义务教育课程标准实验教材

XINKECHENG
ZIZHUXUEXIZIYUAN

新课程
自主学习资源

数学 九年级上

浙江教育出版社

义务教育课程标准实验教材

新课程自主学习资源

数 学 九年级上

丛书编委会

主　任　欧益生

副主任　朱建人　武明明

成　员　王晓红　陆李松　杨建秋　朱玲娟　周忠良
罗剑红　徐孝麟

学科主编　吴明华

本册主编　王丽娟

编写人员　王丽娟　缪利平　倪飞根　陆洪良

浙江教育出版社

编写说明

《新课程自主学习资源》(数学·九年级上)是与北京师范大学出版社出版的《义务教育课程标准实验教科书·数学》(九年级上册)相配套的教学辅助材料，供九年级上学期使用。

本书的编写集中了多年来教学改革的经验，结合课程三维目标，以“中间地带”理论为基本原则，力求从知识的本质上帮助学生对基础知识与基本技能进行理解与建构，力求知识学习与过程、方法学习兼顾。同时，适当拓展，为学生提供自主学习的相关材料，培养学生主动参与、乐于探究、善于交流与合作的能力。

基本链接，用题组的形式进行基础知识与基本技能学习，兼顾过程与方法的学习，体现基础性，帮助学生完成基本的学习目标。

尝试应用，尝试应用知识与技能解决数学学习与简单的生活实际问题，适当体现与其他学科的联系等，帮助学生初步学会分析与解决问题的方法。

自主探索，适当提供一些体现探究性、开放性、设计性的新颖问题，为学生提供自主学习与合作交流的平台。

穿插的一些课题学习，有的与当前学习内容密切相关，旨在引入探究性学习的思想，开拓学生的视野，培养学生的研究意识和科学态度。

编　者

2005年7月

目 录

第一章　证明(二)

同学们,你知道伽利略是怎样发现自由落体的运动规律的吗?请先看下面这个故事.

古希腊哲学家亚里士多德曾经断言:10 磅重和 1 磅重的两个铁球,同时从相同高处下落,10 磅重的铁球一定先着地,而且下落速度是 1 磅重的铁球的 10 倍.伽利略产生了疑问,他做了如下推理:假如这句话正确,那么 10 磅重和 1 磅重的两个铁球拴在一起下落的速度应当比 10 磅重的铁球慢(因为轻的会拖住重的),但是按照亚里士多德的说法,拴在一起的 11 磅重的铁球下落的速度应当比 10 磅重的铁球快,这不就矛盾了吗?可见亚里士多德说错了.

在这个故事中,伽利略之所以能轻松地发现亚里士多德的错误,你知道他用了什么方法吗?

在本章中,我们将根据前面学过的公理和定理,进一步探索三角形的有关性质,尤其是等腰三角形和直角三角形的性质;更广泛地领略证明的方法和过程,并运用这些知识解决一些实际问题.

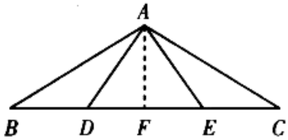
1.1　你能证明它们吗(1)

基本训练

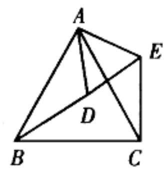
1. (1) 等腰三角形的顶角平分线、__________和__________互相重合；
   (2) 在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=40°$，点M是BC的中点，那么$\angle AMC=$__________，$\angle BAM=$__________.
2. (1) 已知等腰三角形的顶角和一个底角的和为$110°$，那么顶角的度数为________；
   (2) 在$\triangle ABC$中，点D是AB的中点，且$CD=AD=BD$，那么$\angle ACB$的度数为________.

尝试应用

3. 将下面证明过程中每一步的理由写在括号内.
   已知：如图，点D,E在$\triangle ABC$的边BC上，且$AB=AC$，$AD=AE$.
   求证：$BD=CE$.
   证明：过点A作$AF\perp BC$，垂足为F.
   $\because AB=AC$(　　　　　)，
   $AF\perp BC$(辅助线的画法)，
   $\therefore BF=FC$(　　　　　　　).
   同理，$DF=EF$.
   $\therefore BD=EC$(　　　　　　　).

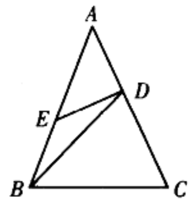


4. 已知：如图，$\triangle ABC$是等边三角形，点D,E分别在$\triangle ABC$的内部和外部，$\triangle ADE$也是等边三角形.
   求证：(1) $\angle BAD=\angle CAE$；
   (2) $BD=CE$.



