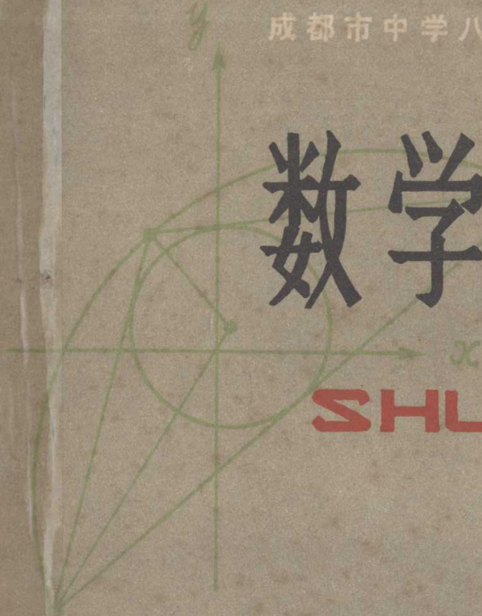
成都市中学八〇年复习资料

数学题解



SHUXUE

都大学数学教研室主编

前　言

为了帮助高二年级学生系统地复习中学数学知识，我们特编印了《中学数学复习题解》一书。

本书将《成都市八〇年中学数学复习资料》中的复习题和总复习题逐一地进行了详尽的解答，解法力求做到简练、准确、易懂、启发性强，有助于读者在复习中提高综合分析和解题的能力。

本书中的代数、三角、平面几何、立体几何、解析几何等部分，分别由“复习资料”的编写者魏柏良、薛锟、张宪富、舒维纲、陆中权老师完成，我室部分老师进行了审阅和校正。

由于我们的水平有限、时间仓促，有的解法不一定最佳，也难免有缺点错误，希读者批评指正。

成都大学数学教研室

一九八〇年元月

目　　录

复 习 题 一

1．计算：

（1） $1+i+i^2+\cdots\cdots+i^{100}$

（2） $i\cdot i^2\cdot i^3\cdots\cdots i^{100}$

解：(1) 原式 $=\dfrac{1-i^{101}}{1-i}=\dfrac{1-i^{100}\cdot i}{1-i}=\dfrac{1-i}{1-i}=1$

(2) 原式 $=i^{1+2+3+\cdots+100}=i^{5050}=i^{5048}\cdot i^2=-1$

2．计算：

(1) $\dfrac{27}{4-\sqrt{7}}+\dfrac{1}{3+\sqrt{7}}-\dfrac{6}{\sqrt{7}-2}-\dfrac{\sqrt{7}-5}{2}$

(2) $\left|2\lg5-0.01^{-\frac{1}{2}}\right|+\sqrt{(\lg4)^2-\lg16+\lg10}$

$-\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$

解：(1) 原式 $=\dfrac{27(4+\sqrt{7})}{9}+\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}$

$-\dfrac{6(\sqrt{7}+2)}{3}-\dfrac{\sqrt{7}-5}{2}$

$=12+3\sqrt{7}+\dfrac{8-2\sqrt{7}}{2}-2\sqrt{7}-4=12$

(2) 原式 $=\left|2\lg5-10\right|+\sqrt{(\lg4-1)^2}$

$-\left[\left(\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{50}$

$$=10-2\lg5+1-\lg4-(-i)^{50}$$

$$=10-2+1-(-1)=10$$

3．化简：

(1) $\left(\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right)\cdot\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$

(2) $\left[\dfrac{4a-9a^{-1}}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}}+\dfrac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}\right]^2$

解：(1) 原式 $=\left[\sqrt[6]{(2+\sqrt{5})^2}+\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right]\cdot\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$

$$=2\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}=2\sqrt[3]{-1}=-2$$

(2) 原式 $=\left[\dfrac{(2a^{\frac{1}{2}})^2-(3a^{-\frac{1}{2}})^2}{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}}+\dfrac{(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}\right]^2$

$$=\left[(2a^{\frac{1}{2}}+3a^{-\frac{1}{2}})+(a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}})\right]^2$$

$$=9a$$

4．求证： $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{9}}-\sqrt[3]{\dfrac{2}{9}}+\sqrt[3]{\dfrac{4}{9}}$

