的几何表示法	(7)
4. 复数的运算	(8)
例 题	(10)
习题一	(14)
 第 二 章 代 数 式	(18)
一、代数式的定义和分类	(18)
1. 代数式的定义	(18)
2. 代数式的分类	(18)
3. 代数式的值	(18)
二、整 式	(18)
1. 正整数指数幂的运算法则	(18)
2. 整式的加减法	(19)
3. 整式的乘法	(19)
4. 整式的除法	(20)
5. 分解因式	(20)
三、分 式	(21)
1. 分式的定义和基本知识	(21)
2. 分式的运算	(22)
3. 繁分式	(22)
四、根 式	(23)
1. 根式的定义	(23)
2. 根式的性质	(23)
3. 根式的变形	(23)
4. 根式的运算	(25)
例 题	(25)
习题二	(31)

(3)	第 三 章 指数和对数	(37)
(7)	一、指数概念的扩大	(37)
(8)	1. 零指数	(37)
(01)	2. 正整数指数	(37)
(11)	3. 分数指数	(37)
	4. 无理数指数	(37)
(81)	二、指数运算法则	(37)
(81)	三、对数的定义及性质	(38)
(81)	四、对数运算法则	(38)
(81)	五、换底公式	(39)
(81)	六、常用对数	(39)
(81)	例 题	(40)
(81)	习题三	(43)
(01)	第 四 章 方 程	(47)
(05)	一、基本概念及定理	(47)
(05)	1. 方程的定义	(47)
(15)	2. 同解方程	(47)
(15)	3. 方程的两个基本性质	(47)
(55)	4. 增根与遗根	(48)
(55)	5. 方程组	(49)
(65)	二、方程的分类	(49)
(65)	三、整式方程	(50)
(65)	1. 一元一次方程	(50)
(65)	2. 一元二次方程	(50)
(65)	3. 某些特殊高次方程的解法	(52)
(65)	4. 二元一次方程组	(53)
(16)	5. 三元一次方程组	(54)

6. 二元二次方程组	(55)
四、分式方程	(55)
1. 定 义	(55)
2. 解 法	(56)
五、无理方程	(56)
1. 定 义	(56)
2. 解 法	(56)
六、指数方程和对数方程	(56)
七、方程、方程组的图象解法	(57)
例 题	(58)
习题四	(75)
第 五 章 不 等 式	(85)
一、不等式的概念	(85)
二、不等式的性质	(86)
三、解不等式	(87)
1. 不等式的解	(87)
2. 一元一次不等式的解法	(88)
3. 一元一次不等式组的解法	(88)
4. 一元二次不等式的解法	(89)
5. 一元二次不等式组的解法	(90)
6. 分式不等式的解法	(90)
7. 绝对值不等式的解法	(91)
四、不等式的证明	(91)
五、利用不等式求极值	(91)
例 题	(92)
习题五	(108)

第六章 函 数..... (116)

一、函数的基本概念..... (116)

1. 常量与变量 (116)

2. 函数的定义 (116)

3. 函数定义中的两个要素 (116)

4. 常见定义域的求法 (116)

5. 函数的值 (117)

6. 函数的表示法 (117)

7. 反函数 (117)

二、函数的基本性质..... (118)

三、正比例函数..... (120)

四、反比例函数..... (121)

五、一次函数..... (122)

六、二次函数..... (124)

七、幂函数..... (124)

八、指数函数与对数函数..... (126)

例 题..... (128)

习题六..... (137)

第七章 数列与极限..... (143)

一、数列的基本概念..... (143)

1. 数列的定义 (143)

2. 数列的通项公式 (143)

3. 数列的分类 (143)

二、极 限..... (144)

1. 数列的极限 (144)

2. 函数的极限 (144)

3. 两个重要极限	(144)
4. 关于极限的定理	(145)
三、等差数列和等比数列	(145)
四、无穷递缩等比数列	(146)
例 题	(146)
习题七	(152)

第 八 章 排列、組合、二項式定理、

数学归納法

一、排列和組合	(158)
二、二項式定理	(159)
1. 二項式定理	(159)
2. 二項展开式的性质	(159)
3. 用二項式定理可推导出的几个公式	(160)
三、数学归納法	(160)
例 题	(161)
习题八	(168)

