南京大学

硕士研究生学位论文摘要汇编

理科版（六）

南京大学研究生院

一九八八年五月

前　言

为了广泛征求各学科专家及同行的评议意见，促进学术交流，并不断总结经验，搞好硕士学位论文质量的检查和评估，进一步提高我校研究生的培养质量，我们编辑出版了《南京大学硕士研究生学位论文摘要汇编》（六）。

这些论文均已通过专家评阅，并已通过论文答辩，我们将其汇编成册，以利于研究生的科研成果得到推广和应用。论文全文在我校科技档案馆均有原稿存档。

本汇编共分三个分册，共收入84级和提前毕业的85级研究生学位论文摘要，按系进行分类，在同一专业中按毕业研究生的姓氏笔划为序排列。

第一分册：文科版（六）包括中国语言文学系、历史学系、哲学系、经济学系、管理学系、外国语言文学系等系各专业。

第二分册：理科版（六）包括数学系、计算机科学系、天文学系、物理学系、信息物理学系、化学系等系各专业。

第三分册：地学版（六）包括环境科学系、生物学系、生物化学系、地球科学系、大地海洋科学系、大气科学系等系各专业。

我们恳请同行专业、学者以及广大读者对论文中存在的问题提出宝贵意见，并对编辑校对工作提出宝贵的意见和建议。

南京大学研究生院

1988年6月

责任编辑：周玲玲

目　录

数学系

计算机科学系

天文学系

化学系

信息物理系

物理学系

同态模Hom(A, B)的同调维数

基础数学专业84级硕士生　王芳贵

指导教师　周伯壎教授　佟文廷副教授

本学位论文由以下两篇短文组成

（Ⅰ）同态模Hom（A，B）的同调维数。

（Ⅱ）凝聚环上模的FP-内射维数。

在第一篇中，我们借助于双函子$-\otimes-$与Hom（$-$，$-$）之间的联系，讨论了域K上一组模（A_R，$_SB$）的同态模（作为$R\otimes S$-模）Hom（A，B）的弱维数与投射维数。主要结论为：

设K是域，R、S是K-代数，若下列条件有一成立：

（a）　$[R:K]<\infty$，A是有限生成右R-模；

（b）　$[R:K]<\infty$，S是右凝聚的；

（c）　$[S:K]<\infty$，R是右Noether的；

则有

$$l.wd_{R\otimes S}Hom(A, B)=r.id_R A+l.wd_S B。$$

在第二篇中，通过推广Auslander引理，我们研究了模范畴$_R m$中任一模A的FP-内射维数与内射维数之间的关系，证明了对左凝聚环R，若其每一左理想是λ_n^{5}-生成的，则有

$$l\cdot FP\text{-}id_R A\leqslant l\cdot id_R A+n+1$$

D—近次正常算子，近次正常算子与次正常算子

基础数学专业84级硕士生　王公宝
指导教师　马吉溥教授

本文在算子理论中首次引入D—近次正常算子与近次正常算子的概念，研究了它们的基本性质，并给出了判别定理。特别，专们借助Moore—Penrose广义逆等工具，通过近次正常性，给出了次正常算子的一个新充要条件；作为应用，我们给出了两个有趣的例子，其中一个是亚正常的非近次正常算子，另一个是近次正常的非次正常算子；从而，我们更进一步地简便地解决了ldalmos的第160问题[8]。现将主要结果陈述如下：

[**定义1**]　设A，$D\in\beta(H)$，$D\geqslant 0$；若∃常数$M>0$；∋ $D\geqslant MA^{*}DA$；则称A为D—近次正常算子；简记为D—N.S.

