

压力容器强度分析

清 华 大 学

工程力学系机械强度和振动专业

1975. 4.

目 录

前 言	2
第一章 筒体	5
第二章 平板封头	24
第三章 凸形封头	46
第四章 边缘应力	63
第五章 开孔附近的应力集中及补强方法	79
第六章 容四设计准则	105
第七章 弹性力学分析的一般方法	119
附 录:	
1. 高阶常系数线性齐次微分方程的解法	129
2. 欧拉型微分方程	134
3. 双调和方程的座标变换	136

前 言

压力容器是石油化工、动力、国防、原子能等工业部门里的关键设备之一，因此，容器设计的安全可靠性、合理性与国民经济的发展有着重要的关系。随着我国社会主义建设的飞速发展，对压力容器的要求也越来越高；广大工人阶级和革命工程技术人员在毛主席“自力更生、艰苦奋斗、破除迷信、解放思想”的伟大方针指引下，敢想敢干，大搞技术革命和技术革新，为我国压力容器事业的迅速发展作出了重要贡献。我国自1956年开始制造压力容器，目前已能生产像铸钢、锻造、多层包扎、绕带、绕板、热套等不同类型的容器，并且独创了扁平钢带倾角绕式高压容器。此外还设计制造了不少超高压容器。

强度分析是容器设计的理论基础之一，目前，我国有关容器强度分析的理论 and 试验工作还不能适应“独立自主、自力更生”发展我国压力容器生产的需要，必须大力加强。

举一个例子来说，管板和法兰设计，目前采用各国规范公式计算，结果差异很大，而且计算结果都较厚，不仅大量消耗金属，而且加工制造很困难。生产第一线的工人和技术人员积累了长期的设计、制造、运行的经验，普遍认为目前的设计方法较保守，但目前还缺乏足够的理论和实验工作，据以提出我国自己的具有充分依据的合理设计公式。

其他，如容器开大孔时附近的局部应力及补强设计问题，如随着大型、高压容器的发展出现的绕带、绕板、热套等多层容器的强度计算方法，予紧力及松动量（或过盈量）的控制，开孔补强等都是急待解决的问题。再如在容器设计的失效准则与基础理论研究方面，目前我国规范基本上以弹性应力理论为基础，采用统一的许用应力值，往往设计偏于保守；而近年来有些国家根据塑性力学的观点，按照应力状态的类别，选用不同的许用应力，以合理地降低安全系数。对于这方面工作从理论和实验方面进行

研究，对“多快好省”地发展压力容器有一定的意义。此外，近年来，我国广大冶金工人、工程技术人员研究出了一系列符合我国国情的新钢种，一些屈服比较高的高强度低合金钢在压力容器上的使用，需要对容器的防断裂设计理论进行深入研究，并进行大量的试验工作。

在毛主席教育革命路线指引下，我们于1974年初到北京金属结构厂开门办学，通过十个月的实践，增加了我们对容器设计制造的感性认识和理性认识。我们觉得，为了解决压力容器设计、生产、运行中提出的大量强度问题，不仅要能熟练地使用现有的规范，而且应能掌握容器强度分析的基本理论与方法，为今后独立自主地解决我国容器强度问题打下基础。为此，我们在编写这本“压力容器强度分析”教材时，力图把弹性力学的基本理论与容器设计的实际结合起来，结合筒体、封头、边缘应力、开孔应力集中等容器设计中的典型强度问题，阐述弹性力学的一些基本理论和分析问题解决问题的基本方法。

本书共分七章，其中第一章至第三章介绍了压力容器最主要的部件——筒体与封头的基本应力分析与工程设计方法；第四章“边缘应力”与第五章“开孔附近的应力集中及补强方法”介绍了容器的局部应力分析问题；结合第一章至第五章的学习介绍了厚壁筒、圆平板的弯曲理论、回转对称壳的薄膜理论、圆柱壳的弯曲理论、平面应力问题等弹性力学的基本问题，我们希望通过这些基本力学问题和工程设计方法的学习为进一步解决如前所述的强度分析问题打下一个初步的基础。作为一本初步的强度分析教材，本书只阐述了容器强度分析中最基本的内容，对于压力容器中许多专门问题如法兰密封结构、管板、外压容器、温度应力、卧式容器与直立设备等设备没有直接涉及。第六章介绍了压力容器的应力分类及对各类不同的应力选择不同的许用应力的原则；从容器破坏和设计准则的角度对第一至第五章所叙述的基本应力局部应力作

