

特种楼梯——螺旋楼梯、悬挑楼梯、悬挑踏步楼梯 结构设计计算资料汇编

北京土建情报站

1984.5. *W*

1984年4月9日至12日，北京土建情报站举办“特种楼梯——螺旋楼梯、悬挑楼梯、悬挑踏步楼梯结构设计计算的中外资料展览”。展览会受到土建设计技术人员的热烈欢迎，根据多数参观者的意见和要求，我们决定选印这本资料汇编，供内部参考。

5月初，北京土建情报站综合组邀请了航空部四院，兵器部五院、电子部十院，北京钢铁设计总院，北京有色冶金设计院以及建研院结构所一些技术人员，共同从展出的资料中选出13篇资料组成本汇编。挑选的重点放在：简化计算、实用设计、工程实例、图表以及为初次设计者提供的带有计算步骤和例题的资料以便实际使用。需要说明的是，有些资料因篇幅较长，另有些资料因已经铅印大量印出，这些都没有收入本汇编中；此外，还有一些内容较好的外文资料，因这次编印时间紧迫，也未及翻译编入。

为了使施工单位能掌握钢筋混凝土螺旋楼梯模板的放样计算，我们又补充编入原载于上海“建筑施工”1984年第4期中的一篇文章，供施工单位参考。

北京土建情报站

1984年5月

1. 钢筋混凝土螺旋形楼梯结构设计与计算	1-1
2. 梯端为简支及嵌固的对称螺旋梯计算	2-1
3. 螺旋楼梯的计算方法	3-1
4. 圆弧楼梯的设计与计算	4-1
5. 两端简支螺旋式楼梯内力系数表	5-1
6. 固端螺旋梯设计图表	6-1
7. 折板式踏步的独立式楼梯	7-1
8. 悬臂楼梯实例	8-1
9. 独立式楼梯设计	9-1
10. 三梯段自由独立楼梯(三跑悬挑楼梯)的分析	10-1
11. 三梯段悬挑楼梯的研究	11-1
12. 踏步组成的无梁折板式楼梯的计算	12-1
13. 盘旋梯中柱的力矩计算	13-1
14. 钢筋混凝土旋转式楼梯的计算和放样	14-1

钢筋混凝土螺旋形楼梯结构与计算

同济大学建筑设计研究院 范恒康等

一、螺旋型楼梯设计概述

在大型民用建筑中，为了组织空间或美化环境，有时在主要入口处设置螺旋型楼梯。

钢筋混凝土螺旋型楼梯在设计方面有二种做法：一种是在楼层间设置一圆筒形墙或圆柱，将楼梯踏步的一端按螺旋线嵌入此墙或柱内（见图1），此类螺旋梯可按悬臂式构件设计。另一种旋梯系一钢筋混凝土制成的空间螺旋型构件，支承于上、下楼层的梁或板之间（见图2）。此种螺旋型楼梯为超静定的空间结构，其内力计算已有多种现成公式。由于公式冗长，推导，计算都易出错，计算时应特别注意。本文主要讨论第二种楼梯的设计问题。

