



师范学校课本

算 术

SUANSHU

第二分册

人民教育出版社

PDG

师范学校課本

算 术

第二分册

北京市書刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社編輯出版(北京景山东街)

統一書号: K 7012·684-2 字数: 62 千

北京出版社重印(北京东单麻线胡同3号)

北京市書刊出版业营业許可証出字第095号

新华書店发行

北京新华印刷厂印刷

开本: 787×1092 公厘 1/32 印张: 3³/₁₆

1957年第一版

1959年6月第一版第一次印刷

北京: 00,001—1,200 册

定价 0.18 元

37

目 录

第二章 量的度量	1
第三章 数的整除性	34
I 关于数的整除性的基本定理	34
II 数的整除性的特征	41
III 最大公約数和最小公倍数	48
IV 質数理論	66
V 数的分解質因数	71
VI 利用分解質因数求最大公約数 和最小公倍数	75
第四章 分数	80
I 分数的概念和性質	80
II 分数的运算	91

第二章 量的度量

52. 量的概念 我們觀察周圍的事物，常常可以比較它們的長短、粗細、大小、輕重、快慢等等，這些可以比較的对象都是量。

量有不連續量和連續量兩種。例如，一個教室裏課桌的多少、一個學校裏學生的多少，都是不連續量。相反的，如長度、面積、體積、重量、時間、速度，都是連續量。

本章所研究的都是和連續量有關的問題。

53. 量的度量 人類在文化發展的初期，由於實際的需要，除了要進行計數，還要進行各種連續量的度量；例如，度量兩地間的距离、土地的面積、種子的重量、做某一件工作所需要的時間等等。這樣就產生了度量連續量的各種方法。

所謂度量某一個量，就是把这个量和一个作為標準的同類量進行比較。

用來作為度量同類量的標準的量，叫做**度量單位**。

我們所用的度量單位，有的是由國家的法令規定的，有的是由於科學研究的需要而議定的，有的是由習俗相沿而來的。

由於度量的需要，每一種量往往有好幾個大小不同的度量單位；我們把其中的一個作為基本的，叫做**基本單位**，其他的叫做**輔助單位**。有些輔助單位大於基本單位，是基本單位的若干倍，有些輔助單位小於基本單位，是基本單位的若干分

之一。例如，度量长度的基本单位是米，比米大的辅助单位有千米（米的一千倍）等，比米小的辅助单位有厘米（米的一百分之一）等。

同类的度量单位之间，较大的叫做较高的度量单位，较小的叫做较低的度量单位。一个较高的度量单位里含有较低的度量单位的倍数，叫做这两个单位间的进率。例如，千米和米间的进率是1000，米和厘米间的进率是100。

为了使我們对于所度量的量有清晰、明确的观念，我們往往用较大的度量单位来度量较大的量，而用较小的度量单位来度量较小的量。例如，我們用千米来度量两个城市之间的距离，用米来度量屋子的长，用厘米来度量练习本的长。

用一个度量单位来度量某一个量，結果得到这个量含有度量单位的若干倍，这个倍数就叫做这个量对于这个度量单位来说的**量数**。

同一个量，用不同的度量单位来度量，所得的量数也就不同。所用的度量单位缩小（或者扩大）若干倍，所得的量数反而扩大（或者缩小）同样的倍数。例如，一间屋子的长，用米来度量，所得的量数是12，而用厘米来度量，所得的量数就成为1200。

度量过程比计数过程复杂得多，计数过程只是度量过程的一个组成部分。各种量虽然有各自的度量方法，但是一切的度量方法本质上都是先把所要度量的量分成若干个部分，再来计数这些部分。

在度量过程里，如果把所要度量的量直接和度量单位来比较，例如，用尺来直接度量屋子的长，那末这种度量方法叫做直接度量。

但是在大多数情况，我們都不用直接度量。例如，在度量三角形的面积的时候，我們并不用面积的度量单位来进行直接度量，而是用长度的度量单位来度量三角形的底和这底上的高，再根据一个确定的公式来计算出三角形的面积。这样的度量方法叫做間接度量。

54. 公制 人类在文化发展的最初阶段，就已经从他們的生活环境里选取度量单位。例如，我国古代曾經把成年人的一步的长作为一种长度单位（“步”的命名的来源），欧洲古代也曾經把成年人的脚掌的长作为一种长度单位（“英尺”和“脚掌”在英語里是同一个詞）。

