

同步测试1 摸底试卷

(满分:120分 时间:90分钟)

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 得分: _____

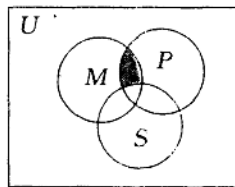
一、选择题(每小题4分,共48分)

1. 设集合 $M=\{x|0\leq x\leq 2\}$, $N=\{x|x^2-2x-3\leq 0\}$, 则 $M\cap N$ ()

- A. $\{x|0\leq x<1\}$ B. $\{x|0\leq x<2\}$ C. $\{x|0\leq x\leq 1\}$ D. $\{x|0\leq x\leq 2\}$

2. 如图, U 是全集, M, P, S 是 U 的三个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()

- A. $(M\cap P)\cap S$ B. $(M\cap P)\cup S$
C. $(M\cap P)\cap(\complement_U S)$ D. $(M\cap P)\cup(\complement_U S)$



3. 设集合 $M=\{y|y=x^2-4x+6\}$, $N=\{y|y=-x^2-2x+5\}$, 则 $M\cap N$ ()

- A. $\emptyset$ B. $\mathbf{R}$
C. $(-\infty, 2]\cup[6, +\infty)$ D. $[2, 6]$

4. 不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集是 $\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}\}$ 则 $a+b$ 等于 ()

- A. 10 B. -10 C. 14 D. -14

5. 如果 $\neg B\Rightarrow\neg A$, 则 B 是 A 的 ()

- A. 充分但非必要条件 B. 必要但非充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 函数 $y=\log_{\frac{1}{3}}(4+3x-x^2)$ 的一个单调递增区间是 ()

- A. $(-\infty, \frac{3}{2}]$ B. $[\frac{3}{2}, +\infty)$ C. $(-1, \frac{3}{2})$ D. $[\frac{3}{2}, 4)$

7. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 并且满足 $f(x+2)=-\frac{1}{f(x)}$, 当 $2\leq x\leq 3$ 时, $f(x)=x$, 则 $f(105.5)$ 等于 ()

- A. -2.5 B. 2.5 C. 5.5 D. -5.5

8. 已知函数 $y=f(x)$ 的图像与函数 $y=\log_3(x-1)+9$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称, 则 $f(10)$ 的值是 ()

- A. 11 B. 12 C. 2 D. 4

9. 设 $f(x)=x^3+bx+c$ 是 $[-1, 1]$ 上的增函数, 且 $f(-\frac{1}{2})\cdot f(\frac{1}{2})<0$, 则方程 $f(x)=0$, 在 $[-1, 1]$ 内 ()

- A. 可能有3个实数根 B. 可能有2个实数根
C. 有唯一的实数根 D. 没有实数根

10. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1-a_4-a_8-a_{12}+a_{15}=2$, 则 $a_3+a_{13}=$ ()

- A. 4 B. -4 C. 8 D. -8

11. 一个有限项的等差数列, 前4项之和为40, 最后4项之和是80, 所有项之和是210, 则此数列的项数为 ()

- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

12. 两等差数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的前 n 项和的比 $\frac{S_n}{S'_n} = \frac{5n+3}{2n+7}$, 则 $\frac{a_5}{b_5}$ 的值是 ()

- A. $\frac{28}{17}$ B. $\frac{48}{25}$ C. $\frac{53}{27}$ D. $\frac{23}{15}$

二、填空题(每题4分, 共计16分)。

13. 已知 $m < 1$, 关于 x 的不等式 $(m-1)x^2 - (m-1)x + (2-2m) > 0$ 的解集是_____。

14. 由正数构成的等比数列 $\{a_n\}$, 若 $a_1a_3 + a_2a_4 + 2a_2a_3 = 49$, 则 $a_2 + a_3 =$ _____。

15. 已知 $f(n) = \begin{cases} n-3 & (n \geq 10) \\ f[f(n+5)] & (n < 10) \end{cases}$ ($n \in \mathbb{N}$), 则 $f(5) =$ _____。

16. 在数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 且对任意自然数 n , $3a_{n+1} - a_n = 0$, b_n 是 a_n 与 a_{n-1} 的等差中项, 则 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为_____。

三、解答题(17~18题每小题8分, 19~22题每小题10分, 共56分)

17. (02, 河南) 设 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 解关于 x 的不等式 $\sqrt{3\log_a^2 x - 2} > 2\log_a x - 1$ 。

18. 已知 $p: \left| 1 - \frac{x-1}{3} \right| \leq 2$, $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要但不充分条件, 求实数 m 的范围。

19. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 对于任意的 $x, y \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 且当 $x > 0$ 时 $f(x) < 0$, $f(1) = -2$.

(1) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并证明;

(2) 判断 $f(x)$ 的单调性, 并求当 $x \in [-3, 3]$ 时 $f(x)$ 的最大值及最小值.

