

中学数学教材教法

第三分册 数学教学法

扬州师范学院数学系

江南大学图书馆



11114358

说 明

中学数学教材教法课程，是高等师范院校数学系开设的必修课程之一，它直接关系到师范院校数学系的培养目标，因此，普遍受到大家的重视。

《中学数学教材教法》教材，过去国内出版甚少，且因中学数学教材的删减、增加和渗透，变动亦多。近年来已有些出版社组织编写了一些材料，但多数系参考资料。为此，我系在多年教学实践的基础上，同时参阅学习了国内外有关资料，由数学教学法教研室主任毛鸿翔和高古凤付教授等编写了这部《中学数学教材教法》。

《中学数学教材教法》编写的指导思想，基于高等师范院校数学系单独讲授《解析几何》、《数学分析》和《概率与数理统计》等课程，中学数学有关内容的教材教法在这些课程的教学中共一并处理。《中学数学教材教法》集中讲授大学不单独开设课程而内容又是中学数学的主要部分，结合教学法，阐述力求深透，而不拘泥于现行中学数学内容，面面俱到。全部内容分代数、几何、教学法三部分，并附必要的习题作业。通过学习，不但对中学数学的教材和教学方法要求有较好的掌握，同时对初等数学方面的素养获得必要的

提高。

《中学数学教材教法》除作教材外，也可用作中学数学教师的进修和参考材料，希望对读者有所裨益，由于我们的经验尚不丰富，材料的搜集取舍，也存在局限性，错误难免，请不吝指正。

扬州师范学院数学系

1982年11月

目 录

一、中学数学教学的目的…………… (1)

一、掌握数学的基础知识…………… (2)

二、培养学生的基本技能…………… (3)

三、培养学生的逻辑推理能力和空间想象能力… (3)

四、培养学生的辩证唯物主义观点…………… (4)

二、在教学中应注意的几个问题…………… (6)

一、用辩证唯物主义观点阐述教学内容…………… (6)

二、注意理论联系实际…………… (10)

三、抓好基本知识和基本技能的教学…………… (11)

四、注意学生的实际…………… (15)

三、数学课的课型与教学方法…………… (17)

一、数学课的课型…………… (17)

二、数学课的教学方法…………… (21)

四、备 课…………… (28)

一、明确教学的目的要求…………… (28)

二、明确教材的系统,掌握教材的内在联系…… (29)

三、明确教材的地位和作用…………… (32)

四、掌握重点,抓住关键…………… (33)

五、研究和解决难点·····	(34)
六、摸清学生的疑点·····	(35)
七、备习题,提高练习的质量·····	(37)
八、写好课时计划或教案·····	(37)
五、讲 课 ·····	(45)
一、讲课时要启发学生的积极思维·····	(45)
二、教学过程中要层次分清,段落分明·····	(46)
三、内容上要突出教材的重点·····	(47)
四、教学态度要严肃、自然·····	(47)
五、语言表达要准确、精炼、清楚、 具有启发性·····	(47)
六、板书要有计划的安排·····	(48)
七、讲课时要注意学生的反映·····	(48)
八、注意每堂课的检查改进·····	(49)
六、概念课的教习 ·····	(50)
一、概念的一些基本知识·····	(50)
二、概念课的教法研究·····	(54)
七、推理论证的教学 ·····	(63)
八、公式、法则、定理的教学 ·····	(82)
一、公式、法则的教学·····	(82)
二、定理的教学·····	(95)
九、基本技能的培养 ·····	(100)
一、加强练习、重视实践·····	(100)

二、培养学生逻辑分析的能力	(107)
三、典型示范, 揭示规律, 总结经验	(109)
十、数的概念的教学	(121)
一、有理数的教学	(121)
二、实数的教学	(139)
三、复数的教学	(144)
十一、代数式的教学	(153)
一、代数式的概念	(153)
二、整式的教学	(155)
三、分式的教学	(167)
四、根式的教学	(170)
十二、方程的教学	(178)
一、方程的定义与方程变形的同解定理	(178)
二、一元一次方程	(188)
三、二元一次方程组	(193)
四、一元二次方程	(197)
五、分式方程	(213)
六、无理方程	(215)
十三、列方程解应用问题的教学	(223)
一、将实际问题中的数量关系表示 成数学式子	(223)
二、列方程的实质与思想方法	(225)
三、典型问题中的基本数量关系和等量关系	(227)