空间的螺旋型楼梯，在形式上有深梁式和浅梁式的区别（见图3）。从旋转方向可分为左旋的或右旋的（见图4）。

空间螺旋型楼梯，由于支承条件不同在计算假定方面又有两端铰支与两端固接的区别。

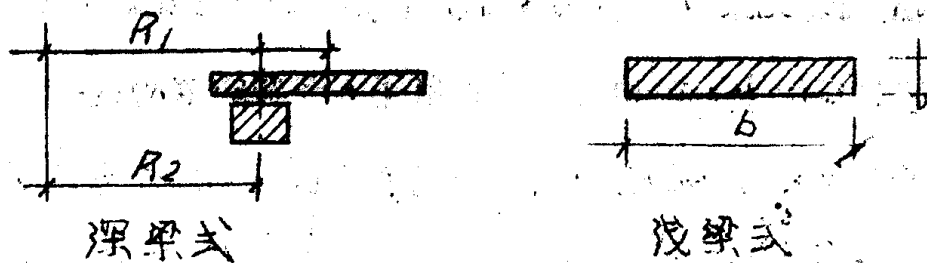


图 3

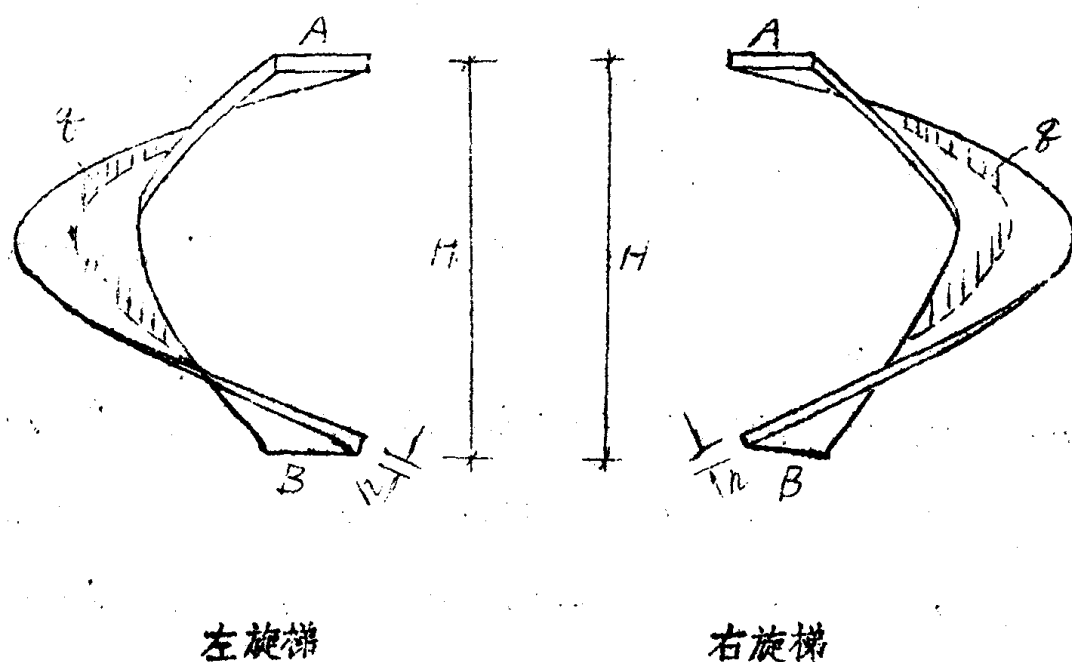


图 4

(一) 计算方法比较：

螺旋型楼梯的内力分析方法，早在五十年代就有一些学者从事研究，提出过多种计算方法。例如：伯格曼 (V. R. BERGMAN) 提出的是—种极为近似的计算方法，他把空间螺旋型楼梯简化成一根水平的圆形曲梁，忽略了螺旋型楼梯的空间特性。还有尔乐姆司 (A. M. C. HOIMES)，他考虑了螺旋型楼梯的空间性，但却假定荷载的重心是沿着楼梯的中心线作用的，这与摩根 (V. A. MORGAN)，麦托克 (A. H. NATTOCK)，丁大钧、丁大业介绍的方法比较起来就有不足之处。因为实际上，在均布荷载作用下，荷载的重心线与楼梯的中心线是平行而并不重合的。后面几位研究者提出的公式是考虑了荷载对于楼梯中心线有个偏心距。

一座钢筋混凝土的螺旋型楼梯，如果刚接在上、下楼层的构架之间，这时可按两端固接计算。如果连接在上、下楼层的楼板之间则可按两端铰接计算。实际工程中，螺旋型楼梯的支座既不可能是完全固接，也不可能完全铰接，通常都是介于两者之间。为了设计方便，我们建议先可按两端为水平柱状铰接计算。即在垂直方向为铰，在水平方向不是铰，它具有抵抗水平弯矩和扭矩的能力，在配筋时，再适当考虑两端支座处的垂直方向实际存在的部分嵌固作用。