证明：右边 $=\dfrac{\sqrt[3]{3}}{3}(1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})$

$$=\frac{\sqrt[3]{3}}{3(1+\sqrt[3]{2})}\left[1^3+(\sqrt[3]{2})^3\right]$$

$$=\frac{\sqrt[3]{3}}{1+\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\frac{3}{(1+\sqrt[3]{2})^3}}$$

$$=\sqrt[3]{\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+(\sqrt[3]{2})^2}}$$

$$=\sqrt[3]{\frac{\sqrt[3]{2}-1}{(\sqrt[3]{2})^3-1^3}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\text{左边}$$

5．已知： $a^2+b^2=c^2$

求证： $(4a-3b+5c)(5c-3b-4a)=(3c-5b)^2$

证明： 左边 $=[(5c-3b)+4a]\cdot[(5c-3b)-4a]$

$$=(5c-3b)^2-16a^2$$

$$=25c^2-30bc+9b^2-16(c^2-b^2)$$

$$=9c^2-30bc+25b^2=(3c-5b)^2=\text{右边}$$

$\therefore\ (4a-3b+5c)(5c-3b-4a)=(3c-5b)^2$

6．已知： $a\cdot b\cdot c=1$

求证： $\dfrac{a}{ab+a+1}+\dfrac{b}{bc+b+1}+\dfrac{c}{ac+c+1}=1$

证明： $\because$ 左边

$$=\frac{a}{ab+a+1}+\frac{ab}{abc+ab+a}+\frac{abc}{a^2bc+abc+ab}$$

$$=\frac{a}{ab+a+1}+\frac{ab}{ab+a+1}+\frac{1}{ab+a+1}$$

$$=\frac{ab+a+1}{ab+a+1}=1=\text{右边}$$

$\therefore\ \dfrac{a}{ab+a+1}+\dfrac{b}{bc+b+1}+\dfrac{c}{ac+c+1}=1$

7． x、y、z是互不相等的实数，且

$$x+\frac{1}{y}=y+\frac{1}{z}=z+\frac{1}{x}$$

求证： $x^2\cdot y^2\cdot z^2=1$

证明： $\because\ x+\dfrac{1}{y}=y+\dfrac{1}{z}$ 即 $x-y=\dfrac{y-z}{yz}$

故 $yz=\dfrac{y-z}{x-y}$……①

又∵ $x+\dfrac{1}{y}=z+\dfrac{1}{x}$ 故 $xy=\dfrac{y-x}{x-z}$……②

$y+\dfrac{1}{z}=z+\dfrac{1}{x}$ 故 $xz=\dfrac{z-x}{y-z}$……③

由①×②×③得：$x^2\cdot y^2\cdot z^2=1$

8．已知 $0.\dot{3}-0.33333=\dfrac{1}{3\cdot 10^x}$，求x的值

解：原方程即为 $\dfrac{1}{3}-0.33333=\dfrac{1}{3\cdot 10^x}$

去分母 $(1-0.99999)\cdot 10^x=1$

即 $10^x=10^5$

∴ $x=5$

9．方程$2x^2-4x+\log_{3-n}25=0$，有两个相 等 的 实数根，求n的值。

解：∵方程有两个相等的实数根 ∴$\triangle=0$

即 $\triangle=16-8\log_{3-n}25=0$

$\log_{3-n}25=2$ 故 $(3-n)^2=25$

则 $3-n=\pm 5$， （而对数的底不能为负）

∴ $n=-2$

10．实数p、q为何值时，方程$x^2+px+q=0$的两个根也为p、q。

解：根据韦达定理得：$\begin{cases} p+q=-p\cdots\cdots① \\ pq=q\cdots\cdots\quad ② \end{cases}$

由②得　$q=o$　或$p=1$

分别代入①得：$p=o$　或$q=-2$

$$\therefore \quad \begin{cases} p=o \\ q=o \end{cases} \quad 或 \begin{cases} p=1 \\ q=-2 \end{cases}$$

