

# ANSYS

*No Boundaries*

**ANSYS**

## 非线性分析指南



UNDERWRITERS LABORATORIES INC.

CERTIFICATE OF REGISTRATION

# Ansys Inc.

201 Johnson Road  
Houston, PA 15342

Underwriters Laboratories Inc.® (UL) issues this certificate to the Firm named above, after assessing the Firm's quality system and finding it in compliance with

## ISO 9001:1994

EN ISO 9001:1994; BS EN ISO 9001:1994; ANSI/ASQC Q9001:1994

for the following scope of registration

7372 (US): Prepackaged Software

The design, development, production, and support of commercial and customized software products, and training for engineering analysis and design. The provision of Quality Assurance and verification services for software products.

This quality system registration is included in UL's Directory of Registered Firms and applies to the provision of goods and/or services as specified in the scope of registration from the address(es) shown above. By issuance of this certificate the firm represents that it will maintain its registration in accordance with the applicable requirements. This certificate is not transferable and remains the property of Underwriters Laboratories Inc. ®.

File Number: A3725

Volume: 1

Issue Date: May 4, 1995

Revision Date: April 18, 1997

Renewal Date: July 4, 1999

S. Joe Bhatta  
Vice President  
Follow-Up Services



Accredited by  
Raad voor  
Accreditatie



美国 ANSYS 公司北京办事处  
地址: 北京市朝阳区光华东路 7 号  
汉威大厦 11 层 B2  
电话: 010-65611940~1946  
传真: 010-65611947  
邮编: 100004

美国 ANSYS 公司上海代表处  
地址: 上海市延安路 8 号  
青松城大酒店 721/723/725 室  
电话: 021-64435509~5516  
传真: 021-64431672  
邮编: 200032

美国 ANSYS 公司成都代表处  
地址: 成都市大科甲巷 8 号  
利都广场 A 座 730~735 室  
电话: 028-6671505~506, 6055507  
传真: 028-6669252  
邮编: 610016

ANSYS China 电子信箱: [china@ansys.com.cn](mailto:china@ansys.com.cn)  
ANSYS China 中文网站: [www.ansys.com.cn](http://www.ansys.com.cn)

# 目 录

非线性结构分析的定义	1
非线性行为的原因	1
状态改变	1
几何非线性	2
材料非线性	2
非线性分析的特殊性	2
牛顿—拉普森方法	2
增量加载和平衡迭代	3
非线性求解的组织级别	4
收敛容限	5
子步	7
子步数	7
自动时间步长	7
载荷和载荷方向	8
非线性瞬态分析过程	8
非线性分析步骤综述	9
第一步：建模	9
第二步：加载并求解	9
第三步：考察结果	17
重启动分析	20
非线性分析例题（GUI 方法）	29
非线性分析例题（命令流方法）	36



# 非线性结构分析

## 非线性结构的定义

在日常生活中，会经常遇到结构非线性。例如，无论何时用钉书针钉书，金属钉书钉将永久地弯曲成一个不同的形状。（看图1—1（a））如果你在一个木架上放置重物，随着时间的迁移它将越来越下垂。（看图1—1（b））。当在汽车或卡车上装货时，它的轮胎和下面路面间接触将随货物重量的变化而变化。（看图1—1（c））如果将上面例子的载荷变形曲线画出来，你将发现它们都显示了非线性结构的基本特征——变化的结构刚性。

