

P

# 基础数学

(上册)



湖南邵阳师专数学科编

# 毛主席语录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

自然科学是人们争取自由的一种武装。人们为着要在社会上得到自由，就要用社会科学来了解社会，改造社会进行社会革命。人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然界里得到自由。

认识从实践始，经过实践得到了理论的认识，还须再回到实践去。认识的能动作用，不但表现于从感性的认识到理性的认识之能动的飞跃，更重要的还须表现于从理性的认识到革命的实践这一个飞跃。

## 第一章 基本图形与实数

### 第一节 基本图形

一、形的概念	( 1 )
二、线段及其度量	( 2 )
三、角及其度量	( 8 )
四、平行线	( 12 )
五、三角形	( 15 )
六、圆	( 21 )
习题一	( 23 )

### 第二节 实数及其运算

一、不可公度线段、无理数	( 26 )
二、有向线段、实数	( 30 )
三、实数的四则运算	( 35 )
四、乘方与开方	( 44 )
习题二	( 57 )

### 第三节 平面上的向量与实数对

一、向量的概念	( 62 )
---------	--------

二、向量的加法和减法	( 63 )
三、数与向量的乘法	( 65 )
四、向量的分解、直角坐标系	( 67 )
五、平面上两点间的距离	( 70 )
习题三	( 72 )

## 第二章 代数式的恒等变换

### 第一节 代数式

一、用字母代数	( 75 )
二、代数式和代数式的值	( 76 )
三、字母的允许值	( 77 )
四、恒等式与恒等变换	( 77 )
五、代数式的分类	( 78 )
习题四	( 79 )

### 第二节 整式

一、整式	( 80 )
二、整式的运算	( 83 )
习题五	( 90 )

### 第三节 多项式的因式分解

一、因式分解的概念	( 92 )
二、因式分解的方法	( 93 )

习题六	(97)
-----	------

#### 第四节 最高公因式与最低公倍式

一、最高公因式	(98)
二、最低公倍式	(102)
习题七	(104)

#### 第五节 分式

一、分式的基本性质	(105)
二、分式的运算	(107)
三、繁分式的化简	(108)
习题八	(110)

#### 第六节 根式

一、最简根式	(111)
二、根式的运算	(114)
三、二重根式的化简	(117)
四、分母有理化	(119)
习题九	(120)

### 第三章 简单几何图形的变换

#### 第一节 全等三角形

一、全等三角形的判定和应用	(123)
---------------	-------

二、角平分线和线段的中垂线的性质·····	(128)
三、证题举例·····	(131)
习题十·····	(134)

## 第二节 反射和轴对称图形

一、反射·····	(136)
二、轴对称图形·····	(140)
三、几种轴对称图形·····	(142)
习题十一·····	(147)

## 第三节 旋转和旋转对称图形

一、旋转·····	(152)
二、旋转对称图形·····	(154)
三、正多边形及等分圆周·····	(156)
四、中心对称图形·····	(161)
五、反射、旋转、平移·····	(163)
六、圆·····	(166)
习题十二·····	(170)

## 第四节 相似变换与相似形

一、线段的比和比例线段·····	(173)
二、相似变换·····	(180)
三、相似形·····	(184)
习题十三·····	(192)

## 第四章 三角函数

### 第一节 变量与函数

一、常量和变量	(195)
二、函数	(196)
习题十四	(201)

### 第二节 锐角三角函数

一、问题的引入	(203)
二、锐角三角函数的定义	(205)
三、三角函数表	(209)
四、解直角三角形应用举例	(211)
习题十五	(214)

### 第三节 任意角的三角函数

一、角的概念的扩充、弧度制	(217)
二、任意角三角函数的概念	(220)
习题十六	(226)

### 第四节 同角三角函数的基本关系

习题十七	(233)
------	-------

### 第五节 任意角三角函数值的求法

一、三角函数的线段表示法	(235)
--------------	-------

二、终边相同的角的三角函数值·····	(237)
三、负角的三角函数值的求法·····	(238)
四、任意角的三角函数值的求法——诱导公式·····	(240)
习题十八·····	(251)

## 第六节 三角恒等式

一、和角差角的三角函数·····	(253)
二、倍角半角的三角函数·····	(257)
三、和差化积及积化和差·····	(262)
习题十九·····	(267)

## 第七节 解任意三角形

一、正弦定理·····	(270)
二、余弦定理·····	(275)
三、解任意三角形·····	(279)
习题二十·····	(288)

# 第五章 二元一次方程和直线

## 第一节 一元一次方程

一、方程的概念·····	(291)
二、一元一次方程的解法·····	(292)
三、可以转化为一元一次方程的分式方程·····	(295)
四、定比分点公式·····	(298)



习题二十一	(302)
-------	-------

## 第二节 直线的方程

一、二元一次方程	(305)
二、直线的方程	(306)
习题二十二	(323)