这些自然的度量单位，显然是不适当的。一步的长和脚掌的长不能人人相同，也不能經常不变，所以用它們做度量单位，度量的結果不可能一致和确定。

后来虽然有了根据某些标准规定的度量单位，但是在各国各地，甚至在一个地方的各个行業之間，它們都很不一致。又因为各种量的基本单位都是任意选定的，并没有簡明的联系，并且同类量的各个单位間的进率也不一律，使得換算非常复杂，所以不但使用起来很不方便，往往还会引起很多糾紛。

这样就在人类面前提出了如何建立全世界一致的度量单位的问题。现在由于全世界很多国家都采用了非常簡單而且

非常整齐的公制(也叫做米制或者标准制)度量单位,这个问题就已经基本上得到解决了。

公制度量单位是在法国大革命时代开始采用的。这种制度的优点是:(1)各种量的基本单位和长度的基本单位“米”之间都有一定的简明的联系;(2)同类量相邻单位间的进率都相等,并且这个进率等于十进位记数制的底数 10 或者 10 的幂(例如对于长度来说是 10,对于面积来说是 100,对于体积来说是 1000),使得换算非常简便。

长度的基本单位是米(公尺)。1889 年在第一次国际度量衡全体会议上,规定了以现在保存在法国赛弗尔城的、用 90% 铂和 10% 铱的合金制成的米原器做为标准器。比米大的辅助单位有十米、百米、千米(公里),比米小的辅助单位有分米、厘米、毫米,相邻单位间的进率都是 10。

公制长度单位表

名 称	千米 (公里)	百米	十米	米 (公尺)	分米	厘米	毫米
拉丁文符号	Km	Hm	Dm	m	dm	cm	mm
包含的米数	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

面积的基本单位是平方米(平方公尺)。1 平方米就是边长为 1 米的正方形的面积。比平方米大的辅助单位有平方十米、平方百米、平方千米(平方公里),比平方米小的辅助单位

有平方分米、平方厘米、平方毫米。因为1平方千米是边长为1000米的正方形的面积,1平方米是边长为1米的正方形的面积,两个正方形边长的比是1000,所以面积的比就是 $1000^2=1000000$,因此1平方千米=1000000平方米;同样,相邻两个面积单位间的进率都是100。我们还可以知道,任何两个面积单位间的进率都等于对应的长度单位间的进率的平方;例如,1平方千米等于 1000^2 平方米,就是1000000平方米,1平方米等于 100^2 平方厘米,就是10000平方厘米。

度量土地的面积用公亩、公顷做单位。1公亩就是1平方百米,等于100平方米;1公顷就是1平方千米,等于100公亩,也就是等于10000平方米。

公制面积、地积单位表

名 称	平方 千米	平方百米 公顷	平方百米 公亩	平方米	平方 分米	平方 厘米	平方 毫米
拉丁文 符号	Km ²	Hm ² Ha	Dm ² a	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
包含的平 方米数	1000000	10000	100	1	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{1000000}$

体积的基本单位是立方米(立方公尺)。1立方米就是每条棱长是1米的正方体的体积。辅助单位是立方千米(不常用)、立方百米(不常用)、立方千米(立方公里),以及立方分米、立方厘米、立方毫米。相邻两个体积单位间的进率都是1000。任何两个体积单位间的进率都等于对应的长度单位间的进率的立方;例如,1立方米等于 1000^3 立方厘米,就是

1000000 立方厘米。

度量盛放粒体或者流体的容器的容积，用升做单位。1 升就是 1 立方分米。比升大的单位有十升、百升、千升，比升小的单位有分升、厘升、毫升，相邻单位间的进率都是 10。

公制体积、容积单位表

名称	立方千米	立方百米	立方 十米	立方 米 千升	立方 分米 升	立方厘米 毫升	立方毫米
拉丁文 符号	Km ³	Hm ³	Dm ³	m ³ Kl	dm ³ l	cm ³ (c.c.) ml	mm ³
包含的 立方米 数	1000000000	1000000	1000	1	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{1000000}$	$\frac{1}{1000000000}$