[**命题1**]　A为D—N。S。算子的充要条件是存在常数$m>0$，使得$||D^{1/2}Ax||\leqslant m||D^{1/2}x||$对一切$x\in H$成立，

[**定理2**]　A为D—N。S。算子的充要条件是$B\triangleq D^{1/2}AD^{-1/2}\in\beta(H)$及$N(D)\in \mathrm{Lat}A$。

[**定义2**]　设A是亚正常算子，记$Q_A\triangleq A^{*}A-AA^{*}$；如A是$Q_A$—N。S。算子，则称A是近次正常算子；以N。S。记之。

[**命题4**]　（平移不变性）

设A是N。S。算子，则对$\forall\lambda\in D$，$A-\lambda I$也是N。S。算子。

[**定理4**]若A是次正常算子，则A是N。S。算子。

由定义2及定理4，我们有如下包含关系：{亚正常算子}⊒{N。S。算子}⊒次正常算子}，下面的例1说明存在非N。S。的亚正常算子。

[**例1**]设 $\{e_n\}_1^{\infty}$为H中的标准正交基，A为单侧加数移位算子：$Ae_n=a_ne_{n+1}$，（$n\geqslant 1$）；

这里

$$a_n=\begin{cases}\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)^{1/2}; & 若n=2k-1,\\[2ex] \left(1-\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{(n+1)!}\right)^{1/2}, & 若n=2k;\end{cases}$$

上式中$k=1，2，\cdots$。则A是亚正常算子，但A不是N。S。算子。

现设A为次正常算子，令$D_0 = Q_A (\geqslant 0)$，$B_0 = A$，$B_1 = D_0^{1/2} B_0 D_0^{+1/2}$，……

$B_n = D_{n-1}^{1/2} B_{n-1} D_{n-1}^{+1/2}$，$D_n = Q_{Bn} + D_{n-1}$，其中$D_n \geqslant 0$。

现在我们给出本文的一个主要结果：

[**定理5**]A是次正常算子的充要条件为：$D_n \geqslant 0$，并且存在常数$M > 0$，使得：$D_n \geqslant M(B_n^* D_n B_n + D_n^2)$，$n = 0, 1, 2, \cdots\cdots$。

作为定理5的应用，我们再给出如下两个例子。

[**例2**]H同例1所设，A为单侧加权移位算子：$Ae_n = a_n e_{n+1}$，$n = 1, 2, \cdots\cdots$；

其中 $a_n = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k}}$，$n = 1, 2, \cdots\cdots$。

则A是次正常算子。

[**例3**]H同例1所设，A为单侧加权移位算子：$Ae_n = a_n e_{n+1}$，$n = 1, 2, \cdots$；

其中 $a_n = \sqrt{2 - 2^{-n}}$，$n \neq 4$；

$$a_4 = \sqrt{2 - \frac{1}{2^3 \cdot 3}}$$。

则A是N. S. 算子，但不是次正常算子。

由定理4，例1及例3，我们立得：

[**命题5**]（关于算子类的真包含关系）{亚正常算子} $\supsetneqq$ {N. S. 算子} $\supsetneqq$ {次正常算子}。

IBN环和Grothendieck群

基础数学专业84级硕士生　朱晓胜
指导教师　周伯壎教授、佟文廷副教授

本文在§2中给出了k_0R中所有与Z同构的子群所成集合的势的界，（$R\in IBN$）。在§3中得到：$R\in IBN$时，K_0R模去K_0R中所有与Z同构的子群所得到的商群是零群。同时给出了非IBN子及IBN环R的非IBN的序型的定义，讨论了非IBN子I及其序型的性质，I的序型与[R／I]在$k_0(R/I)$中的阶数之间的关系以及非IBN子的升链与它们的序型之间的关系。并将这些性质推广到了张量积上，得到了一些相应的结果。在§4中给出了强IBN代数的定义，讨论了一些相关性质。得到：如果R是可换酉环K上的代数，且不存在$m\neq n$，使得${}_KR^m={}_KR^n$，则R的包络代数$R\otimes_K R^{op}\in IBN$。