了一个概括，并介绍了国外有关这方面问题的新动向，第七章是从弹性力学分析问题的基本方法的角度总结了第一章至第五章所涉及的一些典型力学问题，目的是从特殊问题上升到一般理论，为强度专业的学员今后进一步学习与处理其他的强度问题打下初步基础，本章并非容以强度分析的基本内容，可作为一个力学附录看待，此外，在书后还附有本书所涉及的三个数学问题的附录，供学员学习时参攷。

毛主席教导我们说：“思想上、政治上的路线正确与否是决定一切的。”我们在前面说明了有关强度分析的理论及试验工作对容四设计的重要性，但是绝不能认为要搞好容四设计是一件单纯的业务工作，更不能认为是一件单纯的力学计算工作。要搞好容四设计，首先要加强党的一元化领导，认真贯彻“鞍钢宪法”，搞好工人群众、革命技术人员和领导干部的三结合，坚持批林批孔，批判洋奴哲学、爬行主义，走发展自己工业的道路。在设计工作中要深入调查研究，理论密切结合实际，设计工作要和制造，运行紧密结合，强度分析要和结构设计、工艺设计紧密结合。在设计完成以后，还要深入制造和运行过程进一步解决在设计中尚未暴露或未加考虑的新矛盾，使设备进一步完善。可见整个容四设计不仅仅映技术水平，更映了思想水平，我们只有具备了完全彻底为人民服务的精神，贯彻了正确的政治思想路线，才能真正搞好设计工作，这是在我们学习这门课程开始就必须明确的指导思想。

最后，应当指出的是：由于我们学习马列主义和毛主席著作不够，对实际的了解也是很少的，加之时间比较仓促，所以这本教材远不能适应“教材要彻底改革”的要求，在内容上也一定存在不少缺欠和错误。我们诚恳地希望工农兵学员和其他读者对我们提出批评意见，以求不断改进，为编出适合无产阶级教育革命要求的新教材而努力。

第一章 筒体

前言

筒体是压力容器的主要部分，它的结构和承载能力对于一个压力容器的强度设计是首要的，是起决定作用的。

压力容器筒体的型式分为单层和多层两大类。单层式筒体有整体锻造式、锻焊式、铸造式、单层卷焊式、单层瓦比式、无缝钢管式等等。关于多层式筒体专有一节予以介绍。

筒体还分厚壁筒和薄壁筒。 $K \leq 1.1$ 以下属于薄壁筒。 $(K = \frac{R_w}{R_n})$ R_w 是筒体的外径， R_n 是筒体的内径。高压筒体一般筒壁较厚，力学上称为厚壁筒。

第一节 厚壁筒的机械应力及强度计算

筒体在高压下的应力状态是研究筒体承载能力的基础，我们把由于压力作用，在筒壁内出现的应力叫机械应力，以区别于因筒体内外壁温度差异在筒壁内出现的温差应力。

一、工程问题的简化：

毛主席教导我们说：“在复杂的事物的发展过程中，有许多矛盾存在，其中必有一种是主要的矛盾，由于它的存在和发展，规定或影响着其他矛盾的存在和发展”。

高压筒体承受的载荷是比较复杂的，包括：(1) 压力 (2) 自重 (3) 支座或连接管件的反作用力 (4) 温差热应力等。如是塔器还要考虑风载和地震载荷。但是所有这些载荷下，内压是首先要考虑的因素，它决定着容器的结构型式、尺寸大小。

二、厚壁筒的应力分析

首先我们研究厚壁筒的变形特点。现在研究的是与容器端部有一定距离筒体中部的等厚圆筒，筒的内表面受有均匀分布的压力，由于压力及物体本身的轴对称性，故变形后的圆筒对其轴线一定也是对称的，即圆筒的横截面在变形前为圆形，变形后仍为圆形。这样的厚壁筒应力分析问题是轴对称问题。

我们研究的是较长的筒体，同时，截面形状和载荷在 Z 轴方向都是不变的，因此认为筒壁在 Z 轴方向的变形是个常数，即 $\epsilon_z = \text{常数}$ ，由此得出，变形前垂直于 Z 轴的筒壁截面是一个平面变形后仍然是平面。

下面进行厚壁筒的应力计算。

轴对称问题一般选用圆柱坐标，用三个坐标 (r, θ, z) 表示筒壁中任一质点的位置。如图 (1-1a)