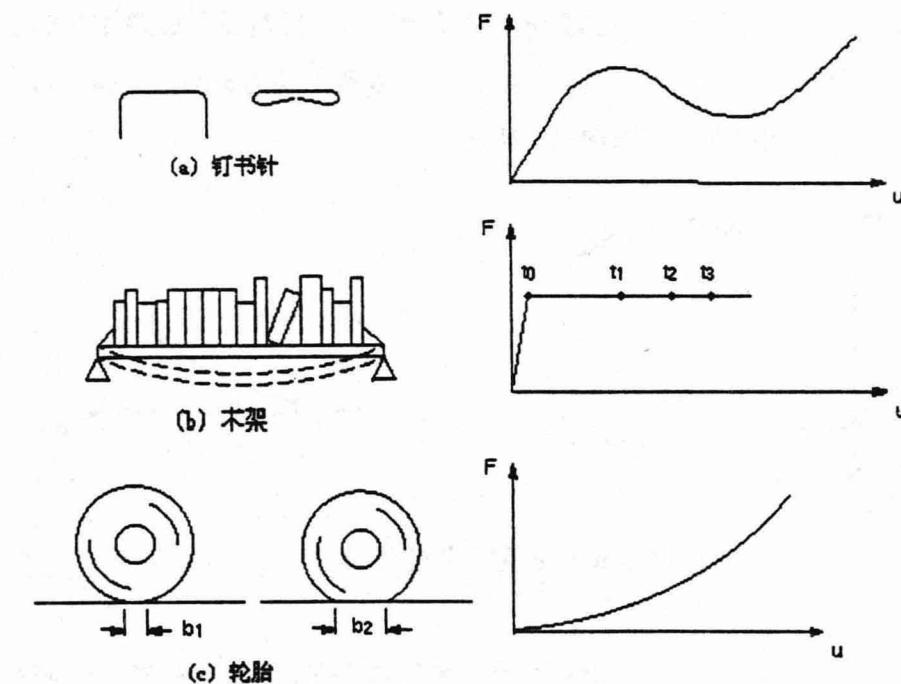


图1—1 非线性结构行为的普通例子

## 非线性行为的原因

引起结构非线性的原因很多，它可以被分成三种主要类型：  
状态变化（包括接触）

许多普通结构表现出一种与状态相关的非线性行为，例如，一根只能拉伸的电缆可能是松散的，也可能是绷紧的。轴承套可能是接触的，也可能是不接触的，冻土可能是冻结的，也可能是融化的。这些系统的刚度由于系统状态的改变在不同的值之间突然变化。状态改变也许和载荷直接有关（如在电缆情况下），也可能由某种外部原因引起（如在冻土中的紊乱热力学条件）。ANSYS程序中单元的死活选项用来给这种状态的变化建模。

接触是一种很普遍的非线性行为，接触是状态变化非线性类型形中一个特殊而重要的子集。

### 几何非线性

如果结构经受大变形，它变化的几何形状可能会引起结构的非线性响应。一个例子是图1-2显示的钓鱼杆。在轻微的垂向载荷作用下，杆端是极度柔性的（低的垂向刚性）。随着垂向载荷的增加，杆不断弯曲以致于动力臂明显地减少，导致杆端显示出在较高载荷下不断增长的刚性。

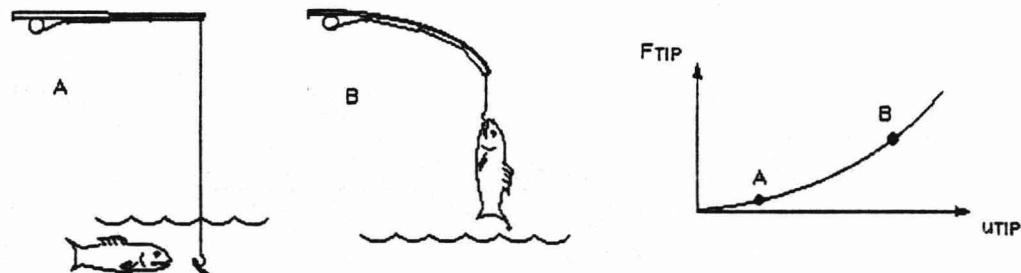


图1—2 钓鱼杆示范几何非线性

### 材料非线性

非线性的应力——应变关系是结构非线性的常见原因。许多因素可以影响材料的应力——应变性质，包括加载历史（如在弹一塑性响应状况下），环境状况（如温度），加载的时间总量（如在蠕变响应状况下）。