三 角 部 分

第 一 章 三角函数的定义和性质

一、三角函数的定义	(176)
1. 角的度量	(176)
2. 任意角的概念	(177)
3. 三角函数的定义	(177)
4. 三角函数的符号	(180)
5. 特殊角的三角函数值	(180)

二、同角三角函数间的关系	(181)
三、诱导公式	(181)
四、三角函数的性质和图象	(182)
1. 三角函数的性质	(182)
2. 三角函数的图象	(183)
例 题	(189)
习题一	(205)
第 二 章 加法定理	(215)
例 题	(215)
习题二	(228)
第 三 章 反三角函数和三角方程	(237)
一、反三角函数	(237)
1. 反三角函数的定义	(237)
2. 反三角函数的基本性质	(237)
二、三角方程	(239)
1. 三角方程的定义	(239)
2. 最简单的三角方程	(239)
例 题	(240)
习题三	(252)
第 四 章 解三角形	(253)
一、解三角形的意义及思想方法	(253)
二、三角形各元素间的基本关系式	(253)
三、解斜三角形的四种情况	(255)
例 题	(255)
习题四	(273)

代 数 部 分

第 一 章 数

一、实 数

1. 实数的概念

(1) 自然数：自然数就是 $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ 。

1) 自然数的性质：

a. 自然数是无限多的；它有最小的数 1 ，没有最大的数；

b. 任意两个自然数都可以比较大小，即自然数是有顺序的；

c. 在自然数的范围内可以进行加法和乘法运算，当被减数比减数大的时候，可以进行减法运算。

2) 质数与合数：

a. 质数：除 1 以外的自然数中，只能被 1 和这个数本身整除的数，叫做质数（或素数）。

b. 合数：不但能被 1 及本身整除，还能被其他的自然数整除的自然数叫做合数。

1 既不是质数，也不是合数。

3) 分解自然数成质因数的连乘积时，相同的质数要写成乘方的形式；合数分解成质因数时，只能得到一个结果。

例如： $720=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5=2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ 。

4) 分解质因数的应用：

a. 求两个数或几个数的最大公约数；

b. 求两个数或几个数的最小公倍数。

c. 如果两个自然数的最大公约数是 1，则称这两个数互质，例如，4 和 9 是互质的。

(2) **有理数**：整数（包括正整数，负整数和零）和分数（包括正分数和负分数）总称有理数。

(3) **无理数**：无限不循环小数叫做无理数。

(4) **实数**：有理数和无理数总称实数。

2. 数轴 规定了原点、方向、长度单位的直线，叫做数轴。数轴上的点与实数有一一对应关系。

3. 相反数 在数轴上原点的两旁，离开原点距离相等的两点所表示的两个数，叫做互为相反数，数 a 与 $-a$ 是互为相反的数。

4. 数的绝对值

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a > 0 \text{ 时;} \\ 0, & \text{当 } a = 0 \text{ 时;} \\ -a & \text{当 } a < 0 \text{ 时。} \end{cases}$$

$|a|$ 的几何意义，是数 a 在数轴上的对应点到原点的距离。

5. 运算定律

(1) 交换律： $a+b=b+a$, $ab=ba$

(2) 结合律： $(a+b)+c=a+(b+c)$, $(ab)c=a(bc)$

(3) 分配律： $a(b+c)=ab+ac$

6. 运算法则

(1) 加法：

同号两数相加，取原来的符号，绝对值相加。异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小

的绝对值。两个相反的数相加得零，一个数同零相加，仍得这个数。

(2) 减 法：

减去一个数，等于加上这个数的相反数。

(3) 乘 法：

同号两数相乘，取“+”号，把绝对值相乘。异号两数相乘，取“-”号，把绝对值相乘。零同任何数相乘都得零。

(4) 除 法

同号两数相除，取“+”号，把绝对值相除，异号两数相除，取“-”号，把绝对值相除。零除以一个不等于零的数，商是零。

(5) 乘 方

正数的乘方，不论任何次幂都是正数。负数的偶次幂是正数，负数的奇次幂是负数，零的任何次幂都是零。

(6) 开 方

两个实数 x 和 a ，如果 $x^n = a$ ，那么 x 叫做实数 a 的 n 次方根。 a 的 n 次方根用符号 $\sqrt[n]{a}$ 来表示。

在实数范围内，负数不能开方。

因为 $2^2 = 4$ ， $(-2)^2 = 4$ ，所以 4 的平方根有两个，就是 2 和 -2，我们把 2 这个方根叫做 4 的算术平方根，对一般的算术根我们有如下的定义。