11．已知方程$ax^2+3x-2b=O$的两个根和方程$3x^2-ax+2b=o$的两个根互为倒数，求实数a、b的值。

解：设x_1，x_2是方程$ax^2+3x-2b=o$的两个根

$\frac{1}{x_1}$，$\frac{1}{x_2}$是方程$3x^2-ax+2b=0$的两个根

根据韦达定理得：
$$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{3}{a}\cdots\cdots① \\ x_1\cdot x_2=-\frac{2b}{a}\cdots\cdots② \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{a}{3}\cdots\cdots③ \\ \frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}=\frac{2b}{3}\cdots\cdots④ \end{cases}$$

由①和②得：$\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}=-\frac{a}{2b}$，$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{3}{2b}$

代入③、④得：
$$\begin{cases} \frac{3}{2b}=\frac{a}{3} \\ -\frac{a}{2b}=\frac{2b}{3} \end{cases}$$

$\therefore \quad a=-3 \quad b=-\frac{3}{2}$

12．已知方程$x^2-2px+3q=o$的一个根是另一个根的3倍，而方程$x^2+qx+3p=o$的一个根是另一个根的$\frac{1}{2}$，

求非零实数p、q的值。

解：设方程$x^2-2px+3q=o$的两个根为α，3α

方程$x^2+qx+3p=o$的两个根为β，$\frac{1}{2}\beta$

根据韦达定理得：$\begin{cases} 4\alpha=2p\cdots\cdots① \\ 3\alpha^2=3q\cdots\cdots② \\ \frac{3}{2}\beta=-q\cdots\cdots③ \\ \frac{1}{2}\beta^2=3p\cdots\cdots④ \end{cases}$

由①②消去α，由③④消去β得：$\begin{cases} p^2=4q\cdots\cdots⑤ \\ p=\frac{2}{27}q^2\cdots\cdots⑥ \end{cases}$

将⑥代入⑤得：$q^4=27^2q$

$\because$ $q\neq o$ 故有$q^3=3^6$ $\therefore$ $q=9$

$\therefore$ $p=6$，$q=9$

13．已知两数x_1，x_2满足下列条件：

（1）它们的和是等差数列1、3、……的第20项

（2）它们的积是等比数列2、－6……的前4项的和

求以 $\frac{1}{x_1}$，$\frac{1}{x_2}$为根的方程

解：由（1）知$x_1+x_2=1+19\times2=39$

由（2）知$x_1\cdot x_2=2+(-6)+18+(-50)=-40$

故 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=-\frac{39}{40}$，

$\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}=\frac{1}{x_1\cdot x_2}=-\frac{1}{40}$

$\therefore$ 所求作的方程为 $y^2+\frac{39}{40}y-\frac{1}{40}=0$

14．三角形的三个内角成等差数列，其最大最小两边是方程$x^2-11x+19=0$的两个根，求第三边的长

解：设三角形三个内角A、B、C成等差数列

故 $A+C=2B$，又∵ $A+B+C=180°$ ∴ $B=60°$

又∵ a、c是方程$x^2-11x+19=0$的两个根

故 $a+c=11$，$ac=19$

根据余弦定理得：$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$$=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac$$

$$=11^2-3\times19=64 \quad \therefore b=8$$

∴ 所求的第三边的长为8。

15．设m为有理数，试确定K的值，使方程$x^2-4mx+4x+3m^2-2m+4k=0$的根为有理数。

解：原方程即为：

$$x^2-2(2m-2)x+(3m^2-2m+4k)=0$$

判别式 $\triangle=4m^2-24m+4(4-4k)$

而要方程有有理数根，则判别式应为完全平方式，即二次三项式$4m^2-24m+4(4-4k)$的判别式必须等于0。

故 $(-24)^2-4\times4\times4(4-4k)=0$

$$\therefore \quad k=-\frac{5}{4}$$

∴ 当$k=-\frac{5}{4}$时，原方程的根为有理数

16．已知方程$x^2+px+q=0$有两个非零的等根α。

（1）若p、α、q成等差数列，求p、q、α的值

（2）若p、α、q成等比数列，求p、q、α的值

解：（1）∵ α是方程$x^2+px+q=0$的两个非零等根

由韦达定理得 $\begin{cases} 2\alpha=-p \cdots\cdots ① \\ \alpha^2=q \cdots\cdots ② \end{cases}$