为了计算筒内应力，我们任取筒内半径为 r 处的一个微单元体 $abcd$ 。单元体的径向长度为 dr ，中央夹角为 $d\theta$ ，沿圆筒轴向方向取一个单位长度。

在一般受力情况下单元体各面上均有应力，现在研究的圆筒由于形状及压力作用的对称性，同时沿 Z 轴方向没有变化，因此，单元体各面上只有正应力没有剪应力。设沿径向的正应力为 σ_r ，沿环向的正应力为 σ_θ ，沿筒轴方向的正应力为 σ_z 如图 (1-1b)。

图 (1-2) 表示单元体的四个侧面 ab, bc, cd, da 上应力作用情况

筒轴等距离的 ab 和 dc 两侧面上环向应力 σ_θ 大小相等， da 侧面上应力为 σ_r ， bc 侧面上半径增大到 $r+dr$ 应力增大到 $\sigma_r + d\sigma_r$ 。

ab 及 cd 边长为 dr ， ad 边长为 $r d\theta$ ， bc 边长为 $(r+dr) d\theta$ 。考虑微单元体 $abcd$ 的平衡，四个侧面上的力在径向投影之和等于零。

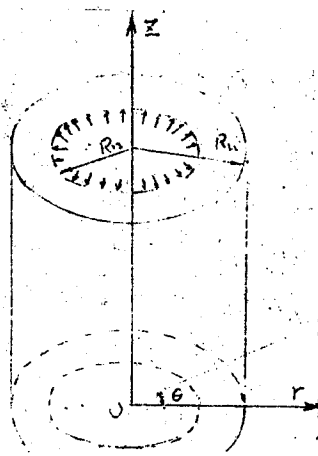


图 (1-1a)

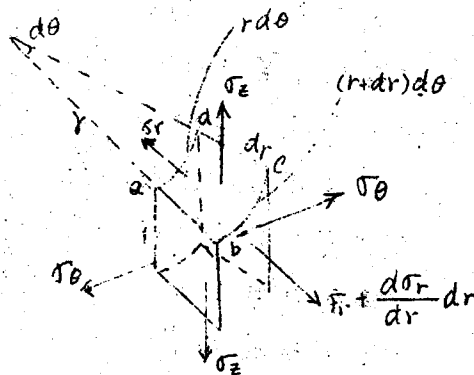


图 (1-1b)

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta - \sigma_r \cdot r d\theta - 2\sigma_\theta \cdot r \sin \frac{d\theta}{2}$$

因为 $d\theta$ 很小，故 $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$

展开前或后，略去三次无穷小，以 $dr d\theta$ 除各项得：

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1.1)$$

这是平衡方程式。

单元体 $abcd$ 四个侧面上的力在圆筒环向投影之和等于零是自动满足的。

平衡方程只有一个，但方程中未知应力两个，这属于超静定问题，需要进一步研究单元体的变形，建立补充方程，才能得出单元体的应力 σ_r 和 σ_θ 。

在内压 P 力作用下，筒壁上各点都将发生变形，设 ϵ_r 、 ϵ_θ 、 ϵ_z 分别表示筒壁上任意一点在径向、环向和轴间的应变。

$abcd$ 为单元体未受力时的原始位置，受力后，单元体将对筒轴作对称性的膨胀而移至 $a'b'c'd'$ 。以 u 表示距圆心为 r 各点的径向位移， $u+du$ 表示距圆心为 $r+dr$ 各点的径向位移，如图 (1-3)。

$$\text{单元体的径向应变为 } \epsilon_r = \frac{(u+du) - u}{dr} = \frac{du}{dr} \quad (1.2)$$

单元体的 da 边长由 $r d\theta$ 增为 $(r+u) d\theta$ ，于是环向应变为：

$$\epsilon_\theta = \frac{(r+u)d\theta - r d\theta}{r d\theta} = \frac{u}{r} \quad (1.3)$$

运用广义虎克定律，建立应力和应变的关系

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{1}{E} [\sigma_r - \mu(\sigma_\theta + \sigma_z)] \\ \epsilon_\theta &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \mu(\sigma_r + \sigma_z)] \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta)] \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

