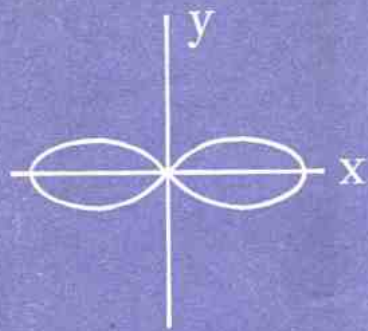
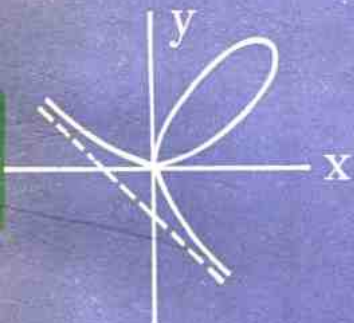
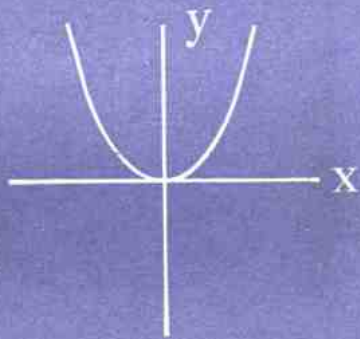
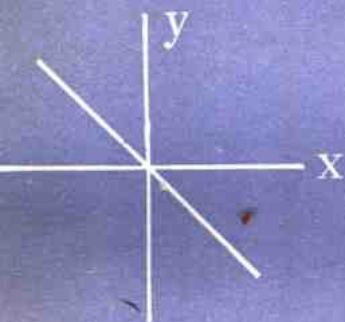


中学数学自学辅导教材

代 数

第四册(二)练习本

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编



地质出版社

第一章 常用对数

练习一

1. 填空（正整指数幂的运算法则）：

$$(1) a^m \cdot a^n =$$

$$(2) a^m \div a^n = \quad (a \neq 0, m > n);$$

$$(3) (a^m)^n =$$

$$(4) (ab)^n =$$

$$(5) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \quad (b \neq 0).$$

2. 填空：

$$(1) a^0 = \quad (a \neq 0);$$

$$(2) a^{-p} = \quad (a \neq 0, p \text{ 是正整数}).$$

3. 填空：

$$(1) (\sqrt[n]{a})^n =$$

$$(2) \text{当 } n \text{ 为奇数时, } \sqrt[n]{a^n} =$$

$$(3) \text{当 } n \text{ 为偶数时, } \sqrt[n]{a^n} =$$

$$(4) \sqrt[n]{a^{mp}} = \quad (a > 0)$$

4. 填空：

$$(1) a^{\frac{m}{n}} = \quad (a > 0, m, n \text{ 都是正整数, } n > 1).$$

$$(2) a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} \quad (a > 0, m, n \text{ 都是正整数}, n > 1).$$

5. 用符号“log”表示下列对数：

(1) 以2为底6的对数；

(2) 以 $\frac{1}{4}$ 为底5的对数；

(3) 以3为底10的对数；

(4) 以0.7为底6的对数。

练 习 二

1. 填空：

(1) 如果 $a^b = N$ (a _____ 且 a _____) 我们称 b 是 _____ 的对数，记作 _____ (其中 a _____, 且 a _____, N _____)。

(2) 式 $\log_a N = b$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$, $N > 0$) 中 a 叫 _____, N 叫 _____, b 叫 _____。

2. 判断正误，对的画√，错的画×：

(1) $\log_2(-5)$; ()

(2) $\log_{-2}5$; ()

(3) $\log_2 0$; ()

(4) $\log_1 5$; ()

(5) $\log_0 25$; ()

(6) $\log_{10} 100$; ()

3. 回答下列问题:

(1) 真数是什么数时没有对数?

(2) 底是什么数时对数没有意义?

4. 填空:

(1) 当 _____ 时, 对数式 $\log_2(x-3)$ 有意义.