又 ∵ p、α、q成等差数列，故$p+q=2\alpha \cdots\cdots ③$

分别将①②代入③得 $\alpha^2-4\alpha=0$

∵ $\alpha\neq 0$ ∴ $\alpha=4$

∴ $p=-8$， $q=16$， $\alpha=4$

（2）同理 $\begin{cases} 2\alpha=-p \cdots\cdots (1) \\ \alpha^2=q \cdots\cdots (2) \end{cases}$

又∵ p、α、q成等比数列，故 $p\cdot q=\alpha^2 \cdots\cdots ③$

将①，②代入③得：$-2\alpha^3=\alpha^2$

∵ $\alpha\neq 0$ ∴ $\alpha=-\frac{1}{2}$

∴ $p=1$， $q=\frac{1}{4}$， $\alpha=-\frac{1}{2}$

17．已知方程$x^2+px+q=0$有两个不相等的实数根x_1，x_2，且p、q、x_1、x_2成等差数列，求p、q、x_1、x_2的值。

解：∵ x_1，x_2是$x^2+px+q=0$的两个不相等的实数根，故$\begin{cases} x_1+x_2=-p \cdots\cdots ① \\ x_1\cdot x_2=q \cdots\cdots ② \end{cases}$

又∵ p、q、x_1、x_2成等差数列

则$\begin{cases} x_1+p=2q \cdots\cdots ③ \\ x_2+q=2x_1 \cdots\cdots ④ \end{cases}$

将①，②代入③得： $x_1-(x_1+x_2)=2x_1\cdot x_2$

即 $x_2(2x_1+1)=0$ ∴ $x_1=-\frac{1}{2}$或$x_2=0$

若$x_1=-\frac{1}{2}$，分别代入②，④得$\begin{cases} x_2=-2q \\ x_2+q=-1 \end{cases}$

解得：$q=1$，$x_2=-2$，再由①得 $p=\frac{5}{2}$

若$x_2=0$，由②得$q=0$，再由④得$x_1=0$

这与已知条件$x_1\neq x_2$矛盾，故舍去。

∴ $p=\frac{5}{2}$，$q=1$，$x_1=-\frac{1}{2}$，$x_2=-2$

18. a、b为两园的半径，c为两园心间的距离，如果方程 $x^2-2ax+b^2=c(b-a)$有两个相等的实数根，求证：这两园相等或相互外切。

证明：∵ 方程有两个等根，则$\triangle=0$

即 $4a^2-4[b^2-c(b-a)]=0$

$a^2-b^2-c(b-a)=0$

故 $(a-b)(a+b-c)=0$

若 $a-b=0$ 即$a=b$，则两园相等，

若 $a+b-c=0$ 即$a+b=c$，则两园相互外切

∴ 这两园相等或相互外切。

19. 求实数x，y的值，使$x+y+\sqrt{x+y}-12$的值等于0，且它们的平方差为9。

解：由已知条件得：$\begin{cases} x+y+\sqrt{x+y}-12=0 \cdots\cdots ① \\ x^2-y^2=\pm 9 \cdots\cdots ② \end{cases}$

由方程①解得 $\sqrt{x+y}=3$，$\sqrt{x+y}=-4$（舍去）

即 $x+y=9 \cdots\cdots ③$

将③代入②得 $x-y=\pm 1 \cdots\cdots ④$

③+④得 $x_1=5$，$x_2=4$

代入③得　$y_1=4$，$y_2=5$

$\therefore \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=4 \\ y_2=5 \end{cases}$

20．已知方程 $x^2-2x+\lg(2a^2-a)=0$ 有一个正根，一个负根，求实数a 的变化范围。

解：方程有一个正根，一个负根，必须且只须：

$\begin{cases} \lg(2a^2-a)<0 \\ 2a^2-a>0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 2a^2-a<1 \\ a(2a-1)>0 \end{cases}$