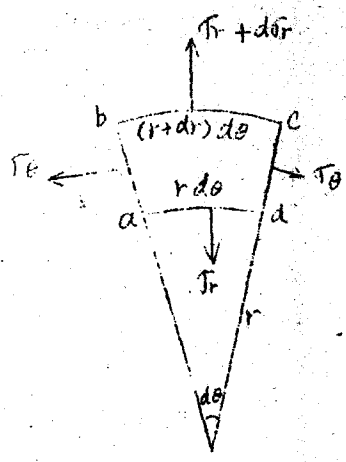


图 (1-2)

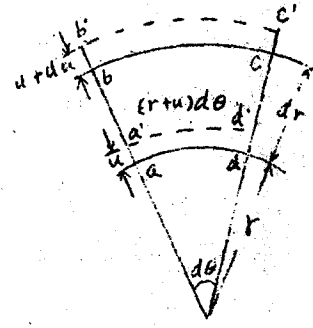


图 (1-3)

把上式换算成：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + \frac{E}{1+\mu} \varepsilon_r \\ \sigma_\theta &= \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + \frac{E}{1+\mu} \varepsilon_\theta \\ \sigma_z &= \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + \frac{E}{1+\mu} \varepsilon_z \end{aligned} \right\} (1.5)$$

将(1.2)(1.3)式代入(1.5)式中的前二式：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} + \varepsilon_z \right) + \frac{E}{1+\mu} \frac{du}{dr} \\ \sigma_\theta &= \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} + \varepsilon_z \right) + \frac{E}{1+\mu} \frac{u}{r} \end{aligned} \right\} (1.6)$$

将(1.6)式代入(1.1)式得

$$\frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{d}{dr} \left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} + \varepsilon_z \right) + \frac{E}{1+\mu} \frac{d}{dr} \left(\frac{du}{dr} \right) + \frac{E}{1+\mu} \frac{1}{r} \left(\frac{du}{dr} - \frac{u}{r} \right) = 0$$

整理后得：

$$\left[\frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} + \frac{E}{1+\mu} \right] \left[\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} \right] = 0$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0$$

此方程是二次线性微分方程也叫二阶欧拉方程

解此方程得：

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right] = 0$$

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(ur)}{dr} \right] = 0$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d(ur)}{dr} = C_1'$$

$$\frac{d(ur)}{dr} = C_1' r$$

$$ur = \frac{1}{2} C_1' r^2 + C_2 = C_1 r^2 + C_2$$

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r}$$

(1.7)

将 (1.7) 式代入 (1.6) 式

$$\sigma_r = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} (2C_1 + \varepsilon_2) + \frac{E}{1+\mu} (C_1 - \frac{C_2}{r^2}) = A - \frac{B}{r^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} (2C_1 + \varepsilon_2) + \frac{E}{1+\mu} (C_1 + \frac{C_2}{r^2}) = A + \frac{B}{r^2}$$

其中

$$A = \frac{EC_1}{(1+\mu)(1-2\mu)} + \frac{E\mu\varepsilon_2}{(1+\mu)(1-2\mu)}$$

$$B = \frac{EC_2}{1+\mu}$$

$$C_1 = \frac{A(1+\mu)(1-2\mu)}{E} - \mu\varepsilon_2$$

$$C_2 = \frac{B(1+\mu)}{E}$$

积分常数 C_1 和 C_2 要根据圆筒受力的边界条件决定。

边界条件是: $r = R_w$ $\sigma_r = 0$

$r = R_n$ $\sigma_r = -P$

于是:

$$\begin{cases} A - \frac{B}{R_n^2} = -P \\ A - \frac{B}{R_w^2} = 0 \end{cases}$$

解出得: $A = \frac{PR_n^2}{R_w^2 - R_n^2}$

$$B = \frac{PR_n^2 R_w^2}{R_w^2 - R_n^2}$$

把 A、B 代入原式得筒壁内任一点的径向及环向应力

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{PR_n^2}{R_w^2 - R_n^2} \left(1 - \frac{R_w^2}{r^2} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{PR_n^2}{R_w^2 - R_n^2} \left(1 + \frac{R_w^2}{r^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

将(1.8)式中的两项相加

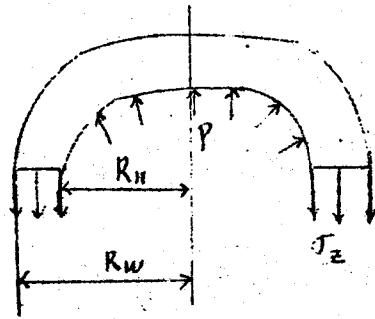
$$\sigma_r + \sigma_\theta = \frac{2PR_n^2}{R_w^2 - R_n^2}$$