### 非线性分析的特殊性

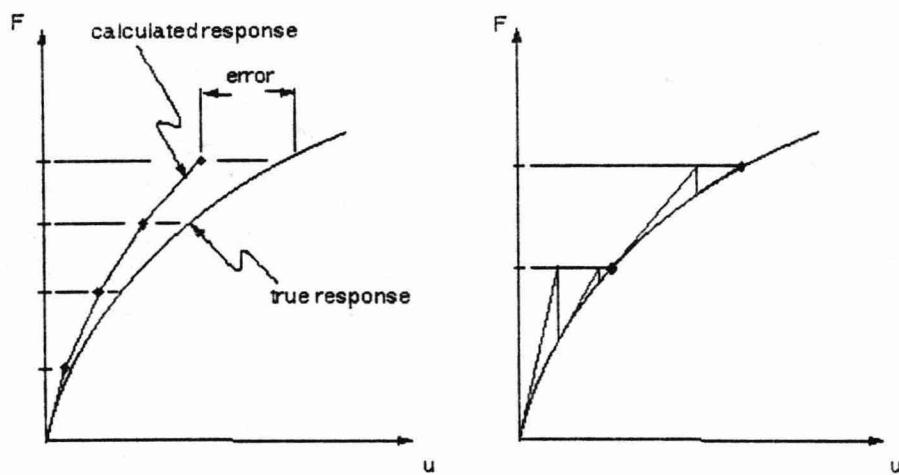
#### 牛顿—拉普森方法

ANSYS程序的方程求解器计算一系列的联立线性方程来预测工程系统的响应。然而，非线性结构的行为不能直接用这样一系列的线性方程表示。需要一系

列的带校正的线性近似来求解非线性问题。

### 逐步递增载荷和平衡迭代

一种近似的非线性求解是将载荷分成一系列的载荷增量。可以在几个载荷步内或者在一个载荷步的几个子步内施加载荷增量。在每一个增量的求解完成后，继续进行下一个载荷增量之前程序调整刚度矩阵以反映结构刚度的非线性变化。遗憾的是，纯粹的增量近似不可避免地要随着每一个载荷增量积累误差，导致结果最终失去平衡，如图1—3 (a) 所示所示。



(a) 纯粹增量式解

(b)全牛顿一拉普森迭代求解（2个载荷增量）

图1—3 纯粹增量近似与牛顿一拉普森近似的关系。

ANSYS程序通过使用牛顿一拉普森平衡迭代克服了这种困难，它迫使在每一个载荷增量的末端解达到平衡收敛（在某个容限范围内）。图1—3 (b)描述了在单自由度非线性分析中牛顿一拉普森平衡迭代的使用。在每次求解前，NR方法估算出残差矢量，这个矢量是回复力（对应于单元应力的载荷）和所加载荷的差值，然后使用非平衡载荷进行线性求解，且核查收敛性。如果不满足收敛准则，重新估算非平衡载荷，修改刚度矩阵，获得新解。持续这种迭代过程直到问题收敛。

ANSYS程序提供了一系列命令来增强问题的收敛性，如自适应下降，线性搜索，自动载荷步，及二分等，可被激活来加强问题的收敛性，如果不能得到收敛，那么程序或者继续计算下一个载荷步或者终止（依据你的指示）。

对某些物理意义上不稳定系统的非线性静态分析，如果你仅仅使用NR方法，正切刚度矩阵可能变为降秩矩阵，导致严重的收敛问题。这样的情况包括独立实体从固定表面分离的静态接触分析，结构或者完全崩溃或者“突然通过”至另一个稳定形状的非线性弯曲问题。对这样的情况，你可以激活另外一种迭代方法，弧长方法，来帮助稳定求解。弧长方法导致NR平衡迭代沿一段弧收敛，从而即使当正切刚度矩阵的倾斜为零或负值时，也往往阻止发散。这种迭代方法以图形表示在图1—4中。

