

机械强度与刚度计算

下 册

黄 钟 程 源 编著

北京化工学院

目 录

第九章 弹簧计算

9.1 弹簧选择的简化方法.....	(223)
9.2 管簧的设计与计算.....	(230)
9.3 螺旋弹簧的计算.....	(237)
9.4 螺旋弹簧的近似计算.....	(239)
9.5 密螺圈弹簧的图解计算.....	(242)
9.6 最小体积弹簧设计.....	(246)
9.7 “无限寿命”的弹簧设计.....	(248)
9.8 弹簧夹的挠度和应力计算.....	(251)
9.9 常用弹簧计算公式及其数表.....	(255)
9.10 常用弹簧材料及系许用应力.....	(259)

第十章 疲劳计算

10.1 确定疲劳强度的快速方法.....	(262)
10.2 疲劳断裂的表面形式.....	(264)
10.3 影响疲劳强度的主要因素.....	(265)
10.4 应力集中的理论与计算.....	(276)
10.5 疲劳强度的折减系数.....	(294)
10.6 疲劳安全系数.....	(298)
10.7 疲劳设计.....	(301)
10.8 疲劳设计应用举例.....	(305)

第十一章 动应力计算

11.1 动应力计算方法和典型公式.....	(313)
11.2 冲击应力计算.....	(320)
11.3 简单弹性系统振动的自然频率.....	(324)
11.4 转动零件的临界转速.....	(327)
11.5 悬臂轴临界转速的图算法.....	(340)
11.6 双外伸轴临界转速的近似计算.....	(343)
11.7 管轴和辊子的临界转速.....	(346)
11.8 密螺圈弹簧的振动分析.....	(353)
11.9 圆环的振动计算.....	(356)
11.10 盘板的振动计算.....	(359)

第十二章 热应力计算

12.1 热应力概念.....	(364)
12.2 几种简单的热应力问题.....	(367)
12.3 圆板中热应力的图算法.....	(378)
12.4 环板中热应力的计算.....	(385)
12.5 夹心筒的热应力计算.....	(393)

附录部分

表1 典型梁的剪力、弯矩和挠度公式.....	(400)
表2 非圆截面杆的扭转刚度和应力计算公式.....	(422)
表3 长度单位换算表.....	(429)
表4 力值单位换算表.....	(430)
表5 应力或压力单位换算表.....	(430)
表6 功率单位换算表.....	(431)
表7 截面的几何及力学特性.....	(432)
表8 非标准截面的惯矩.....	(439)
表9 常用材料的弹性模量与泊松比.....	(441)

第九章 弹簧计算

9.1 弹簧选择的简化方法

通常，弹簧的选择与计算，是比较麻烦的。这里介绍一种工程上快速而又简便的近似计算方法。它是根据一组公式和算图，计算结果与实验对比，在弹簧的通常使用范围内，还是足够准确的。

其简化的出发点是：凡是被弯曲（扭转、拉伸或压缩）的材料，由于其弹性变形，可以产生弹性力，对于弹簧来说，是贮存了能量。随着变形材料的弹性恢复，弹簧能量将释放出来。

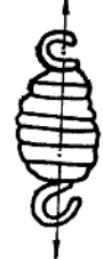
近似简化计算，可当做梁的扭转问题加以处理，这里，没有考虑弹簧曲率的变化，以及中性轴的偏移或塑性流动。

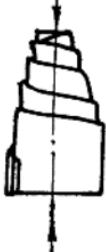
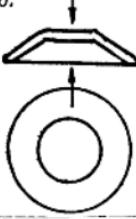
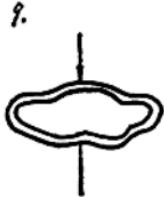
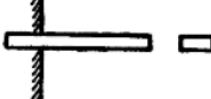
在大多数弹簧制造过程中，材料的冷缩变形往往留下相当大的残余应力，这种应力既有利又有害。这种应力在这节的公式中，予以适当的考虑。但某些情况，不一定考虑得十分周到。因为设计应力不仅依赖于弹簧的类型，还与其使用情况有关，后者，难于精确计算，目前，还没有更为精确的考虑方法和计算公式。