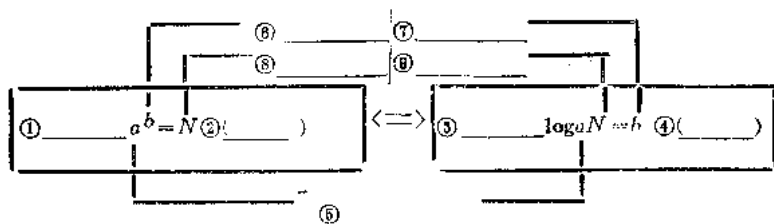
(2) 当 _____ 时, 对数式 $\log_3(2y+1)$ 有意义.

(3) 当 _____ 时, 对数式 $\log_3 x^2$ 有意义.

(4) 当 _____ 时, 对数式 $\log_{1-2x} 6$ 有意义.

(5) 当 _____ 时, 对数式 $\log_{|x|} |5|$ 有意义.

5. 把下图中横线处填写上名称或条件:



6. 把下列指数式改写成对数式, 并指出底数、真数、对数各是什么?

(1) $2^5 = 32$;

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$;

(3) $125^{\frac{1}{3}} = 5$;

$$(4) 36^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}.$$

7. 填空:

- (1) 已知 $x = 5^3$, 其中5是_____, 3是_____, x 是_____, 用_____运算求出 $x =$ _____;
- (2) 已知 $x = (-2)^{-3}$, 其中_____是底数, _____是指数, x 是_____, 用_____运算求出 $x =$ _____;
- (3) 在指数式中, 已知底数和指数求幂数用_____运算;
- (4) 已知 $x^3 = 27$, 求底数 x , 用_____运算, 这种运算是_____的逆运算, 求出的 $x =$ _____ = _____, 结果叫做_____;
- (5) 已知 $x^2 = 4$, 求底数 x 用开方运算, 这种运算是_____的逆运算, 求出的 $x =$ _____ = _____, 结果_____叫做_____;
- (6) 已知 $2^x = 32$, 求_____ x , 用_____, 这种运算是_____的逆运算, 求出的 $x =$ _____, 结果_____读作_____;
- (7) 已知 $10^x = 0.0001$, 求_____ x , 用_____, 这种运算是_____的逆运算, 求出的 $x =$ _____, 结果_____读作_____;
- (8) 已知 $6^x = 43$, 求_____ x , 用_____, 这种运算是_____的逆运算, 求出的 $x =$ _____, 结果_____读作_____.

练习三

1. 把下列指数式化为对数式:

$$(1) 4^3 = 64 =$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{81} =$$

$$(3) 7^x = \frac{1}{\sqrt{7}} =$$

2. 用对数形式把下式中的 x 表示出来:

$$(1) 2^x = \frac{1}{16}$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$$

$$(3) \left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{256}$$

$$(4) 5^x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

3. 用比较指数法求出下列各式中的 x :

$$(1) 2^x = \frac{1}{16}$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$$

$$(3) \left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{256}$$

$$(4) 5^x = \sqrt{\frac{1}{5}}$$

4. 把下列对数式写成指数式，并求出 x 的值：

$$(1) \log_2 16 = x$$

$$(2) \log_{\sqrt{3}} 27 = x$$

$$(3) \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2^2} = x$$

$$(4) \log_{\sqrt{4}} x = \frac{1}{2}$$

$$(5) \log_x 64 = 6$$

5. 求下列各式的值：

$$(1) \log_2 \frac{1}{4}$$

(2) $\log_n n$

(3) $\log_0 1$

(4) $\log_3 27^{-1}$

(5) $\log_{10} 0.0001$

练习四

1. 填空:

(1) 10的 n 次幂就等于1后面带 n 个0的_____位数。

(2) 10的幂指数比整数的位数_____。

2. 利用科学记数法来表示下列各数:

(1) 100000000; (2) 8000000000;

(3) 24000000000; (4) -1080000000.

解:

3. 用科学记数法来表示下列各数:

(1) 0.008698; (2) 0.0002076;

(3) 0.75904, (4) 0.00002135.

4. 什么叫做对数的恒等式?

5. 写出对数的四个基本恒等式:

(1)

(2)

(3)

(4)

6. 用语言叙述下列性质:

(1) $\log_a a = 1$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$).

(2) $\log_a 1 = 0$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$).