这是个常数，前面已经说过 ϵ_z 也是常数，因此可以得出，筒壁内各点的轴向应力 σ_z 也是常数。

σ_z 在筒的横截面上是均匀分布的，见图(1-4) 因此利用轴向平衡条件可以确定 σ_z 。

$$P\pi R_n^2 = \sigma_z \pi (R_w^2 - R_n^2)$$

$$\sigma_z = \frac{PR_n^2}{R_w^2 - R_n^2} \quad (1.9)$$



图(1-4)

令 $K = \frac{R_w}{R_n}$ 则(1.8)(1.9)式可以改写成：

$$\sigma_r = \frac{P}{K^2 - 1} \left(1 - \frac{R_w^2}{r^2} \right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{P}{K^2 - 1} \left(1 + \frac{R_w^2}{r^2} \right)$$

$$\sigma_z = \frac{P}{K^2 - 1}$$

(1.10)

下面给出两端不受力， $\sigma_z = 0$ 情况时厚壁筒位移公式：

$$u = p \frac{r(1-\mu)}{E} \cdot \frac{R_n^2}{R_w^2 - R_n^2} + \frac{P(1+\mu)}{rE} \cdot \frac{R_w^2 R_n^2}{R_w^2 - R_n^2}$$

此公式多用于热套容器的位移过盈量的计算。

厚壁筒壁内各点机械应力计算公式列表 1-1

表 1-1

应力	筒体内壁 $r=R_n$	任意半径 r	筒壁外壁 $r=R_w$
σ_r	$-P$	$\frac{P}{K^2-1} \left(1 - \frac{R_w^2}{r^2} \right)$	0
σ_θ	$P \frac{K^2+1}{K^2-1}$	$\frac{P}{K^2-1} \left(1 + \frac{R_w^2}{r^2} \right)$	$P \frac{2}{K^2-1}$
σ_z	$P \frac{1}{K^2-1}$	$P \frac{1}{K^2-1}$	$P \frac{1}{K^2-1}$

根据前面的分析和计算，我们可以总结得出厚壁筒内应力分布的特点。

(1) 厚壁筒中存在环向应力 σ_θ 和轴向应力 σ_z ，径向应力 σ_r 也不能忽略，其中 σ_θ 最大， σ_z 次之。在内压作用下， σ_θ 、 σ_z 都是拉应力， σ_r 为压应力。因此筒体纵焊缝的强度应特别予以注意。

(2) 厚壁筒中除 σ_z 外，环向应力 σ_θ 与径向应力 σ_r 沿壁厚分布都不均匀。内壁应力为最大， K 值越大，不均匀度越大，造成材料的利用不够充分。故工程上超高压容器采用预紧的方法使应力沿壁厚的分布均匀化，以充分利用材料。

受外压时，计算公式如下：

$$\text{边界条件 } r=R_w \quad \sigma_r = -p$$

$$r=R_n \quad \sigma_r = 0$$

$$\sigma_r = -\frac{p R_w^2}{R_w^2 - R_n^2} \left(1 - \frac{R_n^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{p R_w^2}{R_w^2 - R_n^2} \left(1 + \frac{R_n^2}{r^2}\right)$$

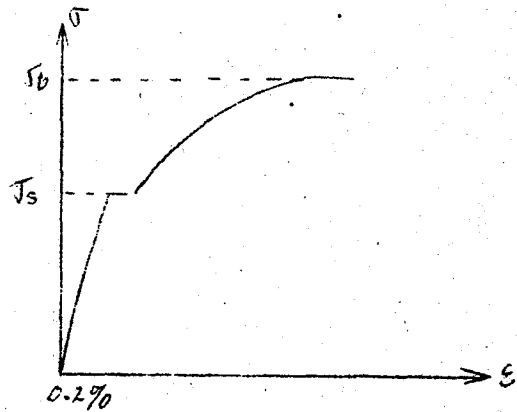
$$u = -\frac{p(1-\mu)}{E} \frac{R_w^2 r}{R_w^2 - R_n^2} - \frac{p(1+\mu)}{E} \frac{R_w^2 R_n^2}{R_w^2 - R_n^2} \quad (1.11)$$