具变重特征双曲算子解的C^{∞}—奇性分析

基础数学专业84级硕士生　钱四新
指导教师　仇庆久教授

本文由两部分组成，第一部分是讨论一类典型的非实效变重特征双曲算子的边界C^{∞}奇性分叉现象，建立了类似于Lax-Nirenberg的奇性反射定理，由所得结果知道，在同一组“反射族”中，当其中一部分次特征视为传播奇性的入射线时，此族中余下的次特征并不一定全部是传播奇性的反射线，也就是说，余下的次特征中可能有些不反射奇性，我们将此现象称为奇性分叉反射，奇性分叉反射在单特征及常重特征算子的Lax-Nirenberg奇性反射定理中是没有的。第二部分是关于一类实效双曲算子边界奇性分叉现象的讨论，本文主要是论述此类算子在$O\leqslant S\leqslant t\leqslant T$时的Canchy问题拟基本解$E_0(t, s)$，$E_1(t, s)$的构造，由此，讨论此类算子Canchy问题解的奇性，得出它们也有类似的出现分叉反射现象的可能性。

提高椭圆—抛物偏微分方程奇异摄动问题数值解精度的Richardson外推方法

计算数学专业84级硕士生　王燕萍
指导教师　苏煜城教授、吴启光副教授

本文讨论了椭圆—抛物偏微分方程第一边值问题：

$$(2.1)\quad \begin{cases} L\varepsilon u=\varepsilon\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-a(x,\ y)\dfrac{\partial u}{\partial y}+(x,y)u=f(x,y) & (x,y)\in D \\ u/r=\varphi(x,y) \end{cases}$$

这里，D＝｛（x,y）/(x,y)∈（o,d）×（O,T）｝，a，c，f，φ是充分光滑函数，且满足条件

$$(2.2)\quad a(x,y)>d_o>0,\qquad C(x,y)\leqslant 0,\qquad (x,y\in D$$

问题（2.1）在边界$\tau_1=\{y=T,\ o\leqslant x\leqslant l\}$附近产生边界层，边界层函数为$e^{-a(d\cdot T)(T-y)}/c$

利用问题（2,1）解u（x、y）的渐近展开，可以对u（x,y）关于x和y的各阶导数作出估计：

$$\left(\frac{\partial^3 u(x_i,y_h)}{\partial x^3}\right)_x^\alpha\leqslant M$$

$$\left(\frac{x^3 u(x_i,y_h)}{\partial y^5}\right)_z^\beta\leqslant M(H\varepsilon^{-j-\beta}e^{-d_o}\eta_{k+1})$$

其中

$$\left(f(x,y)\right)_x^d=\begin{cases}A(x,y) & 0<d<1\\ |f(x,y)| & \alpha=0\end{cases}$$

$$A(x,y)=\sup_{\substack{(x,y)\\(x,y)}\in\bar{n}}\frac{|f(x,y)-f(x',y)|}{|x-x'|^\alpha}$$

$\left(f(x,y)\right)_y^\beta$同样定义。

为了数值解问题（2.1），我们在均匀网格W_h^r上构造迎风差分格式：

$$
(3.1)\quad \begin{cases} \wedge Z_{ilk}=\dfrac{Z_{i+1,h}-2Z_{i1k}+Z_{i-1,h}}{h^2}+\varepsilon\,\dfrac{Z_{i,h+1}-2Z_{i,k}+Z_{i,h-1}}{\tau^2} \\[2ex] \qquad -a_{i,k}\dfrac{Z_{i,h}-Z_{i,h-1}}{\tau}+C_{i,h}Z_{i,h}=f_{i,h} \\[2ex] Z_{i,h}/T_h\tau=\varphi_{i,h} \end{cases}
$$

（3.1）为正型格式，满足离散的极大值原理。

为了对差分解进行外推，利用差分算子的展开式，建立差分解关于步长h，τ的展开式。

$$
Z_{ik}=u_{i,k}+\sum_{k(v,q)}V^{(s,j)}(x_i,y_h)h^{2s}\tau^j+\eta_{i,h}(v,q)\quad (x_i,y_h)\in w_{h\tau}
$$

这里，R(r.q)是下面整数向量(s,j)的集合：

$$
K(r.g)=\left\{(s,j)/s,j\text{为整数}\quad \begin{matrix} 0\leqslant S\leqslant v(v/2) \\ 0\leqslant j\leqslant v(q) \\ 1\leqslant 2s+j\leqslant v(\max(v.q)) \end{matrix}\right\}
$$