练习五

1. 判断对错, 对的画 \checkmark , 错的画 \times :

(1) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$ ();

(2) $\log_{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2}$ ();

(3) $\log_1 1 = 1$ ();

(4) $\log_1 1 = 0$ ();

(5) $\log_{0.7} 1 = 1$ ();

(6) $\log_{-5} 1 = 0$ ();

(7) $\log_x x^2 + 2(x^2 + 2) = x^2 + 2$ () ;

(8) $\log_{-3} 1 = 0$ () .

2. 根据 $a^{\log_a N} = N$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1, N > 0$) 求下列各式的值:

(1) $5^{\log_5 \frac{1}{2}}$ (2) $\pi^{\log_\pi 3}$

(3) $5^{\log_5 40}$ (4) $4^{\frac{1}{2} \log_4 64}$

(5) $27^{-\log_3 2}$ (6) $10^{1 - \log_{10} 0.001}$

3. 根据 $\log_a a^b = b$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 求下列各式的值:

(1) $\log_{10} 100$

(2) $\log_{10} 0.0001$

(3) $\log_{10} \frac{1}{100000}$

(4) $\log_{10} \frac{1}{0.001}$

(5) $\log_2 \frac{1}{8}$

(6) $\log_{\frac{1}{2}} 32$

(7) $\log_{27} 3$

4. 计算下列各式:

$$(1) \frac{1}{2} \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} - 5^{\log_{\sqrt{2}} 2} + \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} - \frac{8}{27} \log_{|-5|} 1.$$

$$(2) 10^{\log_{10}(\log_{10} \sqrt{100})}$$

$$(3) 5^{\log_5(\log_3 3^4)}$$

练习六

1. 判断对错, 对的画√, 错的画×, 若错了, 将错误的地方用横线划出来.

$$(1) \log_3(2+3) = \log_3 2 + \log_3 3 = \log_3 2 + 1; \quad ()$$

$$(2) \log_3(2 \times 3) = \log_3 2 + \log_3 3 = \log_3 2 + 1; \quad ()$$

$$(3) \log_3(2-3) = \log_3 2 - \log_3 3 = \log_3 2 - 1; \quad ()$$

$$(4) \log_3[(-2) \times (-3)] = \log_3(-2) + \log_3(-3) \\ = -\log_3 2 - \log_3 3 \\ = -\log_3 2 - 1; \quad ()$$

$$(5) \log_3 \frac{2}{3} = \frac{\log_3 2}{\log_3 3} = \log_3 2; \quad ()$$

$$(6) \log_3 \frac{2}{3} = \log_3 2 - \log_3 3 = \log_3 2 - 1; \quad (\quad)$$

$$(7) \frac{\log_3 2}{\log_3 3} = \log_3 2 - \log_3 3 = \log_3 2 - 1. \quad (\quad)$$

2. 以10为底取下列各式的对数，并利用积、商的对数运算法则把对数展开（其中 a, b, c 均表示正数）。

$$(1) N = abc$$

$$(2) N = \frac{ab}{c}$$

$$(3) N = \frac{a}{bc}$$

3. 用 $a = \log_{10} 2$ 、 $b = \log_{10} 3$ 表示 $\log_{10} 4$ 、 $\log_{10} 5$ 、 $\log_{10} 6$ 、 $\log_{10} 12$ 、 $\log_{10} 15$ 。

4. 用 $c = \log_{10} 5$ 表示 $\log_{10} 2$ 、 $\log_{10} 20$ 。

5. 求下列各式中的 x ：

$$(1) \log_{10} x = \log_{10} m + \log_{10} n.$$

$$(2) \log_2 x = \log_2 a - \log_2 b.$$

练 习 七

1. 计算下列对数:

$$(1) \log_{10} \frac{1}{100}$$

$$(2) \log_3 3\sqrt{3}$$

$$(3) \log_2 2 + \log_2 \frac{1}{2}$$

$$(4) \log_3 18 - \log_3 2$$

$$(5) \log_{10} \frac{1}{4} - \log_{10} 25$$

$$(6) 2\log_5 10 + \log_5 0.25$$

2. 以10为底取下列各式的对数, 并利用积、商、幂、方根的对数运算把对数展开(其中 a, b, c 均表示正数).