十四、函数的教学	(257)
一、函数概念的教学	(257)
二、函数的性质的讨论与函数图象的绘制	(270)
十五、排列组合的教学	(309)
一、排列的教学	(309)
二、组合的教学	(323)
十六、直线形的教学	(331)
一、中学几何的逻辑结构	(331)
二、直线、相交线和平行线的教学	(336)
三、三角形的教学	(341)
四、四边形的教学	(346)
五、相似形的教学	(349)
十七、圆的教学	(360)
一圆的基本性质的教学	(360)
二、直线和圆的位置关系	(364)
三、圆和圆的位置关系	(366)
四、点的轨迹的教学	(368)
十八、空间直线与平面的教学	(379)
一、注意培养学生的空间想象能力	(379)
二、帮助学生掌握一些重要定理在证题和计算 中的应用	(388)
三、点到直线的距离、点到平面的距离、	

直线与平面的交角、平面与平面的交角 的有关计算	(403)
十九、柱、锥、台的教学	(406)
一、柱、锥、台的概念的教学	(406)
二、正棱柱、正棱锥、正棱台、圆柱、圆锥、 圆台的侧面积	(407)
三、柱、锥、台、球的体积	(409)
二十、曲线与方程的教学	(410)
一、曲线的方程的概念的教学	(410)
二、由曲线求方程	(414)
三、由方程求曲线	(419)
二十一、圆锥曲线的教学	(422)
一、圆的一般方程	(422)
二、椭圆、双曲线、抛物线的概念	(425)
三、椭圆、双曲线、抛物线的标准方程	(427)
四、椭圆、双曲线、抛物线的形状的讨论	(431)
五、椭圆与双曲线的准线	(433)
六、圆锥曲线的切线	(440)
二十二、极坐标与参数方程的教学	(445)
一、极坐标方程的教学	(445)
二、参数方程的教学	(456)

勘误表

页	行	误	正
129	3	不清	相
	4	"	绝对
	5	"	重要
	6	"	因而
	22	"	握的
	24	"	样
130	1	"	方
	17	"	此教
	18	"	绝对
	19	"	对值
	20	"	数的
	21	"	样的
135	8	"	法运
	9	"	们能
	23	"	项
	25	"	略不
	26	"	这里
136	6	"	考虑
	7	"	成
	8	"	前
	9	"	数
	23	"	成
	24	"	自
	25	"	等

一、中学数学教学的目的

中学数学教学的目的，包括下列几个方面：

(1) 使学生切实学好从事现代化生产和进一步学习现代科学技术所必需的数学基础知识；

(2) 培养学生的正确迅速的运算能力，逻辑思维能力
和空间想象能力，以逐步形成运用数学来分析和解决实际问题的
能力。

(3) 结合教学内容向学生进行思想教育，激励学生为实现社会主义现代化学好数学的热情，培养学生的科学态度和辩证唯物主义世界观。

这几个方面是彼此联系不可分割的整体。

基本知识是掌握基本技能的前题，而基本技能的培养又能反过来巩固和加深对基本知识的理解。因此，在巩固和加深对基本知识理解的同时，必须加强基本技能的培养。发展学生的逻辑思维能力和空间想象能力，以及分析问题和解决问题的能力与基本知识的掌握，基本技能的培养也是紧密联系的。学生在掌握基本知识和基本技能的过程中，必然会发展
逻辑思维能力，而逻辑思维能力的发展，又有助于更好地掌握数学的基本知识和基本技能。在讲授数学的基本知识和培养学生的基本技能的过程中，也会有效地发展学生的空间想象能力。科学的阐述教材内容，揭示规律，指导学生科学地掌握数学知识，也会逐步地培养学生的辩证唯物主义的观

点。下面我们分几个方面来阐述这方面的内容：

（一）掌握数学的基础知识

四个现代化的关键是科学技术现代化，现代化的科学技术和数学是紧密相联的。不论生产部门还是研究部门，对数学的要求都越来越高。中学阶段如果仅仅学习代数、几何、三角等内容，已经不能适应现代化生产和科学技术的需要。加强中学数学基础，提高中学数学教学质量，让学生尽早地接触、了解和掌握一些近代数学知识，不论对学生毕业后，从事生产劳动还是进一步学习，都有十分重要的意义。根据以上要求，目前中学数学大纲，对数学内容作了以下的确定：①对原来的中学数学中的内容进行精简，删减在生产和科学技术中用处不大的内容和已经有较先进的方法来代替的内容。精简传统数学的内容之后，使学生集中精力把基本内容学好，把基本技能掌握得更熟练。