解此不等式组得：$\begin{cases} -\dfrac{1}{2}<a<1 \\ a>\dfrac{1}{2} 或 a<0 \end{cases}$

$\therefore \quad -\dfrac{1}{2}<a<0$ 或 $\dfrac{1}{2}<a<1$

21．已知方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根倒数的和为 s_1，两根倒数的平方和为 s_2，两根倒数的立方和为 s_3，求证：$as_1+bs_2+cs_3=0$

证明：设方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 x_1，x_2

故　$ax_1^2+bx_1+c=0$，$ax_2^2+bx_2+c=0$

且 $s_1=\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$，$s_2=\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}$，$s_3=\dfrac{1}{x_1^3}+\dfrac{1}{x_2^3}$

$\therefore \quad as_1+bs_2+cs_3$

$=a\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}\right)+b\left(\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}\right)+c\left(\dfrac{1}{x_1^3}+\dfrac{1}{x_2^3}\right)$

$$=\left(a\cdot\frac{1}{x_1}+b\frac{1}{x_1^2}+c\frac{1}{x_1^3}\right)$$

$$+\left(a\cdot\frac{1}{x_2}+b\cdot\frac{1}{x_2^2}+c\cdot\frac{1}{x_2^3}\right)$$

$$=\frac{1}{x_1^3}\cdot\left(ax_1^2+bx_1+c\right)+\frac{1}{x_2^3}\cdot\left(ax_2^2+bx_2+c\right)$$

$$=0$$

22．已知ΔABC的三边，$BC=4pq$，$AC=3p^2+q^2$

$AB=3p^2+2pq-q^2$，求证：三个内角A、B、C成等差数列。

证明：根据余弦定理

$$\cos B=\frac{AB^2+BC^2-CA^2}{2\cdot AB\cdot BC}$$

$$=\frac{(3p^2+2pq-q^2)^2+16p^2q^2-(3p^2+q^2)^2}{2\cdot(3p^2+2pq-q^2)\cdot 4pq}$$

$$=\frac{3p^2+2pq-q^2}{2(3p^2+2pq-q^2)}=\frac{1}{2}$$

∴　$B=60°$

∴　三个内角A、B、C成等差数列。

23．解下列方程：

（1）　$(x+1)^4-5x^2-10x+1=0$

（2）　$x+\sqrt[8]{x^5}-12\sqrt[4]{x}=0$

（3）　$(x-y\sqrt{2})^2=9-4\sqrt{2}$　求有理数x，y

（4）　$\lg^2 9x-3\lg(x+2)\cdot\lg 9x+2\lg^2(x+2)=0$

解：(1) 原方程为　$(x+1)^4-5(x+1)^2+6=0$

令　$(x+1)^2=y$，则方程为　$y^2-5y+6=0$

∴　$y_1=2$　　$y_2=3$

故 $x=-1\pm\sqrt{2}$　　$x=-1\pm\sqrt{3}$

∴ 原方程的根为 $x=-1\pm\sqrt{2}$，$x=-1\pm\sqrt{3}$

(2) 原方程为 $\sqrt[4]{x}\cdot(\sqrt[4]{x^3}+\sqrt[8]{x^3}-12)=0$

由 $\sqrt[4]{x}=0$，得 $x_1=0$

由 $\sqrt[4]{x^3}+\sqrt[8]{x^3}-12=0$得 $\sqrt[8]{x^3}=3$，$\sqrt[8]{x^3}=-4$(舍去)

∴ $x_2=9\sqrt[3]{9}$

∴ 原方程的根是$x_1=0$，$x_2=9\sqrt[3]{9}$。

(3) 原方程为 $(x-y\sqrt{2})^2=(2\sqrt{2}-1)^2$

故 $x-y\sqrt{2}=\pm(2\sqrt{2}-1)$

当 $x-y\sqrt{2}=-1+2\sqrt{2}$时，则$x=-1$、$y=-2$

当 $x-y\sqrt{2}=1-2\sqrt{2}$时，则$x=1$、$y=2$

∴ 原方程的解为$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$　　$\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$。

