

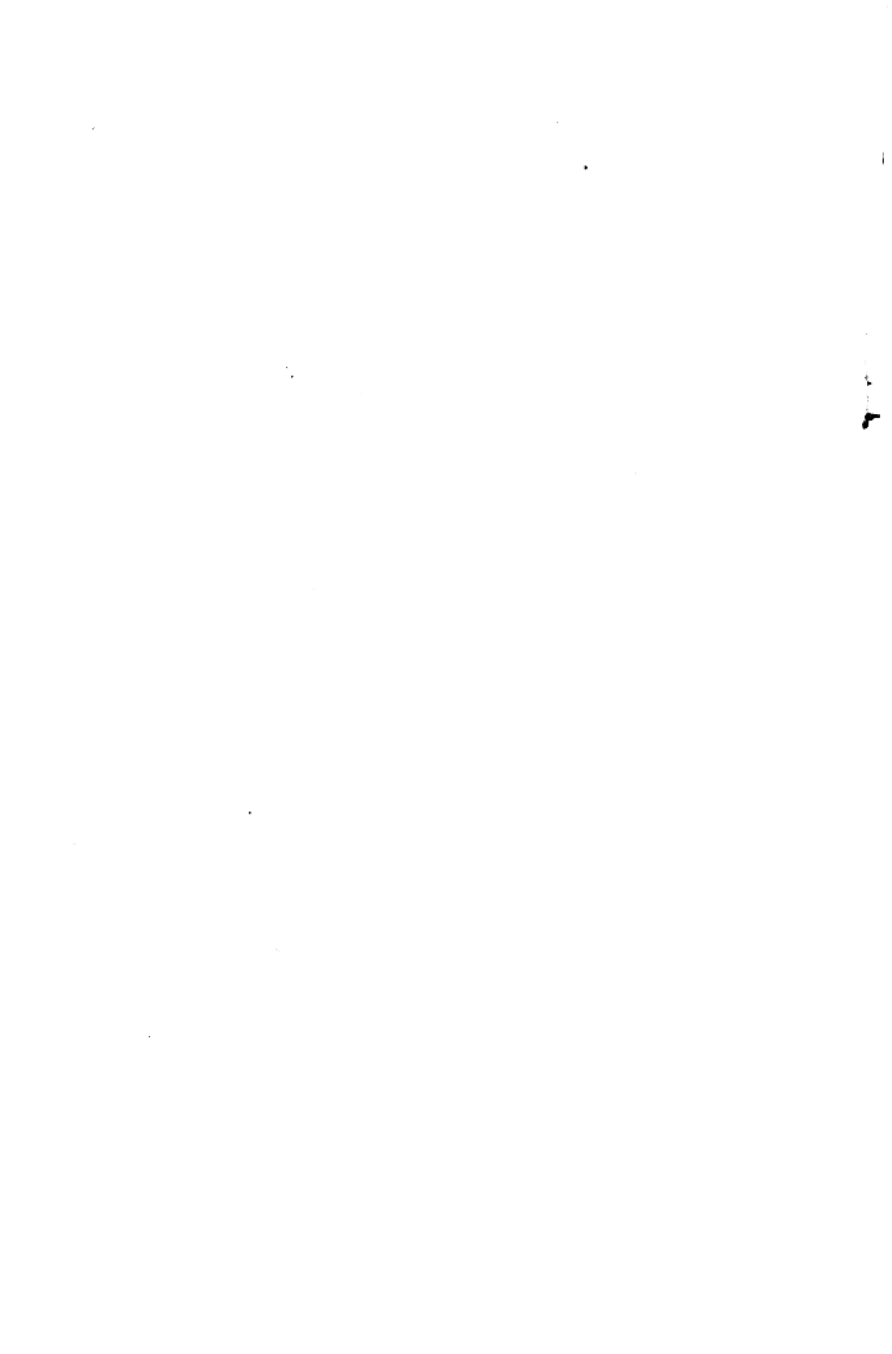
牛頓文庫

漫畫數學小百科

牛頓文庫

漫畫數學小百科

牛頓出版公司



序言

本書書名雖有「小百科」名稱，但此「小百科」並非用來查索的，而是讓各位輕輕鬆鬆地讀（看），以保持對數學的興趣。

還有許多人認為數學「很難」。因此，思及「要如何才使這些人也了解數學的趣味」，遂決定採用漫畫，原則上，不著一字，只以漫畫來說明一個事項。

但是，本書的目的在於引領讀者進入數學世界，因此若對數學中的某項有興趣的話，請務必先進行。

因此，本書不管從那裏讀起，或者只看漫畫，或者只讀本文不看小欄（有時，稍微難解的會用小欄解說），都沒有關係。儘管憑你喜好來活用它。

再者，藉漫畫來幫助了解的作法，或可多加推廣。由此觀點，才會有以下的想法。

- ① 只靠漫畫來了解數學上的意義。
- ② 必定在漫畫中賦予轉合及收尾。
- ③ 儘量做成含有數學意義的收尾。

讀者諸君若因本書而對數學略有頭緒，實為筆者萬幸之盼。

目錄

第一章 數學的基本是數字與理論 9

- 數字的兩種功能 11
- 方便的阿拉伯數字 12
- 整數是特別數 14
- 負數 15
- 有理數是怎麼個「有理」法呢？ 17
- 請小心「定義」 19
- 年齡用高斯記號表示 21
- 沒有不能證明的東西 22
- 平行線不存在嗎？ 25
- 逆定理不常真 26
- 三段論法和三段肚皮 27
 - 〈三段論法的構造〉 31
- 自動販賣機是函數 32
 - 〈函數和映射〉 34
- 不一定全是1:1 34
 - 〈何謂對角線論法〉 37

第二章 認識圖形的性質 39

- 直線距離是最短距離 41
- 圓桌有其道理 42
- 不可思議的角度 43
- 三角形的三個心 45
- 三角形是圖形的基本單位 47
- 軌跡就是腳印 48

- π 不是等閒之輩 50
- 畢氏定理改變了什麼？ 51