②增加了微积分、概率统计、逻辑代数（有关电子计算机的数学知识）等近代数学的初步知识。

③渗透近代数学的基本思想。集合、对应等概念是近代数学最基本的概念。尽早让学生接触集合、对应等基本思想，并逐步了解这些基本思想，可为今后学习近代数学提供有利条件。

中学数学课程的具体要求和全部内容规定在中学数学教学大纲内，并通过教科书具体地作了阐述。每个教师都要认真学习领会大纲的全部精神，明确教学目的，认真钻研教材，积极努力地帮助学生学好所应学习的数学基础知识。

(二) 培养学生的基本技能

学习科学知识的目的是为了应用，应用这些知识，为社会主义革命和建设服务。在实际应用中，既需要基础知识，也需要基本技能。只懂得一些概念、定理、公式或法则，而不会具体应用，这是不符合我们的学习目的的。因而在学习基础知识的同时，还必须注意基本技能的培养。

关于基本技能的培养，总的要求应该是：在计算方面达到合理、准确、简捷、迅速，也就是说运算有理论根据，推演合乎科学性，计算结果没有错误，计算方法力求简便，计算速度力求迅速。在论证方面达到推理严谨，步骤简明完整，也就是要求掌握分析、综合、演释、归纳等论证方法。在绘图方面达到正确使用工具，绘图正确、整洁。在测量方面达到会用工具进行实际操作，根据测量数据正确得出结论，并能根据具体要求作出测量报告。培养学生的基本技能是一项复杂细致的工作，必须在学生牢固的掌握基本知识的基础上，通过一系列实践活动（包括课内外的练习、解答习题等）才能逐步实现。

(三) 培养学生的逻辑推理 和空间想象能力

数学是一门具有严密的逻辑性的科学，不论是初等数学还是高等数学，都是以逻辑推理的形式来表述量的关系和空间形式的。在中学数学教学中，一定要根据教材的具体内容和学生的智力发展水平来培养学生的逻辑推理能力。教师在讲课时，应该注意数学概念的严密性和结论的精确性。推理

论证时，要有根有据，合乎逻辑。同时还要教会学生一些重要的论证方法。讲解法则时，要明确新的运算是怎样转化为已知的运算方法来进行的，其理论根据是什么。讲公式时要讲清应用的广泛性，要注意各个量之间相互联系和互相制约的关系。在课内外练习时，要求学生解答时要有根有据，合乎逻辑，叙述要完整，条理要分明，解答要正确，方法要简练。要不断注意培养学生严密思考的习惯和分析、综合、归纳、演绎的能力。

数学的另一个特点是它的抽象性。数学在研究现实世界的空间形式和数量关系时，总是暂时地舍去了事物所具有的许多具体的性质，而研究其内在的普遍的关系。也正因为这样，数学也就能在各种不同的领域内获得普遍的应用。在数学教学中，应注意培养学生抽象概括和空间想象的能力。对于概念的讲解，应注意从实际事例和学生已有的知识出发引入，抽出其本质属性，用简明扼要的文字加以叙述，形成明确的概念。在公式、法则的教学中，应注意从具体到抽象，从具体的例子出发，再概括出一般的公式法则，以培养学生的抽象概括的能力。在教学中应充分注意利用模型和图形的直观性来积累学生的空间概念。要逐步训练学生从平面图形（如位置关系图，直观图，二视图，三视图），想象出空间图形或实物，根据文字叙述画出图形，想象空间元素的关系等。来发展学生的空间想象的能力。

（四）培养学生的辩证唯物主义观点

数学是以现实世界的空间形式和数量关系为对象的，数学在反映客观事物的规律时，常常采取高度抽象的形式。乍

看起来，数学所探讨的量和具体事物是无关的，然而它却是现实世界的空间形式和数量关系的反映，是从许多具体事物中抽取出来的一种普遍关系。因此我们要认识数学不是人们的臆造，而是反映客观存在的，在数学教学中，要阐明数学的物质性。

数学作为一门科学来说，有它本身的规律性。数学内部的矛盾是符合辩证法的规律在运动的，无论初等数学，还是高等数学，都充满着矛盾，因而必然存在着矛盾的运动，数学的各种规律性，就是唯物辩证法在数学里的表现。因而科学的数学，又成为辩证的辅助工具。在数学教学中，必须揭示这种矛盾运动的规律，只有这样才有利于学生学好数学基础知识，有利于学生形成辩证唯物主义世界观。

中学阶段，数学是一门重要的课程，中学数学教师，必须明确中学数学教学的目的，根据各个阶段的具体要求，努力提高数学的教学质量，给学生打好数学基础，以适应实现四个现代化的需要。