$$(1) x = \frac{\sqrt{\frac{a}{b^2c}}}{b^2c}$$

$$(2) x = a^4 \sqrt{\frac{c^3}{b^2}}$$

$$(3) x = ab^{\frac{1}{2}}c^{-\frac{3}{2}}$$

$$(4) x = \frac{ab}{a^2 - b^2}$$

$$(5) x = \frac{b(a+b)}{a-b}$$

$$(6) x = \left[\frac{b}{a(a-b)} \right]^3$$

3. 求下列各式中的 x :

$$(1) \log_{\frac{1}{2}} x = 2 \log_{\frac{1}{2}} a + 3 \log_{\frac{1}{2}} b - 7 \log_{\frac{1}{2}} c$$

$$(2) \log_{0.5} x = \frac{2 \log_{0.5} a}{3} - \frac{3 \log_{0.5} b}{2}$$

4. 求证: $\log_a (b + \sqrt{b^2 - 1}) + \log_a (b - \sqrt{b^2 - 1}) = 0$.

习 题 一

1. 把下列指数式写成对数式:

$$(1) 9^{\frac{1}{2}} = 3;$$

$$(2) 4^5 = 1024.$$

2. 把下列对数式写成指数式:

$$(1) \log_{\frac{1}{5}} 5 = -1;$$

$$(2) \log_{0.04} 0.04 = 1.$$

3. 求下列各式的值:

$$(1) \log_3 2 = ?$$

$$(2) \log_3 \frac{1}{27} = ?$$

4. 判断对错, 对的画 \checkmark , 错的画 \times :

(1) 负数和零都有对数; ()

(2) 负数和零都没有对数; ()

(3) 1的对数等于1; ()

(4) 1的对数等于0; ()

(5) 底数的对数等于1; ()

(6) 底数的对数等于底数. ()

5. 填空:

(1) 对数的恒等式_____;

(2) 对数的运算法则:

$$\textcircled{1} \log_a MN = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{2} \log_a \frac{M}{N} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{3} \log_a M^n = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{4} \log_a \sqrt[n]{M} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. 计算: (1) $\log_{10} \sqrt[4]{100}$;

$$(2) \log_2 (8^6 \cdot 16^7).$$

7. 计算: (1) $\log_a \sqrt[3]{Z(x^2 - y^2)}$;

(2) $\log_5 \sqrt[3]{125}$.

8. 已知 $\log_{10} y = 3 \log_{10}(a-b) + \frac{1}{2} \log_{10} c - \frac{2}{5} \log_{10}(a+b)$, 求 y .

9. 已知 $x = \frac{(-3)^6 \sqrt[3]{-2}}{(-4)^2}$, 求 $\log_2 x$.

10. 判断对错, 对的画 \checkmark , 错的画 \times :

(1) $\log_2(8-2) = \log_2 8 - \log_2 2$; ()

(2) $\log_{10}(4-2) = \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 2}$; ()

(3) $\frac{\log_2 4}{\log_2 8} = \log_2 4 - \log_2 8$; ()

(4) $\log_2 \frac{4}{8} = \log_2 4 - \log_2 8$. ()

11. 已知 $\log_a x = 5 \log_a y + \frac{2}{3} \log_a Z - \frac{1}{3} \log_a m$, 求 x .

(对完答案做测验一)

练习八

1. 什么叫做常用对数? 用什么记号表示常用对数?

2. 填空:

(1) 以10为底 10^n (其中 n 表示整数)的对数记作_____

(2) 以10为底的对数, 真数是10的整数幂时, 真数较大时, 对数_____.

(3) 10的整数 n 次幂的对数就是_____.

(4) 当真数是10的整数幂, 真数_____, 它的对数也_____.

3. 直接写出下列各对数的结果:

(1) $\lg 10 =$ _____; (2) $\lg 1 =$ _____;

(3) $\lg 100000 =$ _____; (4) $\lg 0.0000001 =$ _____.

4. 求下列各式中的 x ;

(1) $10^x = 0.00001$

(2) $\lg 100 = x$