自主探索

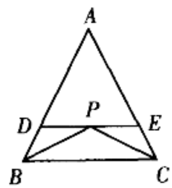
5. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点D是AC上一点，使$BD=BC$；点E是AB上一点，使$AD=DE=BE$. 你能求出$\angle A$的度数吗？试一试.



1.1 你能证明它们吗(2)

1. (1) 在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,$BD\perp AC$,$CF\perp AB$,垂足分别为点D,F,则BD______CF.

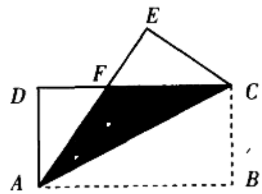
   (2) 如图,在$\triangle ABC$中,$\angle ABC=\angle ACB$,$\angle ABC$和$\angle ACB$的角平分线交于点P,过点P作$DE/\!/BC$,分别交AB,AC于点D和点E.则图中有______个等腰三角形.



2. 在$\triangle ABC$中,$\angle A$的补角等于110°. 若$\triangle ABC$是等腰三角形,那么$\angle B=$(　　)

   A. 55°　　B. 40°　　C. 70°　　D. 55°或40°或70°

3. 如图,将一张矩形纸片沿对角线AC对折,重叠部分是一个等腰三角形吗?为什么?

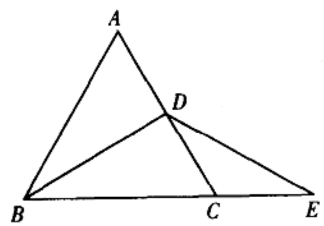


4. 用反证法证明:等腰三角形的底角必为锐角.

5. 已知:如图,$\triangle ABC$是等边三角形,BD是中线,延长BC到E,使$CE=CD$.

   (1) 求证:$BD=ED$;

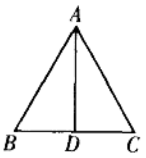
   (2) 若将题中条件"BD是中线"改为"BD是角平分线或高",(1)中的结论是否仍然成立?

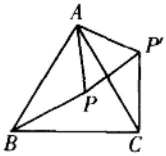


1.1 你能证明它们吗(3)

基本训练

1. 如下左图,在$\triangle ABC$中,$\angle ABC=60°$,$AB=AC=2$cm,则$\angle A=$________;若$AD\perp BC$,垂足为点D,则AD的长为________cm.





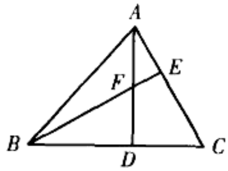
2. (1) 如果等腰三角形的底角为15°,腰长为4cm,那么腰上的高长为________cm;

   (2) 如上右图,$\triangle ABC$是等边三角形,P是$\triangle ABC$内一点,连结PA,PB,将$\triangle ABP$绕点A逆时针旋转60°后到$\triangle ACP'$的位置,若$AP=3$cm,则$\triangle APP'$的周长为________cm.

尝试应用

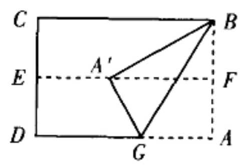
3. 在$\triangle ABC$中,$\angle ACB=90°$,$\angle A=30°$,$AB=10$cm,求:(1) BC边的长;(2) 以AC为边的正方形的面积.

4. 如图,在$\triangle ABC$中,$\angle C=60°$,且AC边上的高BE经过BC边上的高AD的中点F.若$BE=10$cm,求BF,EF的长.



自主探索

5. 在矩形$ABCD$中,$AB=6$cm,$BC=8$cm,先把它对折,折痕为EF,展开后再折成如图所示形状,使点A落在EF上的点A'处.求第二次折痕BG的长.



1.2 直角三角形(1)

基本训练

1. (1) 在$\triangle ABC$中,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$的对边长分别是a,b,c. 若$\angle A+\angle C=90°$,那么下列等式成立的是(　　)

A. $a^2+b^2=c^2$　　B. $a^2+c^2=b^2$　　C. $b^2+c^2=a^2$　　D. $c^2-a^2=b^2$

(2) 下列各组数作为三角形的边长,其中不能构成直角三角形的是(　　)

A. 6,8,10　　B. 5,12,13　　C. 9,40,41　　D. 5,6,7

2. 下列命题的逆命题是真命题的是(　　)

A. 对顶角相等　　B. 全等三角形的对应角相等

C. 等边三角形的三个角都相等　　D. 若$a=b$,则$a^2=b^2$

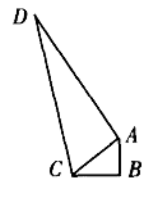
尝试应用

3. 写出下列命题的逆命题,并判断逆命题的真假:

(1) 同位角相等;　　(2) 在一个三角形中,等角对等边;

(3) 如果$a=b=0$,那么$a+b=0$;　　(4) 有两个角互余的三角形是直角三角形.