$V^{(s,j)}$是与h，τ无关的连续函数，$V^{(s,j)}\in H^p$，$p=1+2-2s-j$

且有导致估计式

$$
\left(\frac{\partial^u v^{(s,j)}(x_i,y_h)}{\partial x^h}\right)_x^d\leqslant M(1+\varepsilon^{-j}e^{-do\eta_n})
$$

$$
\left(\frac{\partial^h v^{(s,j)}(x_l,y_n)}{\partial y^n}\right)_y^\beta\leqslant M(1+\varepsilon^{-j-(a+\beta)-ao}\eta_{h+1})
$$

余项$\eta_{ih}(\gamma,q)$满足差分方程

$$
\begin{cases} N\eta_{i.h}(r.q)=-\sigma_{i.h}(u,v,q)-\sum\limits_{k(r,q)}h^{2s}\tau^j\sigma_{i,h}/v^{(s,j)}\gamma_1,\ q_1) \\[2ex] \eta_{i,h}/T_{h\tau}=0 \end{cases}
$$

由差分解的展开式，我们将一组网格序列上的差分解线性组合，消去所有 的 $h^{2s}\tau^j$项，则组合后的解能以更高阶的精度逼近于原微分方程问题的解u(x,y)。

设 $\{w(h^{(m)},\ \tau^{(n)})/m,\ n=0.1\cdots\}$ 为一网格序列，$Z^{(m,n)}$为差分方程 问 题(3,1)在$w(h^{(m)},\ \tau^{(n)})$上的解，设Q(r,q)为(m,n)的某 一 集 合，$w(Q)=\bigcap\limits_{Q}(h^{(m)},\ \tau^{(n)})$,

（设$w(Q)=\phi$）。将w(Q)中各网格上的差分解线性组合。

$$
Z^{rq}(x,y)=\sum_{Q(r,q)}v^{(m,n)}Z^{(m,n)}(x,y)\quad (x,y)\in w(Q)
$$

如果组合系数满足线性代数方程组

$$
\begin{cases} \sum\limits_{(m,n)\in Q}v^{(m,n)}=1 \\[2ex] \sum\limits_{(m,n)\in Q}v^{(m,n)}(h^{(m)})^{2s}(\tau^{(n)})_j=0 \qquad (s,j)\in R(r,q) \end{cases}
$$

取$Q(r,q)$使此方程组未知量个数与方程个数相同。利用离散极大值原理，可得到外推解$Z^{r,q}(x,y)$的误差估计：

$$|Z^{r,q}(x_i,y_h)-u(x_i,y_h)|$$

$$\leqslant\begin{cases} M[h^r+\tau^q(1+\varepsilon^{-q}e^{-\alpha}\eta_h) & \tau\leqslant\varepsilon \\ M[h^r+\tau^q+e^{-\alpha_0\frac{T-y_{n+1}}{\alpha_0\tau+\varepsilon}} & \tau>\varepsilon \end{cases}$$

分析此估计式，在除去边界层附近处，外推解以高价收敛于精确解，而在边界层附近误差为$O(h^r+\tau^q\sqrt{\varepsilon^q})$。因此采用这样的非均匀网格，在边界层附近加密网格，可以提高误差的精度。

在区域D上构造非均匀网格：

$w(h)=\{x_i|x_i=ih,\ i=1\cdots N-1,\ Nh=d\}$

$w(\tau)=\{y_k y_h=\lambda(t_k),\ k=1,\ \cdots k-1,\ t_k=h\tau,\ \tau k=1\}$

$w(h,\tau)=w(h)\alpha w(\tau),\ T_h\tau=w_k\setminus w(h,\tau)$

其中，函数$\lambda(t)$定义为

$$\lambda(t)=\begin{cases}\psi(t)=1-Q\varepsilon\left(\left(\frac{1-\bar{q}}{t-\bar{q}}\right)^{p}-1\right) & t\in[2,\ 1]\\ \psi(\alpha)+\psi'(\alpha)(t-\alpha) & t\in[0,\ 2]\end{cases}$$