上述的内力分析法，都是将螺旋型楼梯简化成以楼梯的中心线作为轴线的空间曲杆进行内力分析的，这对楼梯梁的深度 h 以及宽度 b 之比较接近的深梁式楼梯是比较适宜的，对于浅梁式（通常称板式）楼梯，由于 b 远大于 h ，内侧与外侧半径相差很大，若我们仍按简化成中心线的几何尺度进行计算，误差就较大，为了把误差控制在一定范围，当梯宽 b 与中心线半径 R 之比（ b/R ）大于 $1/8$ 时，将楼梯分成若干条，按条分别计算，分区配置纵向钢筋。

近来“麦托克”（A. H. Mattock），“土桥由造”（日本北海道大学教授）等人提出应按壳板理论分析，这在理论上研究是需要的，但目前要实际应用还有一定困难。

空间螺旋型楼梯的内力比较复杂，截面上六个内力在沿中心轴线各截面上又有各自的变化规律，所以从内力组合角度出发，很难确定其最不利截面的位置，尤其是旋梯的水平转角不同的楼梯，六个内力中那一个起控制作用也不一定相同。例如：转角在90度以内的旋梯，径向弯矩是

起主要作用的。这时楼梯近似为一平面斜梁。当转角达到 180 度时，空间特性就比较明显了。这时结构物的破坏，不只是由于径向弯矩的缘故，法向弯矩和扭矩也显得非常重要尤其是法向弯矩更为突出。上述情况给结构设计带来很多不便，因而在实际计算时，必须将梯梁沿中心线分成若干段，分别算出各截面的钢筋用量，最后选择和确定配筋的控制截面。

(二) 国内部分实例调查分析：

螺旋型楼梯虽然由于施工较困难，至今应用不广，但就全国而言，近几年建造了不少。在我们收集到的螺旋型楼梯实例中，支座有按固接计算的，也有按铰接计算的，虽然计算方法不同，但从设计实例来看，最后采用的截面尺寸及钢筋用量并没有因此有明显差别。从使用情况来看，所有设计实例中，梯段上均未发现可见裂缝，只有几例在支座出现裂缝。我们在观察时发现，裂缝几乎都是在第一层旋梯的上、下支座处，而下支座又常常是独立基础。所以裂缝的出现我们认为这是由于上、下支座沉降的不协调造成的，（当然也有是构造不合理造成的）。我们收集到的多层旋梯里，还未发现其上层有裂缝的，这也证明上述的分析，因此在设计底层旋梯时应特别注意。