4. 如图,在四边形$ABCD$中,$\angle B=90°$,$AB=3$,$BC=4$,$AD=12$,$DC=13$,求证:$\angle DAC=90°$.

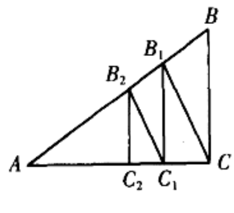


自主探索

5. 如图所示,$\angle ACB=90°$,$\angle BAC=30°$,$AB=100\text{cm}$,$CB_1\perp AB$,$B_1C_1\perp AC$,垂足分别为B_1,C_1.

(1) BC的长是多少?B_1C_1的长是多少?

(2) 若$C_1B_2\perp AB$,$B_2C_2\perp AC$,则B_2C_2的长为多少?继续这样画垂线,你能求出B_9C_9的长吗?



1.2 直角三角形(2)

基本训练

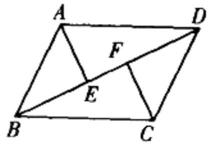
1. 根据下列条件不能判定两个直角三角形全等的是(　　)

A. 两条直角边对应相等　　B. 两个锐角和斜边对应相等

C. 两个锐角对应相等　　D. 斜边和一条直角边对应相等

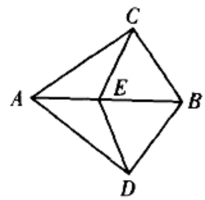
2. 如图，$AB=CD$，$AE\perp BD$ 于点 E，$CF\perp BD$ 于点 F，且 $AE=CF$. 那么图中全等三角形的对数是(　　)

A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对

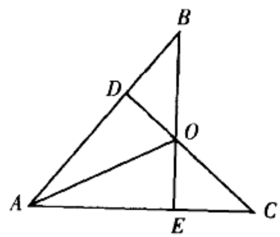


尝试应用

3. 如图，$\angle ACB=\angle ADB=90^\circ$，$AC=AD$，$E$ 是 AB 上任意一点.
求证：$CE=DE$.



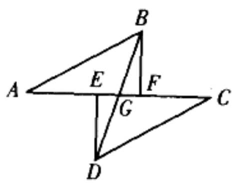
4. 如图，$AB=AC$，$CD\perp AB$ 于点 D，$BE\perp AC$ 于点 E.
求证：AO 平分 $\angle BAC$.



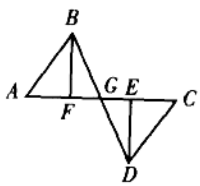
自主探索

5. (1) 如图①，点 A,E,F,C 在一条直线上，$AE=CF$，过点 E,F 分别作 $DE\perp AC$，$BF\perp AC$，若 $AB=CD$，求证：BD 平分 EF.

(2) 若将 $\triangle DEC$ 的边 EC 沿 AC 方向移动到图②位置，其余条件不变，则(1)中的结论是否仍成立？请说明理由.



①



②

1.3　线段的垂直平分线(1)

1. 判断题：

(1) 等腰三角形顶角的角平分线就是底边的垂直平分线.　(　　)

(2) 直线的垂直平分线只有一条.　(　　)

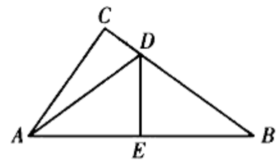
(3) 线段的垂直平分线有两条.　(　　)

2. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，AB 的垂直平分线 DE 交 AB 于点 E，交 BC 于点 D.

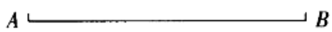
(1) 如果 $\angle CAD = 20°$，那么 $\angle B =$ ________；

(2) 如果 $\angle CAB = 50°$，那么 $\angle CAD =$ ________；

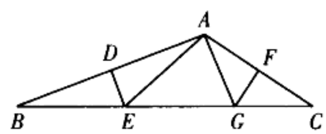
(3) 如果 $AC = 6$，$BC = 10$，那么 $\triangle ACD$ 的周长是________.



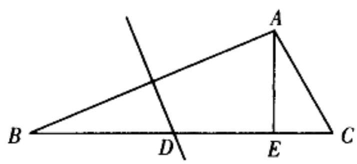
3. 已知线段 AB，用尺规把线段 AB 四等分.