下边，以表格形式，给出各种弹簧的设计公式及其数据。

表 9—1 弹簧设计公式

类 型	作用形式	载荷—挠度	载荷—应力
① 圆截面密 	推。大或小变形，载荷范围相当大，劲度为常数。	$P = \frac{fGd^4}{8D^3N}$	$S = \frac{8PD}{\pi d^3} (K_w)$
② 同①图，但簧丝截面为方形或矩形。	同 上	$P = \frac{fGb t^3}{D^3 N} (K_z)$	$S = \frac{PD}{bt^2} (K_1 K_w)$ b — 较大的尺寸 t — 较小的尺寸 } 对簧丝断面

③ 密螺圈拉伸弹簧 	拉。 大或小变形，载荷范围相当大。	公式同上，但要考虑原始拉力。 有时钩上的应力集中应当考虑为设计因素。
④ 锥形弹簧 	推。 劲度增加，如果节距均匀，也能做为常劲度。	按压缩弹簧公式计算，用平均中径。 如果锥比均匀，与圆柱弹簧结果相近。当底盘薄弱时，前面公式不能用。此情况及锥比不均匀时，应按一圈接一圈的逐圈计算，即前面公式中，取圈数 $N = 1$ 。
⑤ 	拉。 用于循环操作，簧钩容易失效。	按③、④组合进行计算。
⑥ 	拉， 按固定劲度拉伸。	按压缩弹簧计算。

 <p>⑦</p>	<p>推。 以迅速增长的 劲度压缩。</p>	<p>粗略计算，可按矩形截面簧丝的螺旋 弹簧计算，但应逐圈计算之。</p>
 <p>⑧</p>	<p>推。 高载、低挠曲 、变劲度。</p>	$P = \frac{4Ef}{(1-\mu^2)mD_0^2} \left[(h - \frac{f}{2}) (h - f)t + t^3 \right]$ $S = \frac{4Ef}{(1-\mu^2)mD_0^2} [C_1(h - \frac{f}{2}) + C_2t]$
 <p>⑨ 波型垫圈</p>	<p>推。 高载、低挠曲</p>	$P = \frac{fEbt^3N^4}{1.94D^3} \quad S = \frac{3\pi PD}{4bt^2N^2}$ <p>如果比值 $D/b \leq 4$，载荷大约比计算值高 20%；在 $D/b = 6$ 时，则比计算值高10%。</p>
 <p>⑩ 常力弹簧</p>	<p>拉。 常载荷、低劲 度、大变形。</p>	$P = \frac{Ebt^3}{6.6D^2} \quad S = \frac{Et}{D}$
<p>⑪ 悬臂梁矩形截面</p>  <p>⑪.</p>	<p>推或拉。 轻载或重载低 挠曲。</p>	$P = \frac{fEbt^3}{4L^3} \quad S = \frac{6PL}{bt^2}$ <p>对于有锥比的截面，应力公式并不改变，但是每单位载荷下的挠度，增加量为锥比截面的50%；当 b/t 较大时，弹簧劲度将比计算值大10%，当 $b/t > 45$，应在载荷一挠度公式，用分母乘以因子 $(1 - \mu^2)$ 来修正。</p>