二、在教学中 应该注意的几个问题

(一) 用辩证唯物主义观点阐述 教学内容

数学教学的目的之一，就是要培养学生的辩证唯物主义的观点。为了达到这一目的，在数学教学中，就要批判唯心论的先验论，坚持唯物论的反映论，用辩证唯物主义的观点来阐述教学内容。

恩格斯说：“高等数学的主要基础之一，就是矛盾，……”。“就是初等数学也充满着矛盾。”在数学中，正数和负数，常量和变量，微分和积分，直线和曲线，平面与曲面等都是一对矛盾。它们各以和它对立着的方面为自己存在的前提，双方共处于一个统一体中，矛盾着的双方，依据一定的条件，各向其相反的方面转化。有了负数的概念，才有正数的概念；有了变量的概念，才有常量的概念；有了积分的概念，才有微分的概念；有了曲线的概念，才有直线的概念；有了曲面的概念，才有平面的概念。它们之间是相互矛盾，互相排斥，互相对立的。同时，矛盾着的双方，又依据一定的条件，各向其相反的方面转化。随着零点的变化，正数可以变成负数，负数可以变成正数；随着研究过程的变化，常量可以变成变量，变量可以变成常量；随着对曲线或

线段的不断的分割，曲线可以变为直线，直线可以变为曲线。在数学教学中，就要用这种对立统一的观点，来阐明它们之间的内在规律。

毛主席说：“一切事物中包含的矛盾方面的相互依赖和互相斗争，决定一切事物的生命，推动一切事物的发展”。作为反映客观世界的空间形式与数量关系的数学，也正是在矛盾的斗争中发展起来的。就数的概念的发展来说，数起源于“数”，人们通过“数”认识了自然数。由于生活，生产的需要，要求“分”，“分”就出现分得尽和分不尽的矛盾，在分不尽的情况下，这个量就不能用原有数集中的数来表示，反映在运算上，也就是除法运算在自然数集中不能永远实施，为了解决这个矛盾，引进了分数的概念。仅有自然数和分数，还不能满足我们的需要，在常见的许多量中，存在着具有相反意义的量，原有数集里的数，不能反映这些具有相反意义的量的互相矛盾的实质。反映在运算上，就是减法运算在原有数集（一般我们称做算术数）不能通行无阻，为了解决这一矛盾，在长期的实践中，人们引进了负数的概念。把原有的算术数作为正数，用正负数来反映具有相反意义的量，从而解决了这一矛盾。人们由于生活、生产的需要，要进行测量，用长度单位去度量一个线段长度时，又产生了有公度与无公度的矛盾。有公度的情况，它的量数可以用整数或分数来表示，而无公度的情况，它的量数则不能用原有的数来表示。反映在运算上，正数的开方运算在原有数集（有理数集）里不能通行无阻，存在着开得尽与开不尽的矛盾。人们经过了一翻曲折和斗争，引进了无理数的概念，把原有的数叫做有理数，用无理数来反映无公度的情况下所

得的数。

在历史上，负数的产生迟于无理数。其原因是从自然数（扩大了的自然数）到分数（不带符号），这一过程是和度量关系相联系的，这些数是对度量不断给予精确的数学描述而产生的，分数（不带符号）是自然数的自然延续和扩张。这个延续与扩张的道路是沿着揭露事物所含的绝对数量这个方向上扩展的。如果从这个方向来考虑问题，那么就不会发现负数。负数是从另一个方向来认识事物的数量关系的，在这个方向上不仅考虑到事物的绝对含量，而且还需要考虑到事物的“方向”，负数是人们认识“方向数量”的起点。显然，新起点的开辟和建立是困难的，当实践问题需要同时考虑相反意义的两种量时，千百万次的实践经验，促使人们有引入正负数的要求，最后形成了完善的正负数理论。

有了实数，人们对数的认识并没有结束，在实数范围内，就连最简单的方程 $X^2 + 1 = 0$ 都没有解。为了解决这一类的矛盾，又一次将数的概念加以扩充，引进了虚数，从而将数的概念扩充到复数。

旧的矛盾解决了，新的矛盾又随之而发生。新过程包含着新的矛盾，又开始了自己的矛盾发展史。同样，人们对数的认识也总是在矛盾中不断发展的。在新的矛盾中，人们又认识了矩阵、向量、张量等概念。这些概念对近代数学的发展起着重要的作用。

从以上所述的数的概念的发展可以看到，数的概念，是一部矛盾发展史，它们是在矛盾斗争中发展起来的。因而，在数学教学中，就要用“矛盾的不断出现，又不断解决，就是事物发展的辩证规律”的观点来阐述教学内容，使得整个