这里，$\bar{q}$，a，p为参数，$a>0$，$p\geqslant p_0(q)$，$p_0(q)=\frac{q^2}{4}-1$，$\bar{q}\in(0,\ 1)$，α的取值使$\lambda(o)=0$。记$\tau_{k+1}=\lambda(t_{k+1})-\lambda(t_k)$

在$w(h,\tau)$上构造迫风差分格式

$$\begin{cases}\wedge z_{i,k}\frac{Z_{i+1,k}-2Z_{i,k}+Z_{i-1,h}}{h^2}+\varepsilon\frac{2}{\tau_h+\tau_{h+1}}\left(\frac{Z_{i,k+1}-Z_{i,h}}{\tau_{k+1}}\right.\\ \left.\qquad-\frac{Z_{i,k}-Z_{i,k-1}}{\tau_k}\right)-a_{i,k}\frac{Z_{i,k}-Z_{i,h-1}}{\tau_k}+C_{i,k}Z_{j,k}=f_{j,k}\\ Z_{j,h}/T_k\tau=\varphi_{j,k}\end{cases}$$

此格式如正型的，满足离散的极大值原理。

将差分算子展开，继而可推出差分解关于h,τ的展开式

$$Z_{i,k}=u_{i,h}+\sum_{k(r,q)}V^{(i,j)}h^{2i}\tau^j+\eta_{i,k}(r,\ q)$$

其中，$V^{(i,j)}$有如下估计

$$\left|\frac{\partial^i V^{(i,j)}}{\partial x^i}\right|\leqslant M$$

$$\left|\frac{\partial^i V^{(i,j)}}{\partial y^i}\right|\leqslant M\left(1+\varepsilon^{-i}e^{-\alpha_0\frac{1-y}{\varepsilon}}\right)$$

这里，r，q为整数。余项$\eta_{i,h}(v,q)$有如下估计

$$|\eta_{i,k}(r,q)|\leqslant M[h^{r}+\tau^{q}+\tau^{q}/(\varepsilon+a(1-y_{h+1}))]$$

利用和均匀网格情形完全相同的外推公式。求得外推解$Z^{r,q}(x_i, y_h)$，并作出如下的误差估计：

$$|Z^{r,q}(x_i, y_h)-u(x_i, y_h)|\leqslant M[h^{r}+\tau^{q}+\tau^{q}/(\varepsilon+a(1-y_{h+1})]$$

数值解椭圆—抛物偏微分方程奇异摄动问题的亏量校正法

计算数学专业84级硕士生　孙小弟

指导教师　吴启光副教授、苏煜城教授

本文运用亏量校正原理对椭圆—抛物型方程进行了探讨，试图在一些已有格式的基础上，通过亏校正法来得到稳定的高精度方法。

我们在区域$\Omega=\{(x,y): 0\leqslant x, y\leqslant 1$内讨论奇异摄动问题

$$\begin{cases} L\varepsilon u=\varepsilon u_{xx}+u_{yy}+au_x+bu_y=f(x,y), & (x,y\in\Omega \\ u|a\varepsilon=g(x,y) \end{cases} \tag{3、1}$$

其中a，b为常数，a＞0，对于问题（3.1），常见的离散化方法有两种

i. 中心差格式（不稳定，二阶精度）

$$L_h\varepsilon u_h=\varepsilon D_{x\bar{x}}u_h+D_{y\bar{y}}u_h+aD_{\mathring{x}}u_h+bD_{\mathring{y}}u_h=f_h \tag{3.2}$$

ii. 人工扩散格式（稳定，一阶精度），$\alpha=\varepsilon+\dfrac{ah}{2}$

$$L_{h,\alpha}u_h=\alpha D_{x\bar{x}}u_h+D_{y\bar{y}}u_h+aD_{\mathring{x}}u_h+bD_{\mathring{y}}u_h=f_h \tag{3.3}$$

定义直接亏校正为：

$$\begin{cases} L_{h,\alpha}u_h{}^\circ=f_h \\ L_{h,\alpha}u_h{}'=f_h+(\alpha-\varepsilon)D_{x\bar{x}}u_h{}^\circ \end{cases} \tag{3.12}$$