4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 126°$，ED，GF 分别是 AB，AC 的垂直平分线，求 $\angle EAG$ 的度数.



5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B = 22.5°$，$\angle C = 60°$，AB 的垂直平分线交 BC 于点 D，$BD = 6\sqrt{2}$，$AE \perp BC$ 于点 E. 求 EC 的长.



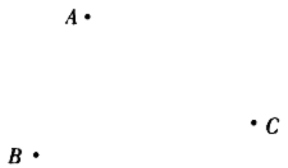
1.3 线段的垂直平分线(2)

1. 到一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的________________上.
2. 平面上有A,B,C,D四个点,其中任意三点都不共线,且$BA=BC$,$DA=DC$,则(　　)

   A. AB是CD的垂直平分线　　B. BC是AD的垂直平分线

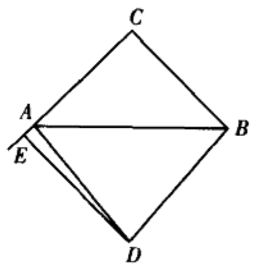
   C. BD是AC的垂直平分线　　D. CD是AB的垂直平分线

3. 如图,为解决村民喝水问题,A,B,C三村计划打一眼深井,要求井到这三个村庄的距离相等. 请你在图中画出深井P的位置.



4. 求证:等腰三角形两底角的角平分线的交点在底边的中垂线上.

5. 如图,在$\triangle ABC$中,$\angle ACB=90°$,$AC=BC$. D是$\triangle ABC$外一点,且$AD=BD$,$DE\perp AC$,交CA的延长线于点E. 求证:$DE=AE+BC$.



1.4 角平分线(1)

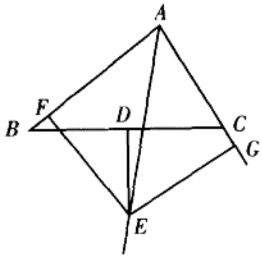
1. (1) 角平分线上的点到这个角的两边的距离______;

   (2) 在一个角的内部,到角的两边距离相等的点,在这个角的______上.

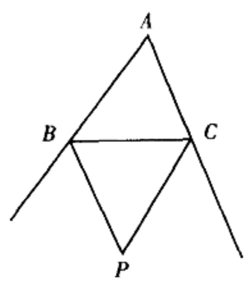
2. 在$\triangle ABC$中,$\angle C=100°$,$\angle A$,$\angle B$的角平分线相交于点D,则$\angle ACD=$______.

3. 在$Rt\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,AD平分$\angle BAC$交BC于点D. 已知$BC=32$,$BD:CD=9:7$,求点D到AB的距离.

4. 如图,在$\triangle ABC$中,点D为BC的中点,$DE\perp BC$,交$\angle BAC$的平分线AE于点E;$EF\perp AB$于点F;$EG\perp AC$,交AC的延长线于点G. 求证:$BF=CG$.



5. 已知:如图,在$\triangle ABC$中,BP,CP是$\triangle ABC$的两个外角的角平分线,且相交于点P. 求证:点P在$\angle A$的角平分线上.

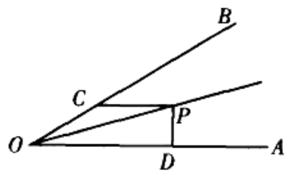


1.4 角平分线(2)

1. 三角形三边的垂直平分线的交点到____________的距离相等；三角形三个内角的角平分线的交点到______的距离相等.
2. 如图，$\angle AOP=\angle BOP=15^\circ$，$PC /\!/ OA$，$PD\perp OA$，若 $PC=4$，则 $PD=$（　　）

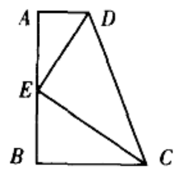
   A. 4　　　　B. 3

   C. 2　　　　D. 1

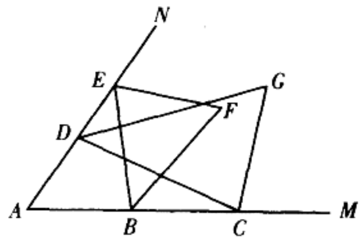


3. 如图，$\angle A=\angle B=90^\circ$，$\angle BCD$，$\angle ADC$ 的角平分线相交于 AB 上一点 E.

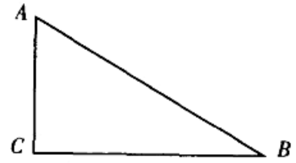
   求证：$AE=BE$.