我们收集到的国内一些螺旋型楼梯的部分设计实例，选其有代表性的几个实例，将有关指标列表汇总如下，供设计者分析参考。

按两端铰接和两端固接设计的旋梯，其截面尺寸与用钢量上应该是有差别的，但是在以上实例的施工图中并没有太大差别，因此我们

θ (度)	b/h	M_{ED}/r^2	X_{ED}/r	M_{ED}/r^2	X_{ED}/r	M_{ED}/r^2	X_{ED}/r	M_{ED}/r^2	X_{ED}/r	M_{ED}/r^2	X_{ED}/r
$\alpha = 0$ (度)											
120	0.5	0.437448	---	0.441041	-0.034891	0.450991	-0.165465	0.464864	-0.234410	0.479052	-0.260716
120	1	0.361869	---	0.353416	-0.259651	0.334761	-0.440502	0.317489	-0.469372	0.307827	-0.472902
120	2	0.308044	---	0.243647	-0.569644	0.157243	-1.000646	0.110263	-0.847884	0.090614	-0.664857
120	4	0.264184	---	0.103739	-2.056594	0.016218	-1.518004	-0.017603	-1.060629	-0.026967	-0.759291
120	8	0.273775	---	-0.010207	-3.153510	-0.053051	-1.748097	-0.062315	-1.134474	-0.065452	-0.789181
120	16	0.266275	---	-0.058980	-3.608203	-0.071994	-1.817648	-0.074747	-1.154920	-0.075943	-0.797233
$\alpha = 10$ (度)											
135	0.5	0.517091	---	0.520008	-0.137651	0.527018	-0.261144	0.533698	-0.353748	0.535348	-0.399362
135	1	0.373674	---	0.358114	-0.377681	0.326190	-0.613579	0.239286	-0.651372	0.285198	-0.592017
135	2	0.271217	---	0.186920	-1.182048	0.092401	-1.232561	0.049027	-0.990564	0.033795	-0.756868
135	4	0.225714	---	0.024863	-2.511029	-0.055723	-1.709731	-0.077298	-1.166844	-0.084143	-0.828027
135	8	0.205847	---	-0.078064	-3.186682	-0.110531	-1.878760	-0.117743	-1.223721	-0.120676	-0.849309
135	16	0.191526	---	-0.116594	-3.915671	-0.186219	-1.953642	-0.128834	-1.239189	-0.130611	-0.854930
$\alpha = 20$ (度)											
150	0.5	0.577551	---	0.577662	-0.123142	0.575713	-0.404077	0.567208	-0.512710	0.550109	-0.536334
150	1	0.350603	---	0.325133	-0.572046	0.277669	-0.821935	0.242145	-0.817975	0.225087	-0.700425
150	2	0.192796	---	0.092440	-1.537720	-0.001655	-1.462469	-0.039153	-1.125771	-0.050801	-0.843191
150	4	0.123831	---	-0.078416	-2.956437	-0.144700	-1.893538	-0.161676	-1.271165	-0.167847	-0.836403
150	8	0.093933	---	-0.167960	-3.859826	-0.192222	-1.052113	-0.198809	-1.316221	-0.202983	-0.911754
150	16	0.072461	---	-0.198088	-4.230065	-0.205686	2.097066	-0.209174	-1.328341	-0.212772	-0.915770
$\alpha = 30$ (度)											
165	0.5	0.596271	---	0.590908	-0.354034	0.574589	0.601356	0.547500	-0.700210	0.514359	-0.675214
165	1	0.282126	---	0.245048	-0.795183	0.183625	-1.052614	0.143319	-0.981188	0.125530	-0.814990
165	2	0.073636	---	-0.037862	-1.915886	-0.126220	-1.677293	-0.158537	-1.246782	-0.169228	-0.918092
165	4	-0.015053	---	-0.210360	-3.373153	-0.202934	-2.062226	-0.273153	-1.307159	-0.286477	-0.953435
165	8	-0.053057	---	-0.286239	-4.233941	-0.305606	-2.197786	-0.313571	-1.403718	-0.321310	-0.969510
165	16	-0.080188	---	-0.310880	-4.530723	-0.318170	-2.235257	-0.324071	-1.413139	-0.331625	-0.972209
$\alpha = 40$ (度)											
180	0.5	0.544626	---	0.533344	-0.535456	0.504417	-0.837848	0.467560	-0.692159	0.429740	-0.800215
180	1	0.159663	---	0.112224	-1.503926	0.054257	-1.280160	0.003424	-1.123000	0.013179	-0.895831
180	2	0.082543	---	-0.201781	-2.279407	-0.283465	-1.857321	-0.313307	-1.341406	-0.326554	-0.973670
180	4	0.182557	---	-0.371143	-3.725656	-0.416298	-2.197268	-0.435084	-1.440562	-0.446552	-1.002313
180	8	-0.224880	---	-0.439044	-4.514182	-0.457078	-2.313701	-0.458747	-1.470013	-0.482294	-1.009669
180	16	-0.254901	---	-0.461348	-4.773306	-0.470157	-2.343959	-0.480404	-1.476380	-0.494722	-1.010414
$\alpha = 50$ (度)											
210	0.5	0.158656	---	0.143123	-0.959359	-0.140746	-1.281012	0.141380	-1.101133	0.129050	-0.977473
210	1	-0.253758	---	-0.303236	-1.517784	-0.300020	-1.589483	-0.387623	-1.275368	-0.599625	-0.968848
210	2	-0.482536	---	-0.617047	-2.732584	-0.691998	-1.998190	-0.723837	-1.376626	-0.747498	-0.965437
210	4	-0.573345	---	-0.780919	-3.992191	-0.824870	-2.231863	-0.849703	-1.423911	-0.877863	-0.960705
210	8	-0.611124	---	-0.845829	-4.602923	-0.867509	-2.303911	-0.888899	-1.435136	-0.918160	-0.954800
210	16	-0.637701	---	-0.869484	-4.773669	-0.883670	-2.311273	-0.904020	-1.427230	-0.933425	-0.947163