- 向證明挑戰、53
- 竹筍的切口 54
 - 〈等高線原理〉 57
- 螺旋有很多種 57
 - 〈另一種螺旋〉 60
- 力學所創造的向量 60
 - 〈用坐標表示向量〉 63
- 團結力量的重要性 63
 - 〈代表協助者效果的內積〉 66
- 彎曲的關係 67
 - 〈平面圖形與空間圖形的關係〉 69
- 假如地球是圓柱 70
 - 〈擴張的曲面〉 72

第二章 未知數 75

- 不等式倒轉 77
- 不存在的數(?)=虛數 78
- 二進法為什麼方便呢？ 80
- 拋物線所啟發的二次方程式之解 81
 - 〈三次函數的坐標也是對稱〉 84
- 什麼叫做分解因式呢？ 85
- 矩陣由聯立方程式而來 88
 - 〈相依的產生是因條件不足〉 91
- 直線的移動 91
 - 〈矩陣是模特兒〉 93
- 曲線的轉動 94
 - 〈反比的坐標為雙曲線〉 97

第四章 作圖與圖解 99

- 作圖就看得清楚 101
- 以三角函數來表示角度 102
 - 〈三角函數的各種公式〉 104
- 對數的威力 105
 - 〈把三角函數的積改爲和〉 107
- 高斯是數學天才 108
 - 〈何謂等差級數〉 111
- 恐怖的等比級數 111
 - 〈沒有規則性的數列〉 114
- 推倒骨牌的數學 115
 - 〈臨界點發生什麼事呢?〉 117
- 微分是曲線的切線 118
 - 〈信號補正的應用〉 120
- 用最小值使計算更方便 121
 - 〈自然也有意志嗎?〉 124
- 已知的估計 125
 - 〈圓周率與圓的面積〉 127

第五章 由賭博而來的數字 129

- 餐分表爲維氏圖 131
 - 〈三種平均〉 132
- 排列法和抽出法 134
 - 〈抽出方式的數目〉 137
- 機率計算由賭博而來 137
 - 〈餘者有福〉 140
- 獎券的期望值 141
 - 〈期望值就是平均值〉 144
- 笨槍手打多也會中 145