## 第三节 二元一次方程组

一、二元一次方程组的概念	(326)
二、二元一次方程组的解法	(327)
三、平面上两条直线的位置关系	(334)
四、直线型经验公式	(338)
习题二十三	(343)

## 第四节 直线束

一、三直线共点的条件	(348)
二、三阶行列式的概念	(349)
三、三阶行列式的性质	(350)
四、直线束	(359)
习题二十四	(361)

## 第五节 一次不等式

一、不等式的概念	(364)
二、一元一次不等式	(365)

三、一元一次不等式组.....	(366)
四、二元一次不等式.....	(371)
习题二十五.....	(378)

## 第六节 变 换

一、坐标变换.....	(381)
二、线性变换.....	(388)
习题二十六.....	(391)

# 第一章 基本图形与实数

## 第一节 基本图形

### 一、形的概念

人们在生产实践中，接触到各种各样的物体，每种物体都有一定的形状和大小。考察各种物体的形状、大小和位置关系，就产生了各种图形的概念。正如恩格斯指出的：“和数的概念一样，形的概念也完全是从外部世界得来的，而不是在头脑中由纯粹的思维产生出来的。必须先存在具有一定形状的物体，把这些形状加以比较，然后才能构成形的概念。”

如图1—1，一个是木块，一个是铁块，它们的物理性质截然不同：一个轻，一个重；一个软，一个硬；等等。但是撇开这些物理性质，只看它们的形状和大小，则是一样的。人们在实践中反复多次见到这种形状的物体，就形成了“长方体”的概念。这就是说，抽去物体的物理性质，只考察物体的形状和大小时，就得到了几何体或几何图形。



图 1—1

几何研究的对象就是从现实世界中抽象出来的各种几何图形。

任何一个几何图形都是由面、线、点组成的，面、线、点

叫做几何的基本元素。例如长方体，它的表面就是面，面与面相交的地方就是线，线与线相交的地方就是点(图1—2)。

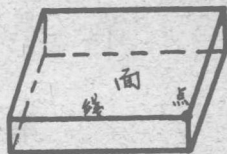


图 1—2

由这些基本元素构成的基本图形有直线、角、平行线、三角形和圆等。

## 二、线段及其度量

如长方体的边沿、书本的边沿，一段拉直的电线等等，都可以看成是线段，线段有两个端点。

把线段向一方无限延长叫做射线，射线只有一个端点，例如探照灯发出的光线就是射线。

把线段向两方无限延长叫做直线，直线是没有端点的。人们通过实践认识到过两点能够作也只能作一条直线，也就是说直线的位置是由它上面任意两点的位置所确定，即两点决定一直线。

对于线段，我们把它的端点用两个大写字母例如  $A$ 、 $B$  表示，并把这条线段记作  $AB$ ，或用一个小写字母  $l$  表示(图1—3)。

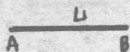


图 1—3



图 1—4

对于射线，如把它的一个端点记作  $A$ ，再在射线上任意取一点  $X$ ，则这条射线可记作  $AX$ (图1—4)。

对于直线，可在其上任意取两点  $M$ 、 $N$ ，记这直线为  $MN$  (图1—5)。



因为线段有两个端点，它是界于两个端点间的部分，所以它有一定的长度。要度量线段的长度，需要选定一种长度单位。我国规定采用公制作为基本计量制度，它的长度计量单位是：

图 1—5

单位名称	微米	忽米	丝米	毫米	厘米	分米	米 (公尺)	公里 (千米)
代 号	u	cmm	dmm	mm	cm	dm	m	km
等 量		10u	10 cmm	10 dmm	10mm	10cm	10dm	1000m

在工厂里，“毫米”也叫“米厘”，“忽米”也叫“丝”或“道”。除了公制外，工厂里还采用英制，它的长度单位是：

单位名称	吩	吋	呎	码
等 量		8吩	12吋	3呎 = 36吋

公制、英制长度单位换算见下表：

公 制→英 制	英 制→公 制
1毫米 = 0.03937吋	1吋 = 25.4毫米
= 0.003231呎	1呎 = 304.8毫米
= 0.001094码	1码 = 91.4402厘米

度量线段时，根据要求的精确度不同，需要采用不同的度量单位。在机械图纸上，所标注的尺寸规定用毫米作单位，图纸上一般只写数字，不写单位，如图1—6。

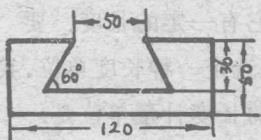


图 1—6

海洋上距离常用浬为单位，1浬 = 1852米。

度量长度的工具，在工地上，农村里测量距离，一般用皮尺、步弓或测绳。在工厂里量零件的长，当精确度要求不高时，一般用卡钳和钢皮尺来量；当精确度要求较高时，可以用游标卡尺、千分尺等来测量。