建议，为简化设计起见可按铰接计算，但在支座处须考虑实际存在的部分嵌固作用，配制造量的钢筋。

目前按弹性假定设计的螺旋型楼梯看来还是偏于安全的（见测试资料），所以不需要盲目增加钢筋，梯板厚度可先假定为螺旋梯中心线长度的 $1/40 \sim 1/50$ 进行计算。

三. 两端铰支的螺旋形楼梯的内力分析：

(一) 几何尺寸：

图 5 图 6 为右旋浅梁式两端铰支的螺旋形楼梯计算简图。其符号说明如下：

H —— 楼层层高

α —— 总水平转角；

b —— 楼梯宽度；

R_1 —— 荷载中心线半径； $R_1 = \frac{2}{3} \left(\frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right)$ (近似)。

r_1 —— 楼梯内侧半径；

r_2 —— 楼梯外侧半径；

R_2 —— 楼梯中心线半径： $R_2 = \frac{1}{2} (r_1 + r_2)$

h —— 楼梯板梁厚；

q —— 荷载中心线处的线荷载；

φ —— 楼梯中心线处的倾角；

θ ——下端到动点 P 的水平转角；

N_T ——轴向力，以压力为正，见图 6 d；

Q_R ——径向剪力，指向圆心为正，见图 6 d；

R_n ——法向剪力，以向上为正，见图 6 d；

M_R ——径向弯矩，以下面受拉为正；

M_n ——法向弯矩，以外侧受拉为正；

M_T ——扭矩，以 P 点的切线为旋转中心的力矩，并使外侧向下

内侧向上转动为正；

X ——支座推力；

Y ——支座反力；

M ——支座平面弯矩；

图 6 所示的诸力和力矩的正方向。

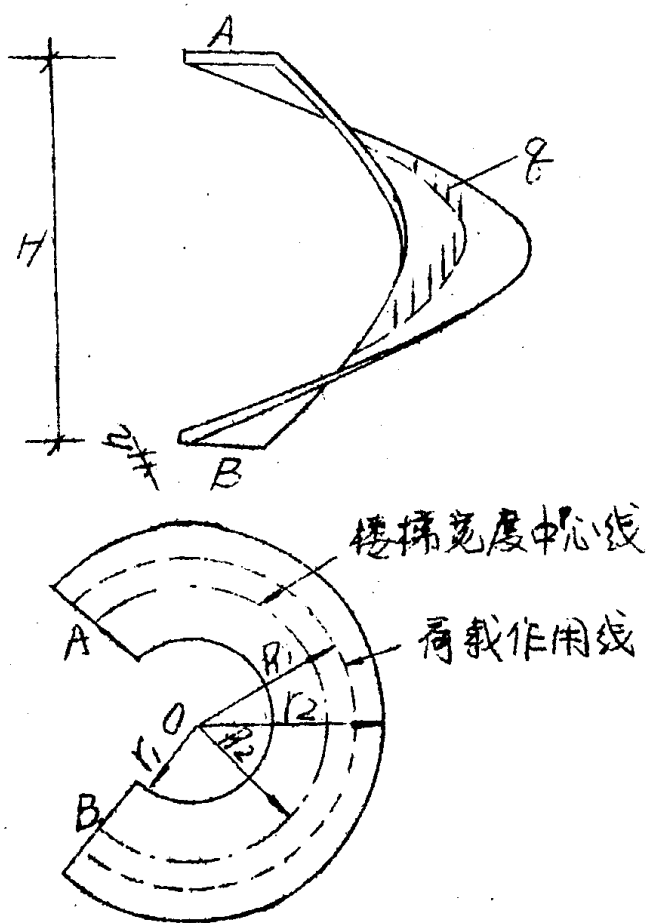


图 5

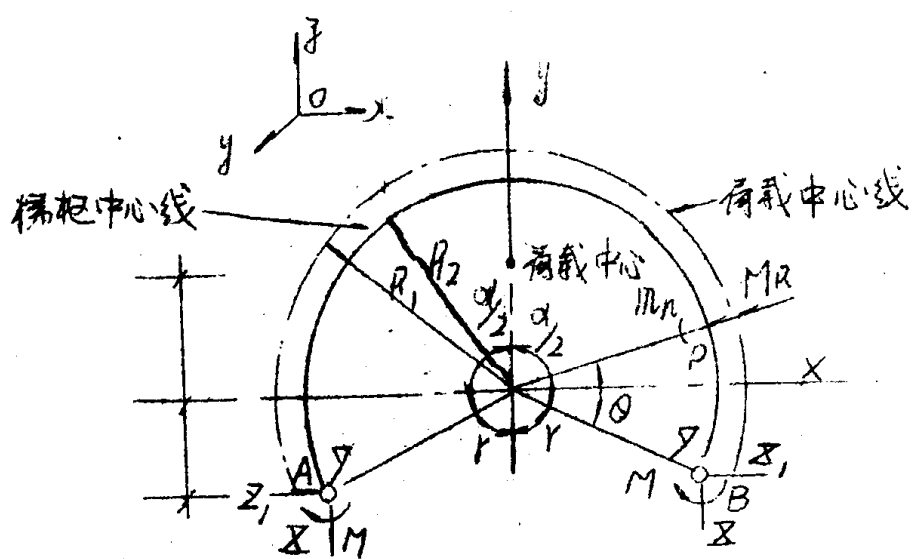


图 6-Q

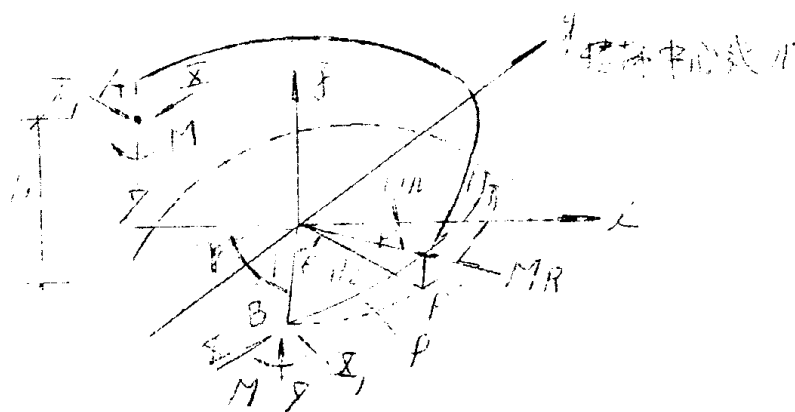
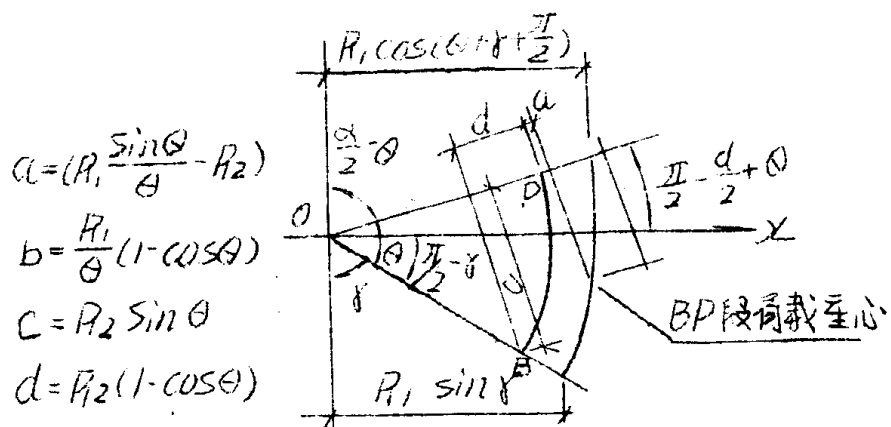
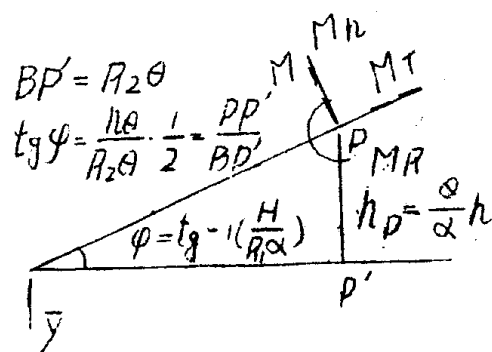