算术根的定义：正数的正的方根叫做算术根。零的算术根仍是零。

当 a 是正数， n 是偶数时，符号 $\sqrt[n]{a}$ 表示的是算术根。例如，若 $x^2 = 2$ ，则 $x = \sqrt{2}$ 。

注意： $\sqrt{a^2} = |a|$

$$\text{即 } \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & \text{当 } a > 0 \text{ 时;} \\ 0 & \text{当 } a = 0 \text{ 时;} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时,} \end{cases}$$

方根有如下性质（在实数范围内）：

- 1) 正数的奇次方根是一个正数,
- 2) 正数的偶次方根是两个相反数,
- 3) 负数的奇次方根是一个负数,
- 4) 负数的偶次方根无意义。

二、近似计算

1. 有效数字:

用四舍五入法得到的近似数，从第一个不是零的数字起，到保留的数位为止，所有的数都叫做有效数字。

例，已知 0.0016, 1.60, 1.6 是四舍五入得来的近似数，那么

0.0016 有二个有效数字 1, 6;

1.60 有三个有效数字 1, 6, 0;

1.6 有二个有效数字 1, 6。

2. 近似数的加法和减法

先把小数位数较多的近似数四舍五入到比小数位数最少的近似数多保留一位；计算结果的小数位数和原来近似数里最少的那个相同。

例 1. 计算 $17.5 + 2.446 - 3.16 - 0.012$

解 $17.5 + 2.446 - 3.16 - 0.012$

$\approx 17.5 + 2.45 - (3.16 + 0.01)$

$= 19.95 - 3.17$

$$\approx 16.7$$

例 2. 计算 $5.43 \times 10^3 + 1.61 \times 10^4$

$$\text{解 } 5.43 \times 10^3 + 1.61 \times 10^4$$

$$= 0.543 \times 10^4 + 1.61 \times 10^4$$

$$= 2.153 \times 10^4$$

$$\approx 2.15 \times 10^4$$

3. 近似数的乘法和除法

先把有效数字较多的数四舍五入到比有效数字最少的数多保留一个有效数字的数；计算结果的有效数字应和因数中有效数字最少的个数相同。

例 3. 计算 1.414×1.6

$$\text{解 } 1.414 \times 1.6 \approx 1.41 \times 1.6 \approx 2.26 \approx 2.3$$

例 4. 计算 $5.4382 \div 201$

$$\text{解 } 5.4382 \div 201 \approx 5.438 \div 2.01 \approx 2.705 \approx 2.71$$

4. 近似数的乘方和开方

把近似数乘方，所得的结果的有效数字和底数的有效数字个数相同。

把近似数开方，所得的结果的有效数字和被开方数的有效数字的个数相同。

例 5. 测得一块圆形铁板的直径是 36cm ，求铁板的面积。

解： 设铁板的面积为 A ，直径为 d ，则

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \approx 3.14 \times \left(\frac{36}{2} \right)^2 = 3.14 \times 324 \approx 1017$$