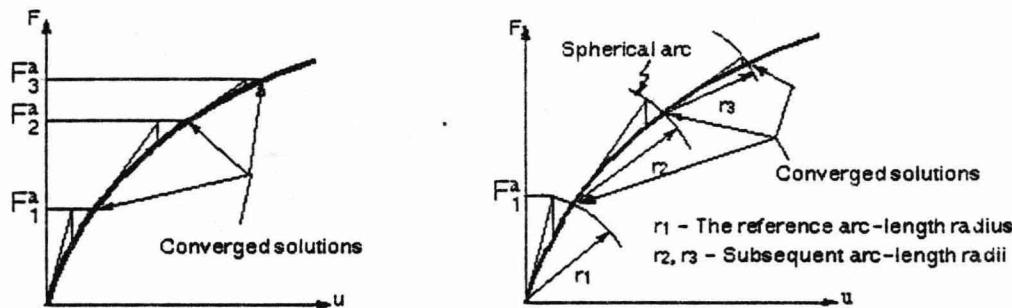


图1—4传统的NR方法与弧长方法的比较

### 非线性求解的组织级别

分线性求解被分成三个操作级别：载荷步、子步、平衡迭代。

- “顶层”级别由在一定“时间”范围内你明确定义的载荷步组成。假定载荷在载荷步内是线性地变化的。
- 在每一个载荷步内，为了逐步加载可以控制程序来执行多次求解（子步或时间步）。
- 在每一个子步内，程序将进行一系列的平衡迭代以获得收敛的解。

图1—5说明了一段用于非线性分析的典型的载荷历史。

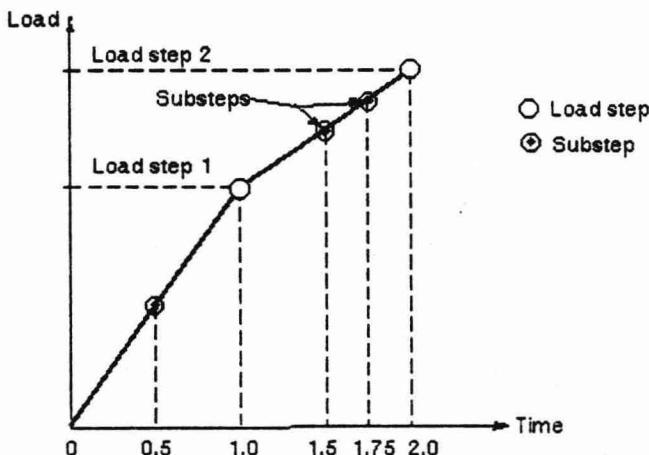


图1—5载荷步、子步、及“时间”

## 收敛容限

当你对平衡迭代确定收敛容限时，你必须能回答这些问题：

- 你想基于载荷，变形，还是联立二者来确定收敛容限？
- 既然径向偏移（以弧度度量）比对应的平移小，你是不是想对这些不同的项目建立不同的收敛准则？

当你确定收敛准则时，ANSYS程序会给你一系列的选择：你可以将收敛检查建立在力，力矩、位移、转动或这些项目的任意组合上。另外，每一个项目可以有不同的收敛容限值。对多自由度问题，你同样也有收敛准则的选择问题。

当你确定你的收敛准则时，记住以力为基础的收敛提供了收敛的绝对量度，而以位移为基础的收敛仅提供了表现收敛的相对量度。因此，你应当总是使用以力为基础（或以力矩为基础的）收敛容限。如果需要可以增加以位移为基础（或以转动为基础的）收敛检查，但是通常不单独使用它们。

图1—6说明了一种单独使用位移收敛检查导致出错情况。在第二次迭代后计算出的位移很小可能被认为是收敛的解，尽管问题仍旧远离真正的解。要防止这样的错误，应当使用力收敛检查。