〈獨立試驗定理〉 147

蒐集大量資料 148

〈使用正規分布表〉 151

第六章 高等數學的一些東西 153

各式各樣的詭論 155

〈製作目錄的煩惱〉 157

何謂不完全性定理 158

〈三權分立的意義〉 160

電腦聰明嗎？ 161

橡膠模的幾何學 = 拓撲學 163

〈查證聯結點〉 165

一筆畫的數學 166

〈圖的中心〉 167

用顏色區別地球 170

〈四色問題的陷阱〉 171

為什麼頭髮會有毛旋 173

〈相片的不動點〉 175

戲弄狗會倒楣 176

〈相片的褶痕〉 178

度的重要性 179

〈四度中可實現的曲面〉 181

不完全的應用 182

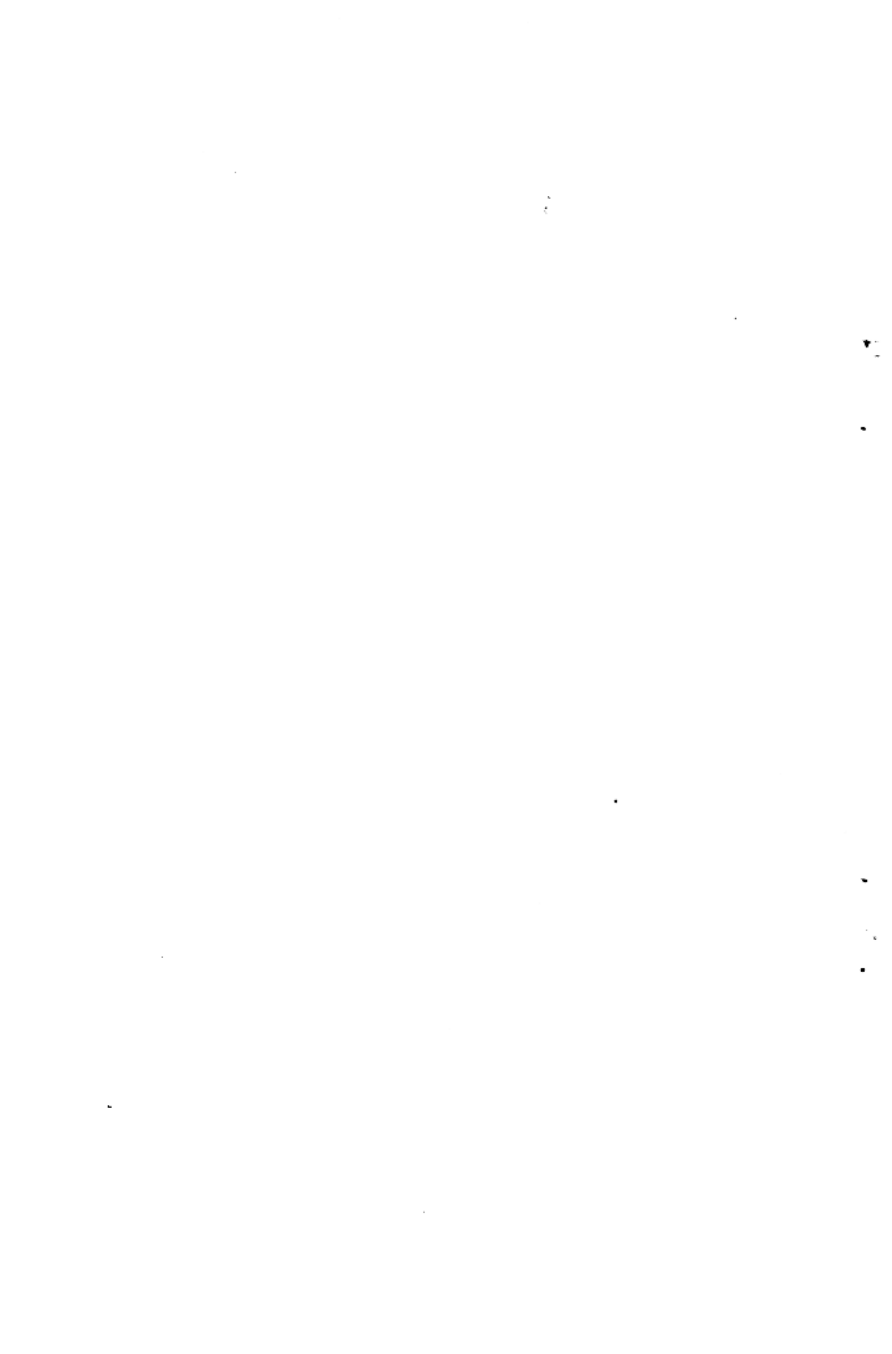
〈用自我相似圖形來思考〉 184

估算雜亂性的熵 186

〈熵的定義〉 188

置換就是群 189

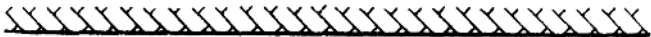
〈有限的群會恢復原狀〉 191



第一章

數學的基本是數字與理論

本章以奠定數學基礎必知的範圍為中心，與第五章的「養分表為維氏圖」，以及第六章的「各式各樣的詭論」，「何謂不完全性定理」等都有關。



數字的兩種功能



讀國中或高中時，也許都有過這種經驗吧！同樣是考八十分，國文的等級得五，數學卻只得四，但是，在大學裏考八十分卻得「優等」（相當於五階段評分中的五）。這是因為成績的評定，區分為絕對評分與相對評分兩種。以在全體中所占位置如何來評定成績為相對評分，以考幾分來表示成績的則為絕對評分。偏差值顯示居於全體中的位置，因此也屬於相對評分之一。