图1—7是游标卡尺的外形图。

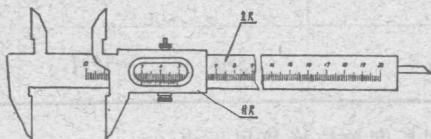


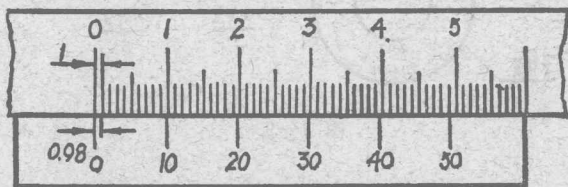
图 1—7

按游标读数值来分，游标卡尺有 0.1，0.05，0.02 毫米三种，其中 0.02mm 的游标卡尺为最精密。

所谓游标读数值为 0.1mm 的游标卡尺，是指用它进行测量时，卡尺的最小读数值可达 0.1mm，即其测量精度为 0.1mm。

我们只介绍 0.02mm 的卡尺的原理和读法：

主尺上每一厘米分成10个小格，每个小格是1毫米，副尺上刻有50格，其总长与主尺上的49小格总长相等，这样副尺上每格的长度就是 $\frac{49}{50} = 0.98mm$ 。因此主尺上1格和副尺上一格数值相差： $1mm - 0.98mm = 0.02mm$ ，所以误差为 $0.02mm$ ，即游标读数值是 $0.02mm$ （图1—8）。



0.02 mm 游标卡尺的刻线原理

图1—8 0.02mm游标卡尺的刻线原理

测量工件时，首先看副尺的0线所对的主尺数值是多少毫米，其次再看副尺上的0线后面的第几根线和主尺的刻线相对齐，副尺每一根线代表 $0.02mm$ ，然后把两个所得读数相加，就是工件的尺寸。

**例1.** 副尺0线所对的主尺前面的毫米数是零，副尺的0线右边第一根线与主尺刻线第一根线对齐，所以读数是 $0.02mm$ 。

**例2.** 副尺0线所对的主尺前面的毫米数是59，副尺的0线右边第十七根线与主尺刻线第一根线对齐，所以读数是 $59mm + 0.34mm = 59.34mm$ 。

如果度量长度的精度要求较高，游标卡尺精度不够，可以用

千分尺，它的精度可达 $0.01mm$ 。千分尺种类可分外径千分尺，深度千分尺，内径千分尺。下面介绍常用的外径千分尺。

图1—9是千分尺的外形图。

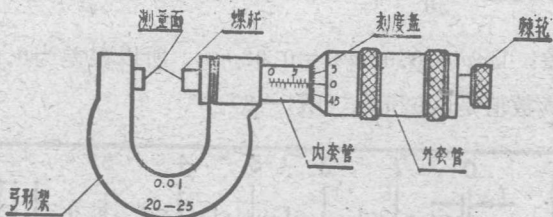


图 1—9

图中内套管为主尺，上面刻有 $\frac{1}{2}mm$ 的分度，主尺上附装着螺丝，螺距为 $\frac{1}{2}mm$ ，外套管具有阴螺纹，套在主尺上，可以转动，螺杆与外套管相连，可随外套管的转动而移动。根据斜面原理可知，外套管每转动一圈，就在主尺上移动一个螺距，即移动 $\frac{1}{2}mm$ 。在刻度盘上刻有等分为50格的分度，因此，当外套管的刻度盘前进一格时，它就在主尺上移动 $0.01mm$ ，所以千分尺能测量到 $0.01mm$ 的微小长度。

使用前先将两个测量面及工件被测量面揩干净，然后转动棘轮，使测量面轻轻接触，检查零线是否对准，测量时将工件放在测量面 $AB$ 之间，旋转外套管，当两个测量面将要接触表面时，转动棘轮，以得到固定的测量压力，当转动棘轮而外套



管不再转动，并听到棘轮发出响声时，即可读数。其读法与游标卡尺的读法相似，先在主尺上读数，看外套管上哪一条线与主尺上基准线对齐，将两读数相加即得工件尺寸。

例 3 . 图1—10读数应为多少？

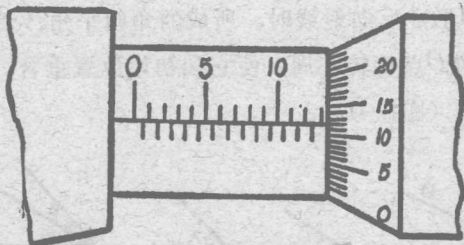


图1—10

解 应为： $13\text{mm} + 0.12\text{mm} = 13.12\text{mm}$ 。

例 4 . 图1—11，读数应为多少？

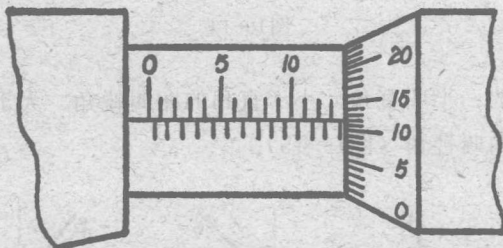


图1—11

解 应为： $13.5\text{mm} + 0.12\text{mm} = 13.62\text{mm}$ 。