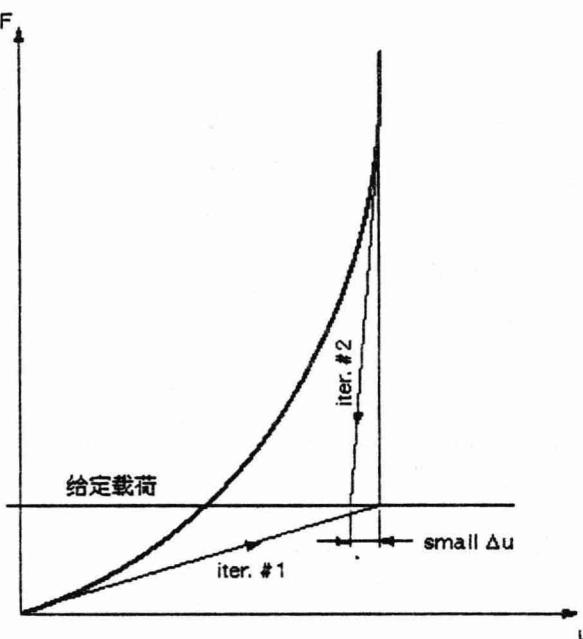


图1—6完全依赖位移收敛检查有时可能产生错误的结果。

### 保守行为与非保守行为：过程依赖性

如果通过外载输入系统的总能量在载荷移去时复原，我们说这个系统是保守的。如果能量被系统消耗（如由于塑性应变或滑动摩擦），我们说系统是非保守的，一个非守恒系统的例子显示在图1—7。

一个保守系统的分析是与过程无关的：通常可以任何顺序和以任何数目的增量加载而不影响最终结果。相反地，一个非保守系统的分析是过程相关的：必须紧紧跟随系统的实际加载历史，以获得精确的结果。如果对于给定的载荷范围，可以有多于一个的解是有效的（如在突然转变分析中）这样的分析也可能是过程相关的。过程相关问题通常要求缓慢加载（也就是，使用许多子步）到最终的载荷值。

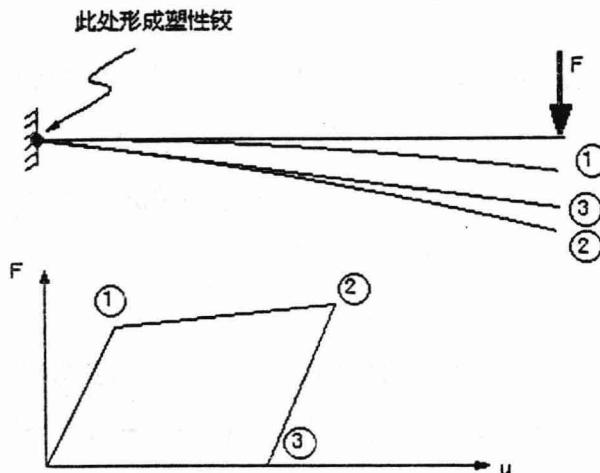


图1—7 非保守（过程相关的）过程

### 子步

当使用多个子步时，你需要考虑精度和代价之间的平衡；更多的子步（也就是，小的时间步）通常导致较好的精度，但以增加的运行时间为代价。ANSYS提供两种方法来控制子步数：

- 子步数或时间步长

我们即可以通过指定实际的子步数也可以通过指定时间步长控制子步数。

- 自动时间步长

ANSYS程序基于结构的特性和系统的响应，来调查时间步长

### 子步数

如果结构在它的整个加载历史期间显示出高度的非线性特点，而且你对结构的行为了解得足够好可以确保得到收敛的解，那么你也许能够自己确定多小的时间步长是必需的，且对所有的载荷步使用这一时间步。（务必允许足够的平衡迭代数）。

### 自动时间步长

如果你预料结构的行为将从线性到非线性变化，也许想要在系统响应的非线性部分期间变化时间步长。在这样一种情况，你可以激活自动时间步长以便随需要调整时间步长，获得精度和代价之间的良好平衡。同样地，如果你不确信你的问题将成功地收敛，你也许想要使用自动时间分步来激活ANSYS程序的二分特

点。

二分法提供了一种对收敛失败自动矫正的方法。无论何时只要平衡迭代收敛失败，二分法将把时间步长分成两半，然后从最后收敛的子步自动重启动，如果已二分的时间步再次收敛失败，二分法将再次分割时间步长然后重启动，持续这一过程直到获得收敛或到达最小时间步长（由你指定）。