<p>⑫ 同⑪圆截面</p>	<p>同上</p>	$P = \frac{3\pi f Ed^4}{64 L^3}$ $S = \frac{32PL}{\pi d^3}$
<p>⑬ 椭圆形平弹簧</p> 	<p>推或拉。</p>	$P = \frac{4f Ebt^3}{L^3}$ $S = \frac{3PL}{2bt^2}$ <p>按中心固定的悬臂梁(弹簧)的特殊情况处理。当 $b/t > 45$, 应在载荷一挠度公式的分母上乘以修正因子 $(1 - \mu^2)$。</p>
<p>⑭ 开口弹簧环</p> 	<p>径向压力。在轴的周线上承受径向压力。</p>	$P = \frac{f Ed^4}{4D^3}$ <p style="text-align: right;">(圆截面)</p> $P = \frac{f Ebt^3}{2.36 D^3}$ <p style="text-align: right;">(矩形截面)</p> <p>t 为径向尺寸。</p>
<p>⑮</p> 	<p>径向压力。 内周和周线上承受均匀压力。</p>	$P_{ge} = 2\pi k - \frac{2\pi D_1 k}{D_2} + \frac{2i}{D_2}$ $P_{ge} = \frac{2\pi D_1 k}{D_2} - 2\pi k$ <p>应力计算按简单拉、压弹簧计算。</p>
<p>⑯ 扭杆</p> 	<p>转动。 由直杆扭转储存能量。</p>	$M = \frac{\pi^2 d^4 GT}{16 L}$ <p style="text-align: right;">(圆截面)</p> $M = \frac{\pi^2 GTbt^3}{2L} (K_2)$ $S = \frac{2M}{bt^2} (K_1)$ <p style="text-align: right;">(矩形截面)</p>

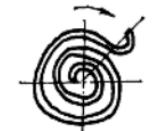
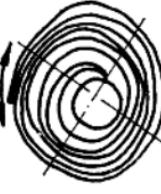
⑯ 扭簧	17. 	转动、常劲度。	$M = \frac{Ed^4 T}{10 \cdot 2 DN}$ (圆截面)	$S = \frac{32M}{\pi d^3}$ $M = \frac{Ebt^3 T}{6DN}$ (矩形截面) (在末端轮廓上需校核变形和应力集中)
⑰ 螺线型	18. 	转动或推拉。承受扭矩正比于角位移。轴向空间占位很小。	$P = \frac{\pi Eb t^3 T}{6 RL}$ 通常在末端出现应力集中。	$S = \frac{6M}{bt^2}$
⑲	19. 	转动。 承受扭矩正比于角位移，轴向空间占位小。	$M = \frac{\pi Eb t^3 T}{6 L}$ $S_{max} = S(1 + \frac{t}{D_b})$	
⑳ 钟簧		转动。承受扭矩是通过许多圈的角位移。 非等劲度。	作为螺线弹簧的特例，它的圈与圈是接触的。 $S = \frac{6M}{bt^2}$ $\text{比值 } L/t = 3000 \sim 9000, D_a = (15 \sim 25)t$	$t = \frac{\pi}{8L} (D_d^2 - D_i^2)$ $T = \frac{[2(D_d^2 + D_i^2)]^{0.5} - (D_a + D_d)}{2.55t}$
㉑ 弹簧马达	21. 	转动。 可转许多转，接近常扭矩。	$M = \frac{Ebt^3 D_2}{12} (\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2})^2, S = Et (\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2})$ 取 $b/t = 15 \sim 200$, D_1 和 D_2 为有效空间。 $D_2 = 1.5D_1$ 。如果扭矩太低，可增加 b 。	

表 9—1(续)

表中符号说明:

A—面积;

b—宽度;

c—弹簧指数, $c = \frac{D}{d}$;

C_1, C_2 —对于锥形环的垫圈常数, 见图 9—1;

D—弹簧中径, $D = D_o - d$;

d—簧丝直径;

D_o —外径;

D_i —内径;

D_x —心轴直径;

D_{x_0} —转折部直径;

D_z —原始直径;

D_{z_0} —受载后直径;

E—弹性模量;

f—挠度(变形量);

g—32.2ft/sec²(重力常数);

G—剪切模量;

h—弹簧的自由高度;

I—惯性矩;

i—初始拉力;

K_w —常数(曲度系数), 圆截面: $K_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C}$;

k—弹簧刚性常数, lb/in

L—长度;

M—扭矩;

m—垫圈常数, 见图 9—1;

N—工作圈数

P—载荷;

P_{e_c} —⑩类弹簧载荷(受压缩时);

P_{e_e} —⑩类弹簧载荷(受拉伸时);

p—节距;

R—半径;

S—应力;

T—弹簧缠绕圈数;

t—厚度或径向尺寸;