第二节 筒体的工程设计公式

上节阐述了高压筒体在一定压力作用下在弹性范围内的应力分布状况，为我们进行高压筒体的强度设计打下了基础。但是要给出筒体的工程设计公式，还必须了解筒体在外载荷作用下应力达到什么程度才算破坏，即确定容器的失效准则。

为此，首先应了解容器的破坏过程。容器一般都是由塑性材料构成的。塑性材料的应力应变关系如图(1-5)。从许多由塑性材料构成的容器爆破试验中可以观察到，容器由开始受压到破坏经历了以下三个阶段：

1. 弹性变形阶段：外压力与筒壁中各点的变形成正比，直到筒体内壁达到材料屈服极限 σ_s 为止。



图(1—15)

2. 塑性变形阶段：筒体内壁首先达到屈服以后，随着压力的升高，发生应力沿筒壁的重分配，筒壁内各点由里而外逐渐都达到屈服极限。直至当

外加压力等于筒体的极限压力 P_b 时，整个筒壁截面全部进入塑性，此时压力不再增大，而整个筒体发生迅速的、明显的塑性变形。

3. 强化阶段：当外加压力达到极限压力 P_b 后，尽管筒壁发生了很大的塑性变形，但是并没有立即爆破，由于塑性材料具有应变强化，筒壁还有一定的承载能力，压力可以继续上升，直至爆破。

因此，目前关于容器失效准则有以下三种观点：

1. 弹性失效准则：

认为容器壁上应力最大的即一点的应力达到屈服限就称失效。这是最早也是最常用的强度设计准则。目前各国（包括我国）大多数压力容器设计规范都是从弹性失效准则出发制定的。各种基于弹性失效准则的设计公式不同，主要是所采用的强度理论不同。目前采用第一、第三、第四强度理论的设计公式都有。

2. 塑性失效准则：

筒体内壁的屈服，并不导致容器的破坏，因为筒体外壁的材料仍处于弹性状态，它对内壁已经屈服的材料进一步塑性流动起了约束作用，此时容器承受的內压还可继续增大，塑性区不断向外扩展，直到整个筒体截面都进入塑性。塑性失效观点认为只有当筒体的一个截面全部进入塑性才称容器失效。依据塑性失效观

实际的设计称为极限设计。

3. 爆破失效准则：

塑性材料实际上不是理想塑性的，钢材有明显的应变硬化现象，当筒壁整个截面进入塑性后，还能再承受一定的压力。爆破失效观莫认为容器爆破才称失效。

应当指出，在容器的整体屈服方面，虽然各国做了许多试验研究工作，但是，将试验成果用于设计上把握尚不够，因此采用塑性失效或爆破失效准则规范还不多。（苏联高压容器设计规范采用塑性失效准则，日本多层容器设计规范采用爆破失效准则，其它各国规范均采用弹性失效准则。）

下面我们分别介绍各种失效准则的设计公式：

一、弹性失效准则的设计公式：

对于表 2-1 中所列筒体内壁应力，分别运用第一、第二、第三、第四强度理论，并考虑安全系数，便可得到设计公式如下：
(下式中下标“Ⅰ”、“Ⅱ”、“Ⅲ”、“Ⅳ”分别表示用第一~第四强度理论得到的当量应力)

$$\sigma_{(I)} = p \frac{K^2 + 1}{K^2 - 1} \leq [\sigma]^t \quad (1.12)$$

$$\sigma_{(II)} = p \frac{1.3K^2 + 0.4}{K^2 - 1} \leq [\sigma]^t \quad (1.13)$$

$$\sigma_{(III)} = p \frac{2K^2}{K^2 - 1} \leq [\sigma]^t \quad (1.14)$$

$$\sigma_{(IV)} = p \frac{\sqrt{3}K^2}{K^2 - 1} \leq [\sigma]^t \quad (1.15)$$

工程计算中，在满足准确性的要求下，计算公式是否简单易算，也是选择计算公式的主要条件。因此目前在各国应用较多的是中径公式。中径公式是由薄壁公式演变而来的，它在形式上与平均直径处的薄膜应力公式相同，如下式：（下标“中”表示以中径公式计算的当量应力）。

$$\sigma_{\varphi} = \frac{p(D_n + S)}{2S} \leq [\sigma]^t \varphi \quad (\text{当 } p \leq 0.4 [\sigma]^t \varphi)$$

$$\text{或 } S = \frac{p D_n}{2([\sigma]^t \varphi - p)} \quad \text{即 } K \leq 1.5 \quad (1.16)$$