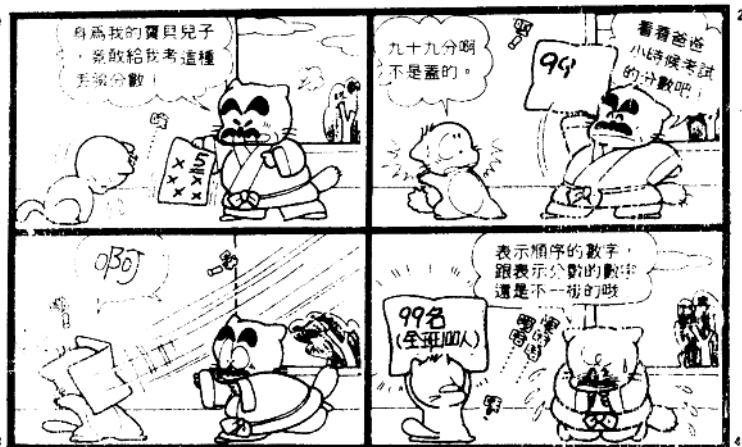
這兩評分方式，我們可以看成是反映出數字兩種不同的側面。

絕對評分是單純記錄理解的量有多少。這樣的數字，我們也常使用類似六十三公斤、一百七十三公分等表示數量的方式，這種叫做「基數」。

而相對評分就是表示這個人所在的位置如何。例如地址、房屋號碼、背章號碼、車號、或表示坐標的數字等等，集有同樣的功用。這種叫做「序數」。

數字有時候同時具有基數和序數的功能，例如高中棒球選手的背章號碼，不但表示人數的規定，也同時顯示了他所擔任的守備位置。

總而言之，數字要懂得如何正確地使用就行了，用不著對數字過度緊張。



父親的九十九是表示一百人之中的第九十九名，表示出他的位置。而牛頓貓的五分，則是表示「百分之五」的數值，也就是表示他答對的比例有多少。

所以我們可以知道，同樣的數字，五分和第五名所表示的意思是不一樣的！這與用什麼樣的觀點來判斷成績的差異也有關係。

方便的阿拉伯數字



我們在寫數字的時候，通常是用1,2,3,……,8,9,0等十個數字來組合表示。這些數字雖然是印度人發明的，但卻是經由阿拉伯人才傳播到世界各地，所以就稱為阿拉伯數字。我們日常生活中所看到的數字，還是以阿拉伯數字占大多數，這是因為用阿拉伯數字表示很方便，而且再怎麼大的數字，都

用羅馬數字來表示201,529,要寫成((I))((I))MDXXIX。若用國字來表示,得寫成二十一萬一千五百二十九。雖然比羅馬數字輕鬆多了,但還是不太方便。

比較一下羅馬數字和阿拉伯數字,我們可以明白,在數字的記法上,亞洲是相當進步的先進國家哦!