μ —泊桑比, 钢和镍合金, $\mu = 0.3$

铜合金, $\mu = 0.33$

表 9 - 2 圆形和矩形截面簧丝的弹簧常数

b/t	K ₁	K ₂
1	2.41	0.180
1.5	2.16	0.250
1.75	2.09	0.272
2	2.04	0.292
2.5	1.94	0.317
3	1.87	0.335
4	1.77	0.358
6	1.67	0.381
8	1.63	0.391
10	1.60	0.399
∞	1.50	0.424

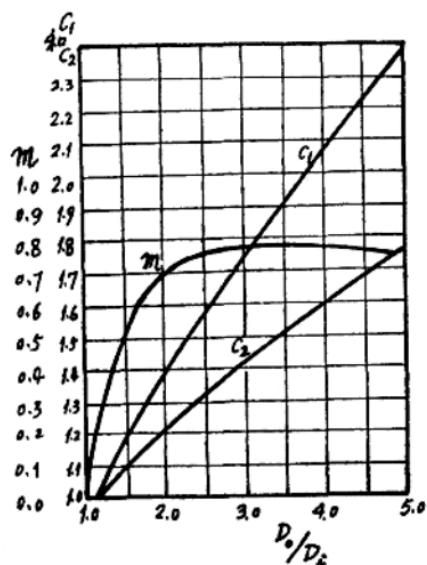
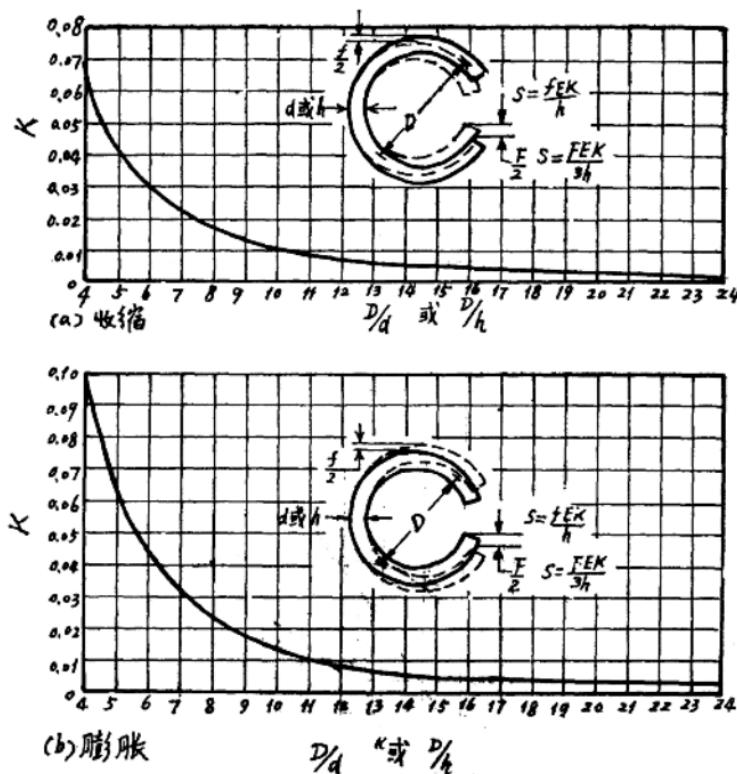


图 9 - 1 垫圈应力常数和挠度常数

表 9-3 曲度系数 K_w 值

C	4	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	5.0	5.2	5.4
K_w	1.4	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.32	1.31	1.30	1.28
C	6.5	6.6	6.8	7	7.2	7.4	7.5	7.6	7.8	8	8.5	9	9.5
K_w	1.23	1.23	1.22	1.21	1.21	1.2	1.2	1.19	1.19	1.18	1.17	1.16	1.15
C	5.5	5.6	5.8	6	6.2	6.4	10	11	12	14	16	18	
K_w	1.28	1.27	1.26	1.25	1.24	1.24	1.14	1.13	1.12	1.10	1.09	1.08	