其中, p 为设计压力, (Kg/cm^2)

D_n 为容器内直径, (cm)

S 为容器壳壁的计称厚度 (cm)

$[\sigma]^t$ 为设计温度下壳壁材料的许用应力 (Kg/cm^2)

φ 为焊缝系数。

中径公式既然形式上与薄壁容器的计称公式相同, 为什么还能用在厚壁容器计称上呢? 因为中径公式可以从最大主应力理论公式中简化而未:

中径公式可以变换为下式:

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi} &= \frac{p(D_n + S)}{2S} = \frac{p(R_w + R_n)}{2(R_w - R_n)} = \frac{p}{2} \frac{\frac{R_w + R_n}{R_n}}{\frac{R_w - R_n}{R_n}} = \frac{p}{2} \frac{\frac{R_w}{R_n} + 1}{\frac{R_w}{R_n} - 1} \\ &= \frac{p}{2} \frac{K+1}{K-1} \end{aligned}$$

第一强度理论公式:

$$\sigma(I) = p \frac{K^2 + 1}{K^2 - 1}$$

$$\text{当 } K \leq 1.5 \text{ 时, } \frac{K^2 + 1}{K^2 - 1} \approx \frac{K+1}{2(K-1)} \quad \text{注}^*$$

注*: 此式证明如下: 令 $k = K - 1 = \frac{S}{R_n}$

$$\text{则 } \frac{K^2 + 1}{K^2 - 1} = \frac{(k+1)^2 + 1}{(k+1)^2 - 1} = \frac{k^2 + 2k + 2}{k^2 + 2k} = \frac{1}{k} \cdot \frac{k(k+1) + (k+2)}{k+2} = \frac{1}{k} \left(1 + k \frac{1+k}{2+k} \right)$$

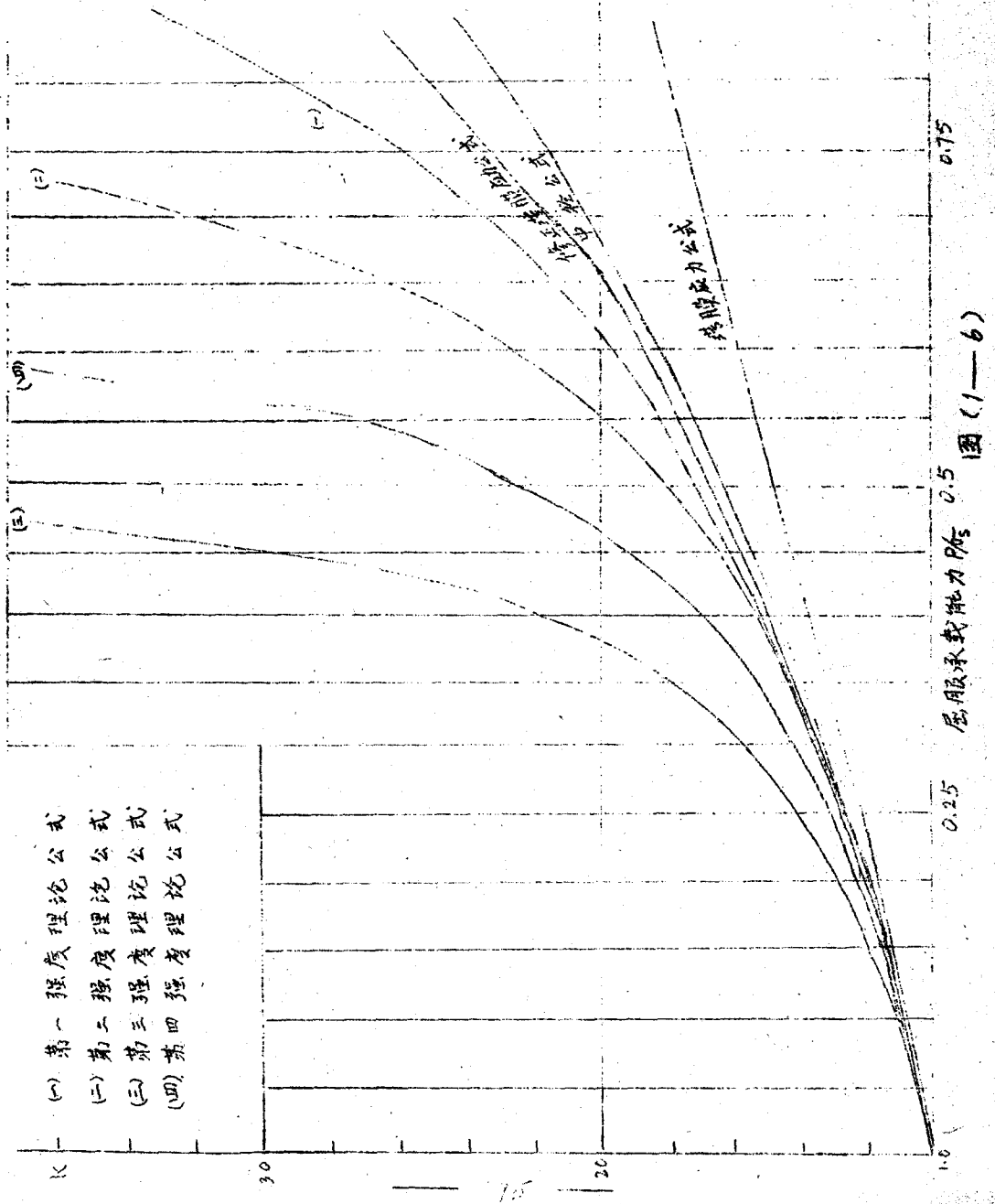
$$= \frac{1}{k} \left[1 + k \left(\frac{1}{2} + \frac{k}{4} - \frac{k^2}{8} + \frac{k^3}{16} - \dots \right) \right] = \frac{1}{k} \left[1 + \frac{k}{2} + \frac{k^2}{4} - \frac{k^3}{8} + \frac{k^4}{16} - \dots \right]$$