重量的基本单位是克。* 比克大的辅助单位有十克、百克、千克(公斤)，比克小的辅助单位有分克、厘克、毫克，相邻单位间的进率都是 10。1000 千克就是 1 吨。和米原器在一起，保存着一个用铂和铱的合金制成的圆柱，做为千克的标准器。在摄氏 4° 和标准压强(760 毫米水银柱高)下，体积是 1 立方分米的纯水的重量非常接近于 1 千克，在实际应用上可以认为它们是相等的。

公制重量单位表

名 称	千 克 (公斤)	百克	十克	克	分克	厘克	毫克
拉丁文符号	Kg	Hg	Dg	g	dg	cg	mg
包含的克数	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

55. 時間的度量 時間的基本單位有日(或者天)和年。

1 日也就是 1 晝夜,就是地球自轉一周所需要的時間(約數)。1 日分成 24 小時,1 小時分成 60 分,1 分分成 60 秒。

半夜是一日的開始,一日的時數可以從 1 數到 12(上午),再從 1 數到 12(下午),也可以從 1 數到 24。現在在運輸、郵電以及無線電廣播等部門,為了避免誤會和不必要的解釋,都採用從 1 數到 24 的方法。例如,上午 11 時就說 11 時,下午 11 時就說成 23 時。

1 年是地球公轉一周所需要的時間(約數)。通常 1 年有 365 日,這樣的年叫做平年;通常連續了 3 個平年之後的一年有 366 日,這樣的年叫做閏年。

閏年比平年多出 1 日的原因是这样:地球公轉一周所需要的時間實際不是 365 日,而是 365 日 6 小時(更精確一些,是 365 日 5 小時 48 分 46 秒)。因此,平年比地球公轉一周實際所需要的時間大約短少 6 小時。這樣,每 4 個平年就大約要短少 24 小時,所以在每 4 年里的第 4 年添上 1 日(這年的二月有 29 日)。因此,公元年數能被 4 整除的那一年,一般的都是閏年。例如,1936 年、1960 年都是閏年。但是這樣一添,又比實際的多了一些(每 4 年多 44 分 56 秒,每 400 年約多 3 日),因此公元年數能被 100 整除而不能被 400 整除的不是閏年,能被 400 整除的才是閏年,例如 1700 年、1800 年和 1900

* 在物理學上,重量的基本單位叫做“克重”。習慣上,質量的單位“克”和重量的單位“克重”往往都叫做“克”。

年不是閏年，而 1600 年和 2000 年是閏年。

1 年分成 12 个月。每个月所包含的日数不都是一样的。各月份的日数分别是：一月(31 日)，二月(平年 28 日，閏年 29 日)，三月(31 日)，四月(30 日)，五月(31 日)，六月(30 日)，七月(31 日)，八月(31 日)，九月(30 日)，十月(31 日)，十一月(30 日)，十二月(31 日)。

这种历法是世界各国通用的。我国也采用了这种历法，就是平常所說的陽历(或者公历)。但是我国的广大农民还习惯于使用旧历法，就是平常所說的陰历(或者农历)，所以現在我們的日历上大多数都还列着陰历的月日。陰历是拿月球繞着地球公轉一周的时间(約数)作为一个月的。1 个月的日数有 30 日的(大月)，有 29 日的(小月)。12 个月作为一年，通常包含 7 个大月和 5 个小月，就是有 355 日，比地球公轉一周的时间就差 10 日多，所以大約每 3 年有一个閏年，这一年就有 13 个月。

56. 合并的度量单位 在实际生活中，还常常使用合并的度量单位。例如，速度的单位有“公里/小时”，1 公里/小时就是每小时移动 1 公里的这样一个速度；又如，功的单位有“公斤米”，1 公斤米就是把 1 公斤举高 1 米所作的功。

57. 名数 用量数和度量单位的名称所表示的数叫做名数。例如 400 克、3 米 28 厘米都是名数。

只含有一个度量单位名称的名数，例如 400 克，叫做单名数；含有两个或者两个以上同类度量单位名称的名数，例如

3 米 28 厘米，叫做复名数。在所度量的量不恰好是某一个度量单位的整数倍，而需要用较小的度量单位来度量它的剩余部分的时候，度量的结果就得到复名数。

如果两个名数所表示的是同一个量，我们就说这两个名数相等。例如，3 米 28 厘米和 328 厘米表示同一个长度，所以它们相等。

58. 名数的化法和聚法

把含有较高的度量单位名称的单名数或者复名数用含有較低的度量单位名称的单名数来表示叫做化法；相反的，把含有較低的度量单位名称的单名数用含有較高的度量单位名称的单名数或者复名数来表示叫做聚法。