图 9-2 ⑩类弹簧的 $S-f$ 关系

9.2 管簧的设计与计算

最近，工程上应用了一种新型弹簧，它用圆管代替实心的弹簧，见图 9-3，称之为

管簧。这里，提供的管簧的设计公式和图表，供设计这种弹簧之用。同时，也对比的讨论了这种弹簧与其他弹簧的关系。

其实，早在1884年就有人建议采用管簧，当时，主要是为了降低弹簧的重量和价格，但直到最近，才开始在轻型结构及高温和必须润滑的机器中，得以大量的应用。

早在上一世纪，密螺圈弹簧的冶金学和制造工艺就已取得了很大的进展，设计技术也比较成熟。但由于保守的思想做怪，这样一种通用的机械零件，在其结构及尺寸设计方面，却很少有所改进。传统的设计方法，是把密螺圈弹簧取为实心圆或实心的矩形截面。

由于管的特点是重量轻，因而，使用于轻量结构中，具有很大的优越性。

管簧可以制成压缩弹簧型和扭簧型。由于压缩弹簧应用最广，故这里只介绍这种类型。

与实心截面的弹簧相比，管簧具有下列五大优点：

- ①重量轻（对于相同的载荷容量、弹簧常数或能量储存相比较）；
- ②回弹速度快；
- ③自然频率高；
- ④在高温场合应用时，内部可通水冷却；
- ⑤在需要润滑的场合，内部可通润滑油。

下边，讨论管簧的设计计算方法：

一、管簧的应力计算

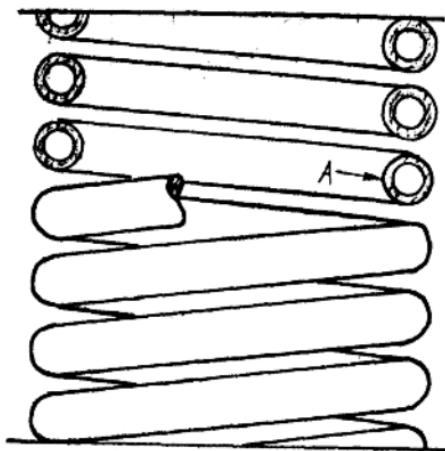


图 9—3 管簧

管簧的应力分析需用弹性理论，并要用实验来验证。图 9—4 给出两种极端情形，即：令 $B = \frac{\text{管内径}}{\text{管外径}}$ 当 $B = 0$ ，即实心情况；和当 $B = 1$ 表示薄壁管。