$$\approx \frac{1}{k} \left(1 + \frac{k}{2} \right) = \frac{1}{K-1} \left(1 + \frac{K-1}{2} \right) = \frac{K+1}{2(K-1)}$$

即 $\sigma \approx \sqrt{I}$

按中径公式算得的应力实际上是以平均直径为基准的平均应力，在考虑了一定的安全系数后，中径公式实质上也是一种以弹性失效准则为基础的设计公式。

以弹性失效准则为基础的各设计公式的比较见图(1-6)。



试验证明，对于一般的塑性材料，第四强度理论公式的计称结果与试验结果符合较好，而对于屈服比较高的高强度钢，第三强度理论与试验结果较符合。但是由图(1-6)可知，在 $K \leq 1.5$ 时各个强度理论的公式在考虑到相适应的安全系数之后计称结果是相类似的，而各国对不同的强度理论有它自己使用的历史和积累的数据资料，所以目前各国规范中采用第一、第三、第四强度理论的都有，而由于中径公式计称的简便，有较多的国家，包括我国“高压容器设计规定”都采用中径公式。

二、塑性失效准则的设计公式：

假设筒体材料属于理想塑性材料，不考虑强化效应。研究当筒体的整个截面都进入塑性时（即处于极限状态时），筒体的承载能力，此时筒体所能承受的压力 P_s 称为极限压力。

极限状态下，筒体横截面上的应力分布应满足两方面的条件：一是要满足平衡条件，这和弹性状态下应力分布应满足的条件一样，也就是说极限状态下的应力分布也在满足平衡方程(1.1)。另一是要满足屈服条件，什么叫屈服条件呢？先从单向拉伸的屈服条件说起。对于单向拉伸的受力状态，当 $\sigma = \sigma_s$ 时，材料进入屈服，所以在单向拉伸时的屈服条件就是 $\sigma = \sigma_s$ 。至于在三向受力状态（现在所讨论的容器是三向受力状态）的屈服条件怎样考虑呢？这和强度校核时存在各种强度理论一样，校核材料是否进入屈服也存在各种屈服条件，常用的是和用于塑性材料的第三、四强度理论相适应的屈雷斯加(Tresca)屈服条件和米西斯(Mises)屈服条件。前者认为三向受力状态的最大剪应力到达单向拉伸进入屈服时的最大剪应力，材料就进入屈服。因为三向受力状态时的最大剪应力等于 $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ （这里 σ_1 是最大主应力， σ_3 是最小主应力），而单向拉伸时进入屈服时最大剪应力等于 $\frac{\sigma_s}{2}$ ，所以三向受力状态的屈服条件可表达如下：

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_s}{2} \quad \text{或} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s$$