### 载荷和位移方向

当结构经历大变形时应该考虑到载荷将发生什么变化。在许多情况中，无论结构如何变形施加在系统中的载荷保持恒定的方向。而在另一些情况下，力将改变方向，随着单元方向的改变而变化。

ANSYS程序对这两种情况都可以建模，依赖于所施加的载荷类型。加速度和集中力将不管单元方向的改变而保持它们最初的方向，表面载荷作用在变形单元表面的法向，且可被用来模拟“跟随”力。图1—8说明了恒力和跟随力。

注意——在大变形分析中不修正结点坐标系方向。因此计算出的位移在最初的方向上输出。

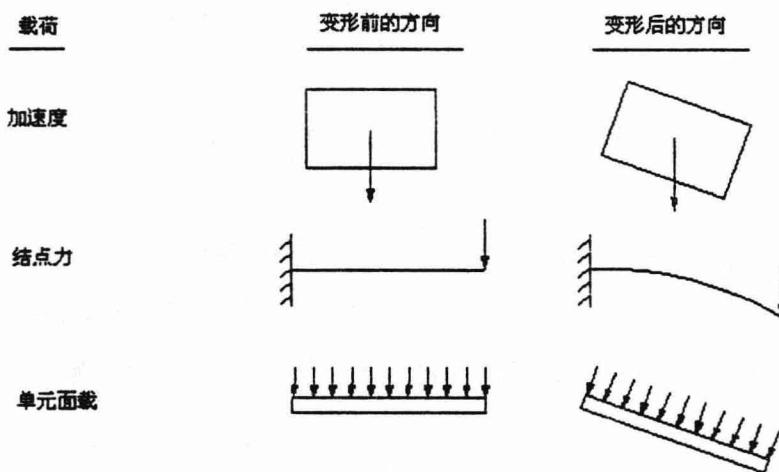


图1—8 变形前后载荷方向

### 非线性瞬态过程的分析

用于分析非线性瞬态行为的过程，与对线性静态行为的处理相似：以载荷增量加载，程序在每一步中进行平衡迭代。静态和瞬态处理的主要不同是在瞬态过程分析中要激活时间积分效应。（因此，在瞬态过程分析中“时间”总是表示实

---

际的时序。) 自动时间分步和二等分特点同样也适用于瞬态过程分析。

## 非线性分析中用到的命令

使用与任何其它类型分析同一系列的命令来建模和进行非线性分析。同样，无论你正在进行何种类型的分析，你可从用户图形界面GUI选择相似的选项来建模和求解问题。

本章后面的部分“非线性实例分析（命令）”，显示了使用批处理方法用ANSYS分析一个非线性分析时的一系列命令。另一部分“非线性实例分析（GUI方法）”，显示了如何从ANSYS的GUI中执行同样的分析。

## 非线性分析步骤综述

尽管非线性分析比线性分析变得更加复杂，但处理基本相同。只是在非线性分析的适当过程中，添加了需要的非线性特性。

非线性静态分析是静态分析的一种特殊形式。如同任何静态分析，处理流程主要由三个主要步骤组成：

- 1、建模。
- 2、加载并求解。
- 3、检查结果。

### 步骤1：建模

这一步对线性和非线性分析都是必需的，尽管非线性分析在这一步中可能包括特殊的单元或非线性材料性质，如果模型中包含大应变效应，应力—应变数据必须依据真实应力和真实（或对数）应变表示。