(1) 名数的化法

例 1 把 2 千米化做厘米。

解 因为 1 千米 = 1000 米，1 米 = 100 厘米，所以

$$\begin{aligned} 2 \text{ 千米} &= 1000 \text{ 米} \times 2 = 2000 \text{ 米} \\ &= 100 \text{ 厘米} \times 2000 = 200000 \text{ 厘米。} \end{aligned}$$

还可以这样做，因为同一个量如果改用縮小若干倍的度量单位来量，那末所得的量数就扩大同样的倍数，所以

$$\begin{aligned} 2 \text{ 千米} &= (2 \times 1000) \text{ 米} = 2000 \text{ 米} \\ &= (2000 \times 100) \text{ 厘米} = 200000 \text{ 厘米。} \end{aligned}$$

例 2 把 3 公頃 56 公亩 80 平方米化做平方米。

解 3 公頃 56 公亩 80 平方米
 $= 3 \text{ 公頃} + 56 \text{ 公亩} + 80 \text{ 平方米}$

$$\begin{aligned}
 &= 30000 \text{ 平方米} + 5600 \text{ 平方米} + 80 \text{ 平方米} \\
 &= 35680 \text{ 平方米}。
 \end{aligned}$$

例3 把 29 日 12 小时 44 分 3 秒化做秒。

解 先把 29 日化做小时,把12小时加上,一起化做分,再把 44 分加上,一起化做秒,最后把 3 秒加上。

实际的演算可以像下面这样做:

$$\begin{array}{r}
 29 \\
 \times 24 \\
 \hline
 116 \\
 58 \\
 \hline
 696 \quad (29 \text{ 日的小时数}) \\
 + 12 \\
 \hline
 708 \quad (29 \text{ 日 12 小时的小时数}) \\
 \times 60 \\
 \hline
 42480 \quad (29 \text{ 日 12 小时的分}) \\
 + 44 \\
 \hline
 42524 \quad (29 \text{ 日 12 小时 44 分的分}) \\
 \times 60 \\
 \hline
 2551440 \quad (29 \text{ 日 12 小时 44 分的秒数}) \\
 + 3 \\
 \hline
 2551443 \quad (29 \text{ 日 12 小时 44 分 3 秒的秒数})
 \end{array}$$

$$\therefore 29 \text{ 日 12 小时 44 分 3 秒} = 2551443 \text{ 秒}。$$

从上面的例子,可以得到名数的化法如下:把較高的度量单位的量数乘以对应的进率,化做下一个較低的度量单位的量数,如果原来还有这一个度量单位的量数,就把它加上,再把所得的结果化做下一个較低的度量单位的量数,一直化到所需要的度量单位为止。对于公制的名数来说,所有的运算都很容易用口算来进行。

(2) 名数的聚法

例4 把45000千克聚成吨。

解 因为同一个量如果改用扩大若干倍的度量单位来量,那末所得的量数就缩小同样的倍数,所以

$$45000 \text{ 千克} = (45000 \div 1000) \text{ 吨} = 45 \text{ 吨}.$$

例5 把22400立方厘米聚成复名数。

$$\begin{aligned} \text{解 } 22400 \text{ 立方厘米} &= 22000 \text{ 立方厘米} + 400 \text{ 立方厘米} \\ &= 22 \text{ 立方分米} + 400 \text{ 立方厘米} \\ &= 22 \text{ 立方分米 } 400 \text{ 立方厘米}. \end{aligned}$$

例6 把2551443秒聚成复名数。

解 首先把2551443秒聚成分。因为1分等于60秒,所以要把2551443除以60,所得的商(或者不完全的商)就是分的量数,余数仍旧是秒的量数。如果所得的商大于60,那末还可以把这些分聚成小时,等等。

实际的演算可以像下面这样做:

2551443	60		
240	42524	60	
151	420	708	24
120	524	48	29(日)
314	480	228	
300	44(分)	216	
144		12(小时)	
120			
243			
240			
3(秒)			

$$\therefore 2551443 \text{ 秒} = 29 \text{ 日 } 12 \text{ 小时 } 44 \text{ 分 } 3 \text{ 秒}.$$