图 6-D



水平面内尺寸图



展开立面图

图 6 - 0

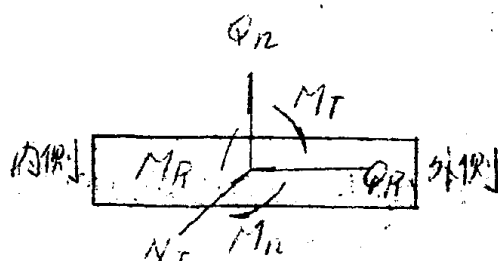


图 6-d

(二) 计算公式及假定

螺旋型楼梯往往支承在上、下的正楼板之间，在设计时可假定螺旋梯的上、下端的支承是以水平柱状铰与楼板连接，简称为铰排它的垂直方向为铰，水平方向为固接，能抵抗水平弯矩及扭矩。在垂直方向考虑到实际存在的部分固作用，在支座配筋时适当考虑。

(1) 支座反力计算：

在荷载 q 作用下，下支座受沿梁轴向的压力，上支座受沿梁轴向的拉力，当上、下楼层竖向刚度相同时，则由于

$\sum F_z = 0$ ，求得支座反力：

$$Y = \frac{1}{2} q R_1 a \dots \dots \dots (1)$$

$\sum M_B = 0$ ，通过 B 点且绕平行于 OY 轴方向的力矩，(图 6 -

b) 得：

$$Y(A-B) - X_1 H - q R_1 a \left(\frac{AB}{2} \right) = 0$$

$$\therefore X_1 = 0$$

$\Sigma M_A = 0$ ，通过A点，且绕平行于OX轴方向的力矩；得

$$XH - qaR_1(X+x) = 0$$

式中： $X = \frac{2R_1}{a} \sin \frac{\alpha}{2}$ (即荷载中心线圆弧的重心到圆心的距离)

X为A或B点到OX轴的距离。见图6-a。

$$\text{则：} X = \frac{q}{H} R_1 \left(2R_1 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + R_1 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \right) \dots\dots\dots(2)$$

$\Sigma M_{O_z} = 0$ ，通过O点绕OZ轴的力矩；

$$2M - 2X \left(\frac{AB}{2} \right) = 0$$

$$\therefore M = R_1 \sin \alpha \dots\dots\dots(3)$$

(2)螺旋线上任意一点P的内力计算公式如下；(见图6-c)，

以任意点P的扭矩 M_{TP} 为例，推导如下：

$$\begin{aligned} \therefore M_{TP} &= y \cos \varphi \cdot d - M \sin \varphi - \left(X \sin \left(\theta + r - \frac{\pi}{2} \right) \right) \cdot h_p \cos \varphi - \\ &\quad \left(X \cdot 2R_1 \sin \frac{\theta}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - r \right) \right) \sin \varphi + qR_1 \theta \cdot a \cdot \cos \varphi \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

推力X对通过P点，且绕平行于OX轴的力矩是：

$$X \cdot h_p = X \cdot \frac{\theta}{2} H, \text{ 它垂直于水平方向的分量在水平面内为：}$$

$$M_{TI} = X \cdot h_p \cdot \sin \left(\theta + r - \frac{\pi}{2} \right), \text{ 若在斜面内，}$$

$$\text{则：} M_{TI} = M_{TI} \cos \varphi = X \cdot h_p \cdot \sin \left(\theta + r - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cos \varphi ;$$

同时由于力X，对通过P点，且绕平行于OZ轴的力矩等于

$X \cdot [R \cos(\theta + r - \frac{\pi}{2}) - R_1 \sin \theta]$ ，它在平面内分量为 M_n 的一部分，