(4) 原方程为

$$[\lg 9x-\lg(x+2)][\lg 9x-2\lg(x+2)]=0$$

由 $\lg 9x-\lg(x+2)=0$ 得 $x_1=\frac{1}{4}$

由 $\lg 9x-2\lg(x+2)=0$　　得 $x_2=1$，$x_3=4$

经检验$x_1=\frac{1}{4}$，$x_2=1$，$x_3=4$都是原方程的根。

24．解方程组：$\begin{cases}10^{xy}=10^x\cdot 10^y\\ \lg(2x+1)+\lg(y-2)=1\end{cases}$

解：方程组变形为：$\begin{cases}xy=x+y\cdots\cdots①\\(2x+1)(y-2)=10\cdots\cdots②\end{cases}$

将①代入②得　$x=\frac{3y-12}{2}\cdots\cdots③$

将③代入①得 $3y^2-17y+12=0$

$$\therefore\quad y_1=\frac{17+\sqrt{145}}{6},\quad y_2=\frac{17-\sqrt{145}}{6}$$

（$\because\ y_2<2$ 故舍去）

$$\therefore\quad x_1=\frac{-7+\sqrt{145}}{4}$$ 经检验合格。

$$\therefore\ \text{原方程组的解为}\begin{cases}x=\dfrac{-7+\sqrt{145}}{4}\\[2ex] y=\dfrac{17+\sqrt{145}}{6}\end{cases}$$

25. $tg\alpha$、$tg\beta$是方程$x^2+px+q=0\ (q\neq 1)$的二根，

求证：$\dfrac{p}{q-1}\sin2(\alpha+\beta)+\cos2(\alpha+\beta)=1$

证明：由韦达定理得：$tg\alpha+tg\beta=-p, tg\alpha\cdot tg\beta=q\neq 1$

故 $$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha tg\beta}=\frac{-p}{1-q}=\frac{p}{q-1}$$

$$\therefore\quad \frac{p}{q-1}\sin2(\alpha+\beta)+\cos2(\alpha+\beta)$$

$$=tg(\alpha+\beta)\sin2(\alpha+\beta)+\cos2(\alpha+\beta)$$

$$=tg(\alpha+\beta)\cdot 2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)$$

$$+2\cos^2(\alpha+\beta)-1$$

$$=2\sin^2(\alpha+\beta)+2\cos^2(\alpha+\beta)-1=2-1=1$$

26. 设 $$f(x)=\frac{1}{\sqrt5}\left[\left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right)^x-\left(\frac{1-\sqrt5}{2}\right)^x\right]$$

求证：$f(n)+f(n+1)=f(n+2)$ （n为自然数）

证明：$\because\ f(n+2)-f(n+1)$

$$=\frac{1}{\sqrt5}\left[\left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right)^{n+2}-\left(\frac{1-\sqrt5}{2}\right)^{n+2}\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right.$$

$$\left.-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\cdot\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right.$$

$$\left.-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\cdot\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right]$$

$$=f(n)$$

$\therefore\ f(n)+f(n+1)=f(n+2)$

27．已知函数$y_1=ax^2+bx+c$，$y_2=mx+n$的图象相交于$(1,-3)$和$(3,5)$两点，又y_1的图象的对称轴方程是$x=1$

（1）写出这两个函数式。

（2）当x取什么数值时，$y_1>y_2$？$y_1=y_2$？$y_1<y_2$？

（3）求出y_1的极大值或极小值

（4）作出y_1和y_2的函数图象

解：（1）设$y_1=a(x-1)^2+K$ ∵ $(1,-3)$，$(3,5)$两点在其图象上，∴ $K=-3$　$a=2$

∴ $y_1=2x^2-4x-1$

又∵直线$y_2=mx+n$过$(1,-3)$，$(3,5)$两点

∴ $y_2=4x-7$

（2）若$y_1>y_2$即$2x^2-8x+6>0$ ∴ $x<1$或$x>3$