图 9—4 表示剪应力因子 K 作为弹簧指数 $C = \frac{D}{d}$ 的函数曲线， D 为簧圈中径， d 为管

截面的外径，最大剪应力点发生于图9—3中的A处。

$$S_{max} = KS_{nom}$$

管簧的名义剪应力为：

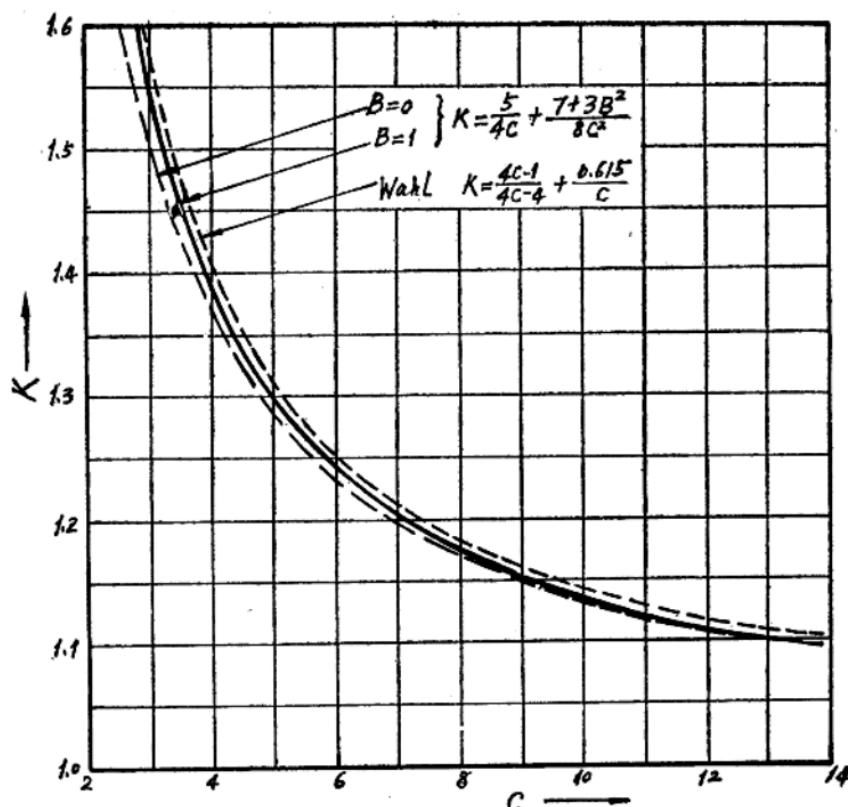


图9—4 管簧的剪应力因子

$$S_{nom} = \frac{8PD}{\pi d^3(1-B^4)} \quad (9-1)$$

由图9—4可以发现， $B = 0$ 和 $B = 1$ 这两条曲线的差别是非常小的。这个结果意味着：簧圈的曲度效应与开孔（空心截面）的相互干涉作用很小，为了相互比较，图9—4中也画出了熟知的曲度系数，它广泛地使用于实心弹簧的设计中。由图中还可见：曲度系数曲线紧靠 $B = 1$ 的曲线，其紧靠程度更甚于 $B = 0$ 的曲线。这说明，如果将通常的曲度系数用于管簧的设计计算，所产生的误差不会太大，而且，结果是偏于安全的，因为曲度系数曲线在 $B = 1$ 曲线之上。

对于所有的轴向载荷，不管截面是空心还是实心，在估计弹簧强度时，以下两个因素

都应加以考虑：①载荷偏心对剪应力的影响；②弹簧的节距（螺旋升角）对最大剪应力的影响。

考虑偏心度的影响，可以将剪应力的计算值乘上一个因子 $(1 + e)$ ，其中 e 表示载荷偏心距对簧圈中半径的比值。对于实际的大多数压缩弹簧，这个偏心比 e 可以高达0.15。

考虑弹簧节距的影响，主要是在簧圈内侧A点（参见图9—3）上引起一个不大的压缩弯应力，该处的剪应力将达到最大。如果按照通常的方法，应将该处的剪应力和弯应力进行组合，我们会发现：对应于最大组合剪应力的剪应力因子，要比未经组合的剪应力因子增大 $p^2/2$ 倍。这理， p 表示升角的正切，可见，当升角很小的情况下，这个修正可以不考虑。

例如：一个弹簧指数C为“3”的压缩弹簧，而最小簧圈间隙为截面直径的20%，在此情况下，节距效应仅仅增加剪应力因子0.8%左右，对于小间隙和大的弹簧指数，节距效应更微小，是可忽略不计。

综合上述，管簧的最大组合剪应力，可以写成下面的形式：

$$S_{max} = \left[K(1+e) + \frac{p^2}{2} \right] \frac{8PD}{\pi d^3(1-B^4)} \quad (9-2)$$

二、变形计算

根据理论分析和实验研究指出：管簧的轴向变形量，在计入节距效应之后，可以表示成：

$$\text{总的轴向变形 } F = \frac{8K_F PD^3 N}{Gd^4(1-B^4)} \quad (9-3)$$

其中， K_F —变形因子，当材料泊桑比 $\mu = 0.3$ 时，

$$K_F = 1 - \frac{3}{16C^2} + \frac{3B^2}{8C^2} + 1.27p^2 \quad (9-4)$$

G—材料的剪切模量；

N—管簧的工作圈数

在实心截面弹簧设计中，习惯上取挠度因子 $K_F = 1$ 。

方程9—4表明，管簧($B > 0$)的挠度因子总是大于实心弹簧($B = 0$)的挠度因子。(这理，指的是两者具有相同的弹簧指数和节距。)