在斜面的垂直方向分量为 M_T 的一部分：

$$M_{T_1} = X R_1 [\cos(\theta + r - \frac{\pi}{2}) - \sin r] \sin \varphi ;$$

(3)式中 $2R_1 \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - r)$ 通过运算写成：

$$R_1 [\cos(\theta + r - \frac{\pi}{2}) - \sin r]$$

再将 $Y = \frac{1}{2} q R_1 a$ 代入(4)式得：

$$\begin{aligned} M_T = & (q R_1 R_1 \frac{a}{2} (1 - \cos \theta) - X H \cdot \frac{\theta}{2} \sin(\theta + r - \frac{\pi}{2})) \\ & + q R_1 (R_1 - \sin \theta - R_1 \theta) \cos \varphi - [X R_1 \cos(\theta + r - \frac{\pi}{2})] \sin \theta \dots \\ & \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{而 } M_n = & Y \sin \varphi \cdot d + M \cdot \cos \varphi - X \sin(\theta + r - \frac{\pi}{2}) \cdot \frac{\theta}{2} \cdot H \cdot \sin \varphi \\ & + X \cdot [2 R_1 \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - r)] \cdot \cos \varphi + q \cdot R_1 \cdot \theta \cdot a \cdot \sin \varphi \dots \\ & \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

对(5)式通过运算可得：

$$\begin{aligned} M_n = & ((q R_1 R_1 \frac{a}{2}) (1 - \cos \theta) - X H \frac{\theta}{2} \sin(\theta + r - \frac{\pi}{2}) + q R_1 \\ & (R_1 \sin \theta - R_1 \theta)) \cdot \sin \varphi + (X R_1 \cos(\theta + r - \frac{\pi}{2})) \cos \varphi \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

$$\text{而 } M_R = Y d - (X \cos(\theta + r - \frac{\pi}{2})) \cdot (H \cdot \frac{\theta}{2}) - q \cdot \theta \cdot d \dots \dots \dots (7)$$

在(6)式中之 d 为图 6 - C 中之 d ，不是楼梯的宽度。

整理(6)式得：

$$MR = \left((QR_1 R_2 \frac{x}{2}) \sin \vartheta \right) - \left(XH \frac{\vartheta}{2} \cos \vartheta + r \frac{\pi}{2} \right) - QR_1^2 (1 - \cos \varphi) \dots \dots \dots (6)$$

其余内力：

$$QR = X \sin \left(\vartheta + r \frac{\pi}{2} \right) \dots \dots \dots (7)$$

$$Q_n = -X \cos \left(\vartheta + r \frac{\pi}{2} \right) \sin \varphi + (Y - QR_1 \vartheta) - \cos \varphi \dots \dots \dots (8)$$

$$N_T = X \cos \left(\vartheta + r \frac{\pi}{2} \right) \cos \varphi + (Y - QR_1 \vartheta) \sin \varphi \dots \dots \dots (9)$$

(三) 荷载计算

(1) 计算每一个踏步自重G

设P为钢筋混凝土的容重，由图7可知，一个踏步的自重G。

(不包括栏杆自重)。

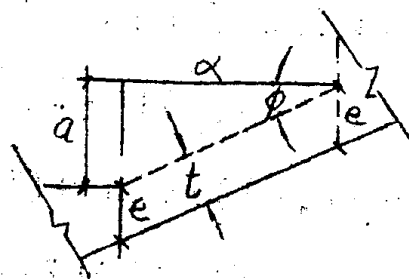
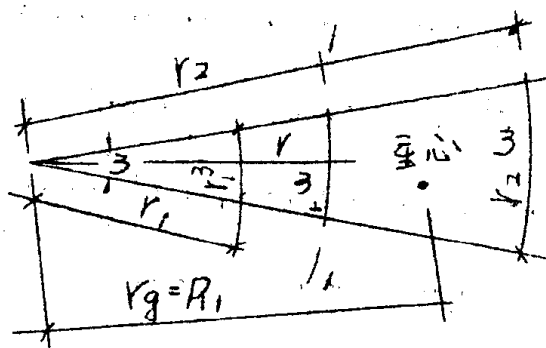
$$G = P \int_0^{\omega} \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{a+2e}{2} \right)$$

$r dr \cdot d\omega$

$$= P \left(\frac{a+2e}{2} \right) \omega \cdot \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2)$$

$$= \frac{1}{4} P (a+2e) \omega (r_2^2 - r_1^2)$$

$\dots \dots \dots (10)$



踏步的几何尺寸及符号 (图7)