$$\approx 1.0 \times 10^3$$

答：元板的面积是 1000cm^2

例 6. 一个正方形的面积约 23.5cm^2 ，求这正方形的边长。

解 $\sqrt{23.5} \approx 4.848 \approx 4.85$

答：正方形的边长是 4.85cm

三、复数

1. 复数的意义

(1) 虚数单位 i 叫做虚数单位，它满足：

1) $i^2 = -1$, 2) i 与实数在一起，可以按照实数的运算法则进行运算。

i 的乘幂有以下重要性质：

$$i^1 = i; \quad i^2 = -1; \quad i^3 = -i; \quad i^4 = 1.$$

一般地有 $i^{4n+1} = i$, $i^{4n+2} = -1$, $i^{4n+3} = -i$, $i^{4n} = 1$ (n 是整数)。

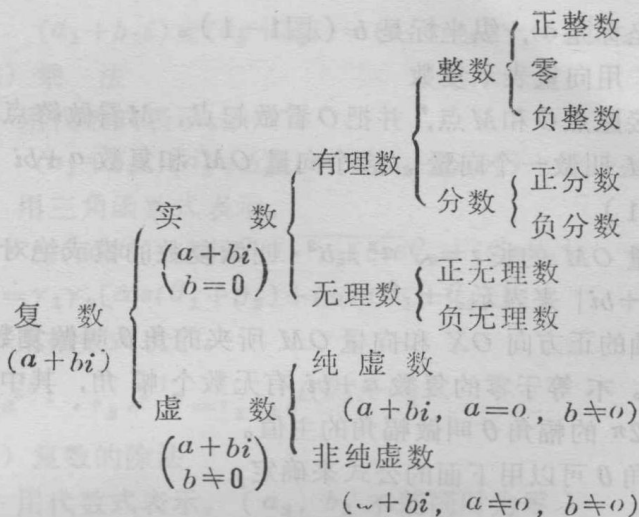
2) 纯虚数 形如 bi (b 是不等于零的实数) 的数称为纯虚数。

3) 复数 形如 $a+bi$ 的数叫做复数 (其中 a 和 b 都是实数)。

如果 $b=0$ ，这个复数就是实数 a ；如果 $b \neq 0$ ，这个复数叫做虚数；如 $b \neq 0$, $a=0$ 这就是纯虚数 bi 。

2. 数的扩展小结

数的概念扩展的过程，可以概括成下表：



两个复数 $Z_1 = a_1 + b_1 i$ 和 $Z_2 = a_2 + b_2 i$ 当 $a_1 = a_2, b_1 = b_2$ 时 $Z_1 = Z_2$ 。复数 $Z = a + bi$ 与 $\bar{Z} = a - bi$ 叫做共轭复数。

两个数中，只要有一个不是实数，我们就不规定它们的大小。

3. 复数的几何表示法

(1) 用平面上的点表示复数。

复数 $a + bi$ 可以用平面直角坐标系内的点 M 来表示，这个

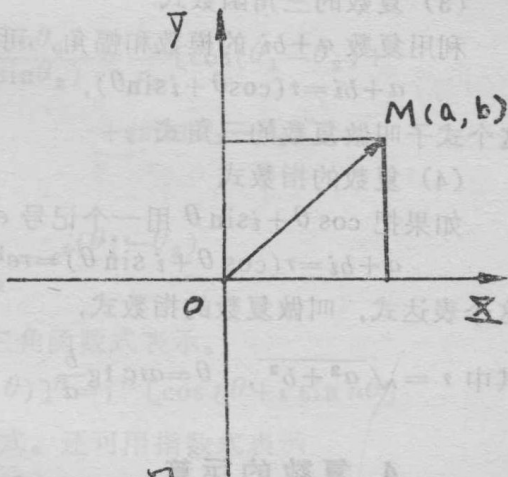


图 1-1

点的横坐标是 a ，纵坐标是 b (图1-1)。

(2) 用向量表示复数

连接原点 O 和 M 点，并把 O 看做起点， M 看做终点，这条线段 OM 叫做一个向量，这个向量 OM 和复数 $a+bi$ 相对应 (图1-1)

向量 OM 的长 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ 叫做复数的模或绝对值，用符号 $|a+bi|$ 来表示。

x 轴的正方向 OX 和向量 OM 所夹的角 θ 叫做复数 $a+bi$ 的幅角。不等于零的复数 $a+bi$ 有无数个幅角，其中适合于 $0 \leq \theta < 2\pi$ 的幅角 θ 叫做幅角的主值。

幅角 θ 可以用下面的公式来确定：

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{a}{r}, \\ \sin \theta = \frac{b}{r}. \end{cases}$$

(3) 复数的三角函数式

利用复数 $a+bi$ 的模数和幅角，可以把复数表示成

$$a+bi = r(\cos \theta + i \sin \theta),$$

这个式子叫做复数的三角式

(4) 复数的指数式

如果把 $\cos \theta + i \sin \theta$ 用一个记号 $e^{i\theta}$ 来记，那么复数

$$a+bi = r(\cos \theta + i \sin \theta) = re^{i\theta}$$

这个表达式，叫做复数的指数式，

其中 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ， $\theta = \arctan \frac{b}{a}$

4. 复数的运算

(1) 加法和减法 一般用代数式表示。