三、临界屈曲载荷

压缩管簧的临界屈曲载荷，相当于使压杆失稳的临界屈曲载荷，可由下式计算：

$$P_{cr} = \left(\frac{P}{F} \right) \left(\frac{F_{cr}}{H} \right) H \quad (9-5)$$

其中， F_{cr} —临界屈曲挠度值；

H—弹簧的自由高度；

F—如前所述一样，为弹簧的总轴向变形；

P/F—弹簧的刚性系数。

从(9—3)式中, 令 $K_p = 1$, 可得:

$$\frac{P}{F} = \frac{Gd^4(1 - B^4)}{8D^3N} \quad (9-6)$$

图 9—5 给出 F_{cr}/H 与 mH/D 的曲线关系。

其中, m —称为弹簧末端固定因子, 它依赖于末端支承形式, 其典型值可列于表 9—4。

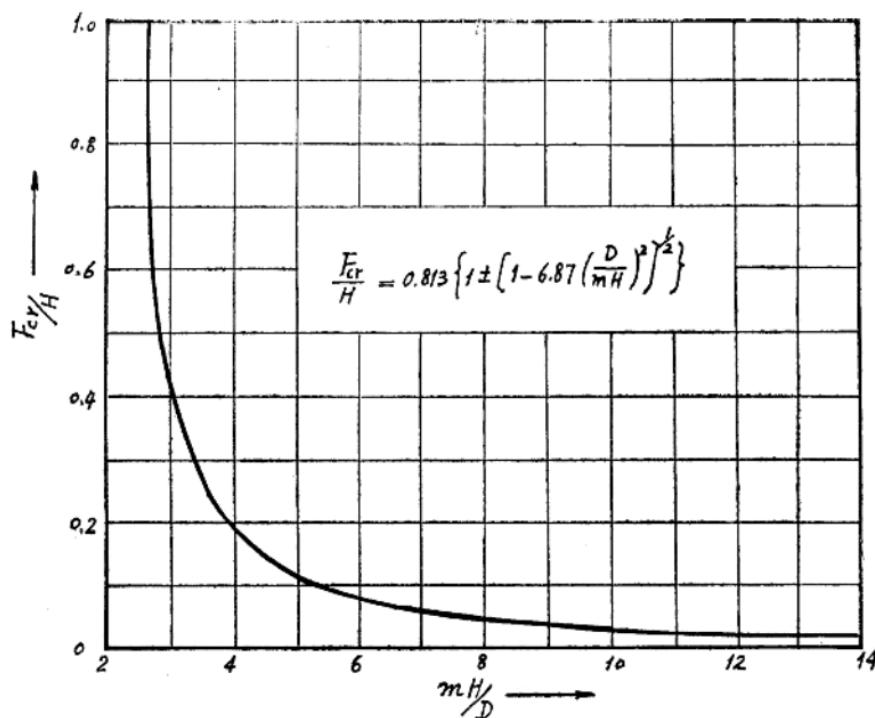


图 9—5 管簧的临界屈曲挠度

表 9—4 m 的典型值

情 形 标 号	末 端 支 承 条 件	m
①	两 端 悬 挂	1
②	两 平 行 末 端, 无 横 向 约 束	1
③	末 端 都 夹 紧	1/2
④	一 端 夹 紧, 另 一 端 自 由	2

通常，在实际应用中，都考虑为第③种情形，但严格说来，应当规定末端彼此平行。末端不平行，将允许部分地倾斜或转动，类似于情形①和④，而附加的端力矩还要降低实际的屈曲载荷的量值，使其小于情形③的计算值，所以为了安全起见，对于实际的压缩弹簧装置，常按情形①来设计。

四、局部屈曲

若管簧壁厚相对于管外径之比太小时，将会出现几种类型的局部屈曲或弹性失稳现象。

第一种类型是挠性波状皱纹，如果簧圈加工没有采取适当预防措施，这种局部屈曲是很容易发生的。预防措施是在弹簧成圈之前，管内填满低溶点合金，当弹簧绕成之后，便可用加热的方法，使合金溶化倒出。