关于直接亏校正（3.12），我们有以下结论：

定理2，直接亏校正（3.12）应用于问题（3.1）时，是二阶相容，且关于ε一致稳定。

定义混合亏校正迭代为

$$\begin{cases} L_{h,\alpha}u_{i+1/2}=f_h+(L_{h,\alpha}-L_{h,\varepsilon})u_i, & (4,2a) \\ D_{h,\alpha}u_{i+1}=f_h+(D_{h,\alpha}-L_{h},\alpha)u_{i+1/2} & (4,2b) \end{cases} \quad i=0,1,\cdots\cdots$$

一般地，$u_{1/2}$、u_1、$u_{3/2}$、u_2，……不收敛，但存在以下二个极限

$$u_h{}^A=\lim_{i\to\infty}u_i,\quad u_h{}^B=\lim_{i\to\infty}u_{i+1/2}$$

为简单起见，我们只讨论u_h^A的性质，它满足

$$M_{h,\varepsilon} u_h^A = f_h \tag{4.4}$$

其中

$$M_{h,\varepsilon} = L_{h,\varepsilon} + L_{h\alpha} D_{h\alpha}^{-1} (L_{h,\alpha} - L_{h,\varepsilon})$$

$$D_{h,\alpha} = -8\alpha / h^2$$

关于混合亏校正（4.2），我们可得

定理 8，取$L_h\varepsilon$为中心差格式（3.2），$L_{h,\alpha}$为人工扩散格式（3.3），则由（4.4）定义的算子M_h,ε对于微分算子L_ε是二阶相容，且关于ε一致稳定。

下面我们试图在$\varepsilon \leqslant ch$情形下给出直接亏校正的具体的误差估计，从中可以看到直接亏校正的缺点，由此提出局部亏校正。这些结论对变系数的椭圆—抛物方程同样成立。

记迎风格式为L_h^u，中心差格式为L_h^c，直接亏校正同（3.12）为

$$\begin{cases} L_h^u u_h^\circ = f_h \\ L_h^u u_h' = f_h + (L_h^u - L_h^c) u_h^\circ \end{cases} \tag{5.29}$$

关于直接亏校正（5.29），有以下结论

定理 6，设u_h'为直接亏校正（5.29）的解，u为方程（3.1）的解，则

$$|(u_h')_{i,j} - u(x_i, y_j)| \leqslant C\left\{\max(\varepsilon, h)\left(\frac{\varepsilon}{h^2} + \frac{1}{h}\right)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + ah}\right)^{i-1} + h^2 + \frac{\varepsilon^{Q+1}}{h}\right\}$$

其中C不依赖于ε，h，Q为任一正整数。

定义局部亏校正为

$$\begin{cases} L_h^u u_h^\circ = f_h & (x, y) \in \Omega_1^h = \{(x_i, y_j), i = 1, \ 0 < j < N\} \\ L_h^u u_h' = \begin{cases} f_h \\ f_h + (L_h^u - L_h^c) u_h^\circ & (x, y) \in \Omega_2^h = \Omega^h - \Omega_1^h \end{cases} \end{cases} \tag{5, 32}$$

定理 7，设u_h'为局部亏校正（5.32）的解，u为方程（3.1）的解，则在$\varepsilon \leqslant c_1 h$，$h \leqslant h_0$情形下，有以下估计

$$|(u_h')_{i,j} - u(x_i, y_j)| \leqslant C\{\psi(x_i) + h^2 + \varepsilon^{Q+1}/h\}$$

其中C_1、h_0仅依赖于a，c与ε、h无关，Q为任一正整数，而

$$\psi(x_i) = \begin{cases} O & i = 0 \\ \left(1 + \frac{a}{2c_1}\right) h \left(h + \frac{\varepsilon}{h^2} + \frac{1}{h} e^{-\frac{ah}{\varepsilon}}\right) & i = 1 \\ h\left(\frac{\varepsilon}{h^2} + \frac{a}{h}\right)\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + ah}\right)^{i-1} & i \geqslant 2 \end{cases}$$