### 步骤2：加载并求解

在这一步中，定义分析类型和选项，指定载荷步选项，开始有限元求解。既然非线性求解经常要求多个载荷增量，且总是需要平衡迭代，它不同于线性求解。处理过程如下：

- 1、进入ANSYS求解器

命令： /Solu

GUI： Main Menu>Solution

- 2、定义分析类型及分析选项。分析类型和分析选项在第一个载荷步后（也就是，

在你发出你的第一个SOLVL命令之后) 不能被改变。ANSYS提供这些选项用于静态分析。

表1—1 分析类型和分析选项

Option	Command	GUI Path
New Analysis	ANTYPE	Main Menu>Solution>-Analysis Type-New Analysis/Restart
Analysis Type: Static	ANTYPE	Main Menu>Solution>-Analysis Type -New Analysis>Static
Large Deformation Effects	NLGEOM	Main Menu>Solution>Analysis Options
Stress Stiffening Effects	SSTIF	Main Menu>Solution>Analysis Options
Newton-Raphson Option	NROPT	Main Menu>Solution>Analysis Options
Equation Solver	EQSLV	Main Menu>Solution>Analysis Options

这些选项中的每一个都将在下面详细地解释。

#### 选项：新的分析 (ANTYPE)

一般情况下会使用New Analysis(新的分析)。

#### 选项：分析类型：静态 (ANTYPE)

选择Static (静态)。

#### 选项：大变形或大应变选项 (GEOM)

并不是所有的非线性分析都将产生大变形。参看：“用几何非线性”对大变形的进一步讨论。

#### 选项：应力刚化效应 (SSTIF)

如果存在应力刚化效应选择ON。

#### 选项：牛顿—拉普森选项 (NROPT)

仅在非线性分析中使用这个选项。这个选项指定在求解期间每隔多久修改一次刚度矩阵。你可以指定这些值中的一个。

- 程序选择 (NROPT, ANTO)：程序基于你模型中存在的非线性种类选择用这些选项中的一个。在需要时牛顿—拉普森方法将自动激活自适应下降。
- 全 (NROPT, FULL)；程序使用完全的牛顿—拉普森处理方法，在这种处理方法中每进行一次平衡迭代修改刚度矩阵一次。如果自适应下降是关闭的，程序每一次平衡迭代都使用正切刚度矩阵。（我们一般不建议关闭自适应下降，但是你或许发现这样做可能更有效。）如果自适应下降是打开的（缺

省），只要迭代保持稳定（也就是，只要残余项减小，且没有负主对角线出现）程序将仅使用正切刚度阵。一旦在一次迭代中探测到发散倾向，程序就不再进行发散迭代而重新开始应用正切和正割刚度矩阵的加权组合求解。当迭代回到收敛模式时，程序将重新开始使用正切刚度矩阵。对复杂的非线性问题自适应下降通常将提高程序获得收敛的能力。

- 修正的 (NROPT, MODI)：程序使用修正的牛顿—拉普森方法，在这种方法中正切刚度矩阵在每一子步中都被修正。在一个子步的平衡迭代期间矩阵不被改变。这个选项不适用于大变形分析。自适应下降是不可用的。
- 初始刚度 (NROPT, INIT)：程序在每一次平衡迭代中都使用初始刚度矩阵。这一选项比完全选项似乎较不易发散，但它经常要求更多次的迭代来得到收敛。它不适用于大变形分析。自适应下降是不可用的。

### 选项：方程求解器

对于非线性分析，使用前面的求解器（缺省选项）。

- 3、在模型上加载，记住在大变型分析中惯性力和点载荷将保持恒定的方向，但表面力将“跟随”结构而变化。
- 4、指定载荷步选项。这些选项可以在任何载荷步中改变。下列选项对非线性静态分析是可用的：

### 普通选项

普通选项包括下列：

- Time(TIME)

ANSYS程序借助在每一个载荷步末端给定的TIME参数识别出载荷步和子步。使用TIME命令来定义与实际物理量（如先后时间，所施加的压力，等等。）相关的TIME值。程序通过这个选项来指定载荷步的结束时间。

注意——在没有指定TIME值时，程序将依据缺省自动地对每一个载荷步按1.0增加TIME（在第一个载荷步的末端以TIME=1.0开始）。

- 时间步的数目 (NSUBST)
- 时间步长 (DELTIM)