若管壁太薄，还会出现另一种类型的局部屈曲，通常称为扭剪皱纹。

出现扭转皱纹时的名义剪应力为：

$$S_c = 0.715 \frac{E}{K} \left(\frac{t}{d} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (9-7)$$

与此应力相对应的载荷P可以通过解方程(9-1)来确定，只要在(9-1)或中令 $S_{nom} = S_c$ ，即可求介。

五、能量储存容量

对于管簧来说，每个单位重量内的能量储存为：

$$U = \frac{S_{nom}^2}{4\gamma G} (1 + B^2) \quad (9-8)$$

其中， γ —弹簧材料的比重，Ib/in³

六、释放速度

管簧被压缩到名义剪力为 S_{nom} 时所具有的释放速度（即在该位置突然释放，所具有的运动初速度），可以表示为：

$$V_r = S_{nom} \left[\frac{g}{2\gamma G} (1 + B^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9-9)$$

对于薄壁管簧， $B = 1$ ，而对于实心截面， $B = 0$ 。故管簧的最大释放速度，可以超过实心情况的释放速度的41%左右。通常在适用当中，总是希望有较高的释放速度的。

七、振动的自然频率

当弹簧在周期性的扰力作用下，若该扰力的频率接近于弹簧的自然频率，就要发生共振。对于弹簧阀等弹簧元件，自然频率应当高于其最大的操作频率，以避免共振的发生。

管簧的自然频率为：

$$f = \frac{1}{2\pi c} \left[\frac{Gg}{2\gamma} (1 + B^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9-10)$$

由上式可见，在同样材料和相同弹簧指数情况下，管簧比实心弹簧的自然频率高41%

左右。

八、设计比较综

上分析，我们可得：

$$\frac{\text{弹簧重}}{\text{最大载荷}} = 2 \left(\frac{\gamma G}{S_{n,m}^2} \right) \frac{F_{max}}{1+B^2} \quad (9-11)$$

$$\frac{\text{弹簧重}}{\text{弹簧刚性系数}} = 2 \left(\frac{\gamma G}{S_{n,m}^2} \right) \frac{F_{max}^2}{1+B^2} \quad (9-12)$$

$$\frac{\text{弹簧重}}{\text{能量储存容量}} = 4 \left(\frac{\gamma G}{S_{n,m}^2} \right) \left(\frac{1}{1+B^2} \right) \quad (9-13)$$

这样，只要某些量保持相同，如 $G, \rho, F_{max}, S_{n,m}$ 及弹簧指数和材料，或最大载荷、刚性系数及能量储存量三者之一保持相同，则管簧与实心簧的重量比就等于 $\frac{1}{1+B^2}$ 。

对于许多弹簧构件，尺寸设计都要求达到最优化，以满足某种特定的需要。诸如：初始载荷或最大载荷力求增加到最大限度；或初始载荷对弹簧重量的比，以及最大载荷对弹簧重量的比，都力求增加到最大限度。

由于最佳弹簧指数并不受空心或实心的影响，因此，适用于实心簧的一整套最佳设计方法，对于管簧的设计，也完全实用。

为了说明管簧的优越性，可以用表 9—5 的数据，来做定量的比较。

表中，是用一根管簧来代替实心的双簧之后，二者占有空间基本相同，承受同样的操作变形，但管簧使用后，可以减轻重量 36%，而在同样的时间内，最大载荷容量还增加了 8%。

当然，空心管簧也有其三个缺点，限制了它的普遍应用。①占有较大空间（对于相同载荷容量、弹簧常数或能量储存而言）；

表 9—5 用管簧代替实心双簧

		实心双簧装置		单个管簧($B = 0.509$)
基 本 参 数		外 簧	内 簧	
d(in)	0.500	0.075		0.570
D(in)	4.15	3.10		4.05
C	8.30	8.27		7.10
总圈数	13	14		11
H(in)	15.75	13.06		14.12
KS _{n,m}				
最大载荷时(PSi)	109000	109000		120000