从上面的例子,可以得到名数的聚法如下:把較低的度量单位的量数除以对应的进率,所得的商(或者不完全的商)就是較高的度量单位的量数,余数仍旧是原来的度量单位的量数。用同样的方法把所得的含有較高的度量单位的名数再进行聚法,直到不能再聚成更高的度量单位为止。对于公制的名数来说,所有的运算也很容易用口算来进行。

名数的化法和聚法互为逆运算。因此,我們可以用聚法来驗算化法的结果,相反的,也可以用化法来驗算聚法的结果。例如,上面的例6可以作为例3的驗算,相反的,例3也可以作为例6的驗算。

59. 名数的四則运算

(1) 名数的加法

例1 計算:3小时48分15秒+8小时24分50秒。

解

$$\begin{array}{r}
 \text{小时} \quad \text{分} \quad \text{秒} \\
 3 \quad 48 \quad 15 \\
 + \quad 8 \quad 24 \quad 50 \\
 \hline
 12 \quad 13 \quad 5
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 3 \text{ 小时 } 48 \text{ 分 } 15 \text{ 秒} + 8 \text{ 小时 } 24 \text{ 分 } 50 \text{ 秒} \\
 = 12 \text{ 小时 } 13 \text{ 分 } 5 \text{ 秒}。
 \end{aligned}$$

从最低的度量单位加起,15秒+50秒=65秒。把65秒聚成1分5秒;把5秒写在秒的直行下面,把1分加到分上去;48分+24分+1分=73分。把73分聚成1小时13分;把13分写在分的直行下面,把1小时加到小时上去;

$$3 \text{ 小时} + 8 \text{ 小时} + 1 \text{ 小时} = 12 \text{ 小时}.$$

从上面的例子可以看出：复名数相加，先把它們逐一写下，使相同度量单位的量数在同一直行，然后从最低的度量单位开始，把相同度量单位的量数分别相加，如果所得的和能够聚成較高的度量单位，那末就把聚成的量数加到对应单位的量数上去，而把余数写在原来的度量单位名称下面。

复名数的加法也可以先利用化法把加数化成单名数，然后再加。对于公制的复名数相加来说，这种方法较为简便。

例2 计算：5 立方米 69 立方分米 + 3 立方米 2 立方分米。

$$\begin{aligned} \text{解 } & 5 \text{ 立方米 } 69 \text{ 立方分米} + 3 \text{ 立方米 } 2 \text{ 立方分米} \\ & = 5069 \text{ 立方分米} + 3002 \text{ 立方分米} \\ & = 8071 \text{ 立方分米} = 8 \text{ 立方米 } 71 \text{ 立方分米}. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 5069 \\ + 3002 \\ \hline 8071 \end{array}$$

(2) 名数的减法

例3 计算：12 小时 13 分 5 秒 - 8 小时 24 分 50 秒。

解

	小时	分	秒
	12	13	5
—	8	24	50
	3	48	15

$$\therefore 12 \text{ 小时 } 13 \text{ 分 } 5 \text{ 秒 } - 8 \text{ 小时 } 24 \text{ 分 } 50 \text{ 秒}$$

$$= 3 \text{ 小时 } 48 \text{ 分 } 15 \text{ 秒}.$$

从上面的例子可以看出：复名数相减，先把减数写在被减数下面，使相同度量单位的量数在同一直行，然后从最低的度量单位开始，把相同度量单位的量数分别相减。如果对于某一个度量单位，被减数的量数小于减数的量数，那末就由被减数较高的度量单位的量数里借来1，把它化成这一个度量单位的量数，加到被减数里原来有的这个度量单位的量数上去，再相减。

复名数的减法也可以先把复名数化成单名数，然后再减。对于公制的复名数相减来说，这种方法较为简便。

例 4 计算：17 平方分米 32 平方厘米 - 8 平方分米 59 平方厘米。

$$\begin{aligned} \text{解 } 17 \text{ 平方分米 } 32 \text{ 平方厘米 } - 8 \text{ 平方分米 } 59 \text{ 平方厘米} \\ &= 1732 \text{ 平方厘米 } - 859 \text{ 平方厘米} \\ &= 873 \text{ 平方厘米} \\ &= 8 \text{ 平方分米 } 73 \text{ 平方厘米}。 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1732 \\ - 859 \\ \hline 873 \end{array}$$

(3) 名数乘以不名数的乘法

例 5 计算：8 小时 9 分 46 秒 $\times 15$ 。