非线性分析要求在每一个载荷步内有多个子步（或时间步；这两个术语是等

效的)从而ANSYS可以逐渐施加所给定的载荷,得到精确的解。NSUBST和DELTIM命令都获得同样的效果(给定载荷步的起始,最小,及最大步长)。NSNBST定义在一个载荷步内将被使用的子步的数目,而DELTIM明确地定义时间步长。如果自动时间步长是关闭的,那么起始子步长用于整个载荷步。缺省时是每个载荷步有一个子步。

- 渐变式或阶跃式的加载

在材料行为与应变率无关的非线性静态分析中通常不需要指定这个选项,因为依据缺省,载荷将为渐变式的。阶跃式的载荷(KBC,1)除了在率一相关材料行为情状下(蠕变或粘塑性),在静态分析中通常没有意义。

- 自动时间分步(AUTOTS)

这一选项允许程序确定子步间载荷增量的大小和决定在求解期间是增加还是减小时间步(子步)长。缺省时是OFF(关闭)。

你可以用AUTOTS命令打开自动时间步长和二分法。通过激活自动时间步长,可以让程序决定在每一个载荷步内使用多少个时间步。

在一个时间步的求解完成后,下一个时间步长的大小基于四种因素预计:

- 在上一时间步中使用的平衡迭代的数目(迭代次数变多成为时间步长减小的原因)
- 对非线性单元状态改变预测(当状态改变临近时减小时间步长)
- 塑性应变增加的大小
- 蠕变增加的大小

### 非线性选项

程序将连续进行平衡迭代直到满足收敛准则(或者直到达到允许的平衡迭代的最大数(NEQIT))。我们可以用缺省的收敛准则,也可以自己定义收敛准则。

- 收敛准则(CNVTOL)

缺省的收敛准则

依据缺省,程序将对不平衡力的SRSS与VALUE·TOLER的值进行比较,来对力(或者力矩)进行收敛检查。VALUE的缺省值是在所加载荷(或所加位移,Newton-Raphson回复力)的SRSS,和MINREF(其缺省为1.0)中,取值较大

---

者。TOLER的缺省值是0.001

一般总是使用力收敛检查。可以添加位移（或者转动）收敛检查。对于位移，程序将收敛检查建立在当前（i）和前面（i-1）次迭代之间的位移改变上。

注意——如果你明确地定义了任何收敛准则（CNVTOL），缺省准则将“失效”。因此，如果你定义了位移收敛检查，将不得不再定义力收敛检查（使用多个CNVTOL命令来定义多个收敛准则）。

### 用户收敛准则

可以定义用户收敛准则，替代缺省的值。

使用严格的收敛准则将提高你的结果的精度，但以更多次的平衡迭代为代价。如果想严格（加放松）准则，应当改变TOLER两个数量级。一般地，你应当继续使用VALUE的缺省值；也就是，通过调整TOLER，而不是VALUL 改变收敛准则。应当确保MINREF=1.0的缺省值在你的分析范围内有意义。

### 在单一和多DOF系统中检查收敛

要在单自由度（DOF）系统中检查收敛，你对这一个DOF计算出不平衡力，然后对照给定的收敛准则（VALUE\*TOLER）参看这个值（同样也可以对的单一DOF的位移（和旋度）收敛进行类似的检查。）然而，在多DOF系统中，你也许想使用不同的比较方法。

ANSYS程序提供三种不同的矢量规范用于收敛核查。

- 无限范数在你模型中的每一个DOF处重复单一DOF检查。
- L1范数将收敛准则同所有DOFs的不平衡力（力矩）的绝对值的总和相对照。
- L2范数使用所有DOFs不平衡力（或力矩）的平方总和的平方根进行收敛检查。

### 实例

对于下面例子，如果不平衡力（在每一个DOF处单独检查）小于或等于 $5000 \cdot 0.0005$ （也就是2.5），且如果位移的改变（以平方和的平方根检查）小于或等于 $10 \cdot 0.001$ （也就是0.01），子步将认为是收敛的。

CNVTOL, F, 5000, 0.005, 0

CNVTOL, U, 10, 0.001, 2

- 平衡迭代的最大次数（NEQIT）