整數是特別數

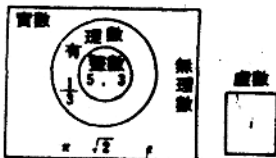


拜託各位讀者一件事好嗎?請你想一個數字吧!想好了嗎?是3、5還是27呢?

該不會想到1.5或 π 什麼的吧!因為數字=整數是一般的常識。所以在日常生活中,我們並不會特別強調是整數。

這個現象可以用在數學家身上。曾經擔任普魯士數學學會會長的克羅尼卡就說過:「整數是上帝創造的,其他數字則是人爲發明的。」克羅尼卡的觀念裏也留下「自然數」的名稱。他曾經說:「只有真正整數才是自然的數字。」所以稱之爲自然數。

整數與有理數或實數的重大差別,在於整數是獨自孤立的,換句話說,有理數和有理數之間,無論是多麼小的區間內,必然有無理數存在。例如在 $\frac{1}{10^{10}}$ 與 $\frac{2}{10^{10}}$ 之間,便有許多



無理數存在；但是1和2之間，卻沒有任何整數。

利用這一點特性，有關於整數的問題，就可以簡單的解決。我們上下頁的漫畫上就舉出一個例子。



整數是兒童首先遇到的數字。也因為如此，所以在日常生活中極為重要。雖然實際上仍有零頭的產生，但大多還是可以用整數來表示的，例如「年齡」就可以說是整數。

在數學方面，許多無法解答的問題，往往只要用「是整數」就能立刻得到解決。

這是由於整數的「只要限定範圍，數目便有限」的性質造成的。

負數



出題目或解答題目的時候，如果數字內可以負數的話，

就容易多了。請看下面的問題。

〈問題〉

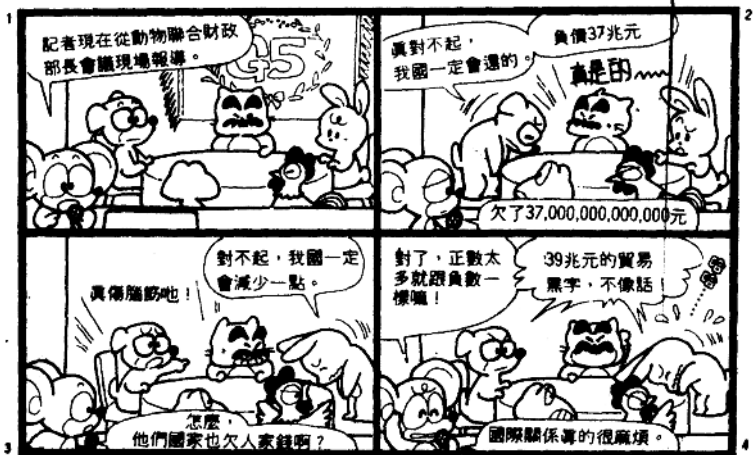
在下面的□內，填入+、-、×、÷的記號，完成計算式。

$$2 \square 5 \square 4 = 1$$

〈解答〉正確的答案如下：

$$2 - 5 + 4 = 1$$

但是不懂負數的小學生是不會解答這個問題的，因為依照這個算式的順序來計算的話，首先必須要算出 $2 - 5 = -3$ 的



在收支結算的時候，一般所說的黑字，就相當於正數，而赤字就相當於負數。當然我們知道，黑字愈多愈受到稱讚。

但是國際間的關係就如同格言所描述的「過與不及都不好」一樣，如果黑字太多的話，也會像出現像赤字一樣受到批評。國家與國家之間的經濟關係，實在很奇妙。數學跟這個比起來，可就簡單多了。