4. 如图，点 B，C 与点 D，E 分别在 $\angle MAN$ 的边 AM，AN 上，且 CG，DG 分别是 $\angle MCD$ 与 $\angle CDN$ 的角平分线，它们相交于点 G；BF，EF 分别是 $\angle MBE$ 与 $\angle BEN$ 的角平分线，它们交于点 F. 求证：$\angle F=\angle G$.



5. 如图是一块直角三角形形状的土地，$\angle C=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$. 现要把这块土地分割成大小、形状都相同的三块土地，用于种植三种不同的花. 请你帮助分一分，在图上表示出你的分法.



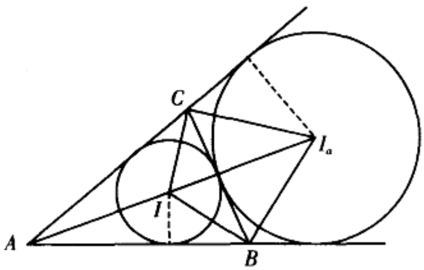
三角形的“心”

我们知道，人只有一个心，做事要认真，讲究一心一意；学习要专心，一心不可二用. 图形呢？圆和球都只有一个心，正方形也是；但三角形不是，它有很多心.

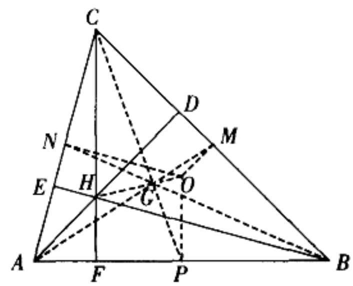
在小学里我们就认识了三角形，由于交情不深，它没有向我们“交心”. 到了中学，与三角形交往日深，感情日笃，我们也逐渐知其心.

要知心，先知线. 我们知道，一个三角形，每个角有角平分线，每条边上有中线、垂直平分线和高. 同样的三条线总是交于一点，于是形成各种心. 大家最先知道的是“五心”：

1. 内心：如图(1)，三角形的三个内角平分线交于一点 I，它就是内心(三角形内切圆的圆心).



(1)



(2)

2. 旁心：如图(1)，三角形一个内角 A 的角平分线与另两个外角的角平分线交于一点 I_a，它就是边 BC 外的旁心(三角形旁切圆的圆心). 在边 AC 外和边 AB 外还各有一个旁心，一共有三个旁心.

3. 垂心：如图(2)，三角形三条高 AD,BE,CF 交于一点 H，它就是垂心.

4. 重心：如图(2)，三角形三边的中线 AM,BN,CP 交于一点 G，它就是重心.

5. 外心：如图(2)，三角形三边的中垂线 PO,MO,NO 交于一点 O，它就是外心(三角形外接圆的圆心).

观察图(2)，不难发现，重心 G 在外心与垂心的连线 OH 上，且 $HG=2GO$，这条线叫欧拉线，这个结论不难证明.18~19 世纪，作为“新三角形几何”的成果，人们又发现了不少巧合点(“心”)：

6. 九心：三角形三条边的中点、三条高的垂足、三个顶点与垂心连线的中点这九点共圆，这个圆叫做三角形的九点圆. 九点圆的圆心称为九心，它正好是 OH 的中点. 九点圆也叫欧拉圆或费尔巴哈圆.

7. 费马点：分别以 $\triangle ABC$ 的三条边为边向外作等边三角形 $\triangle BCA'$，$\triangle CAB'$，$\triangle ABC'$，则 AA',BB',CC' 三条线共点 F，它就是费马点(要求 $\triangle ABC$ 的三个内角都小于 120°).

8. 格尔刚点：$\triangle ABC$ 的内切圆同 BC,CA,AB 三条边的切点分别为 P,Q,R，则 AP,BQ，

CR 交于一点 G'，称为格尔刚点.

9. 类似重心：三角形一条中线关于同一顶点的角平分线的对称线，叫做类似中线，三条类似中线交于一点，即为类似重心，也叫莱莫恩点.

10. 纳格里点：三角形三个顶点同对边上旁切圆切点的连线交于一点，它就是纳格里点.

20 世纪末，我国初等数学界又发现了三角形中一些新的巧合点（“心”）：

11. 正则点（孙四周，1999 年）：在三角形所在平面内的一点，若它关于三角形三条边的对称点构成等边三角形，则称它为正则点.

12. 界心（张学哲，1995 年）：如果三角形边上一点和这边所对顶点的连线把三角形的周长等分，这一点就叫做周界中点；周界中点与对顶点的连线叫做周界中线；三条周界中线必交于一点，它叫界心.