20. 对于数列 $\{a_n\}$, 有 $f(x) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n$ 且 $f(1) = (n+1)^2$.

(1) 判断 $\{a_n\}$ 是否为等差数列;

(2) 当 $n=6$ 时, 求 $f(2)$ 的值.

21. 已知函数 $F(x) = f(x) - g(x)$, 其中 $f(x) = \log_a(x-1)$, 并且当且仅当点 (x_0, y_0) 在 $f(x)$ 的图像上时, 点 $(2x_0, 2y_0)$ 在 $y = g(x)$ 的图像上.

- (1) 求 $y = g(x)$ 的函数解析式;
- (2) 当 x 在什么范围时, $F(x) \geq 0$?

22. (02, 湖南师大) 近几年来, 沙尘暴肆虐我国西北地区, 造成了严重的自然灾害, 因此, 在今后若干年内防沙、治沙已成为沙漠地区一项重要而又艰巨的工作. 某县位于沙漠边缘地带, 人与自然经过长期顽强的斗争, 到 2000 年底全县绿化率已达 30%, 但每年的治沙工作都出现这样的情形: 上一年的沙漠面积的 16% 被栽上树改造为绿洲, 而同时, 上一年的绿洲面积的 4% 又被侵蚀, 变为沙漠, 设该县的土地面积为 1, 第一年(即 2000 年)底的绿洲面积为 a_1 , 第二年底的绿洲面积为 a_2 , ..., 第 n 年底的绿洲面积为 a_n .

- (1) 试找出 a_n 与 a_{n-1} 的递推关系, 并写成 " $a_n = ca_{n-1} + d (n \geq 2)$ " 的形式;
- (2) (理科) 至少要到哪一年底, 该县的绿洲面积才能超过 60%?

同步测试 2 两角和与差的三角函数

(满分:100分 时间:90分钟)

班级:_____ 姓名:_____ 学号:_____ 得分:_____

一、选择题(每小题5分,共50分)

1. 已知扇形的半径为 r ,周长为 $3r$,则扇形的圆心角等于 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}\pi$ D. 3

2. $\sin\alpha = \frac{4}{5}$,且 α 为锐角,则 $\sin 2\alpha$ 的值为 ()

- A. $\frac{12}{25}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $-\frac{12}{25}$ D. $-\frac{24}{25}$

3. $\cos^2 75^\circ + \cos^2 15^\circ + \cos 15^\circ \cos 75^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $1 + \frac{\sqrt{3}}{4}$

4. 已知 $\cot\alpha = 2$, $\tan(\alpha - \beta) = -\frac{2}{5}$,则 $\tan(\beta - 2\alpha)$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

5. 已知 $\frac{1 + \sin\theta + \cos\theta}{1 + \sin\theta - \cos\theta} = \frac{1}{2}$,则 $\cos\theta$ 的值等于 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

6. (全国卷Ⅲ·第1题)已知 α 为第三象限的角,则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是 ()

- A. 第一或第二象限 B. 第二或第三象限 C. 第一或第三象限 D. 第二或第四象限

7. (全国卷Ⅲ·第8题) $\frac{2\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos 2\alpha} =$ ()

- A. $\tan\alpha$ B. $\tan 2\alpha$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

8. (重庆卷·(文)第2题) $(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12})(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}) =$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. (湖南卷·(文)第2题) $\tan 600^\circ$ 的值是 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

10. (江苏卷·第10题)若 $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = \frac{1}{3}$,则 $\cos(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha) =$ ()

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{7}{9}$

二、填空题(每小题5分,共30分)

11. $\cos \frac{2}{7}\pi \cos \frac{4}{7}\pi \cos \frac{6}{7}\pi =$ _____.

12. $\tan\beta = -2$,则 $\frac{\sin\beta - 2\cos\beta}{2\sin\beta + \cos\beta} =$ _____.

13. (重庆卷·第13题) 已知 α, β 均为锐角, 且 $\cos(\alpha+\beta) = \sin(\alpha-\beta)$, 则 $\tan\alpha$ _____.

14. (北京卷·(理)第10题) 已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$, 则 $\tan\alpha$ 的值为 _____, $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值为 _____.

三、解答题(每题10分,共20分)

15. 已知 $\sin\alpha + \sin\beta = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha + \cos\beta = \frac{1}{3}$, 求 $\cos^2 \frac{\alpha-\beta}{2}$ 的值.

16. 已知 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\tan(\pi-\beta) = \frac{1}{2}$, 求 $\tan(\alpha-2\beta)$ 的值.

同步测试3 三角函数的图像和性质

(满分:100分 时间:90分钟)

班级:_____ 姓名:_____ 学号:_____ 得分:_____

一、选择题(每小题5分,共50分)

- 函数 $y = \sin^2 x - \cos^2 x$ 是 ()
 A. 周期为 2π 的偶函数
 B. 周期为 2π 的奇函数
 C. 周期为 π 的偶函数
 D. 周期为 π 的奇函数
- 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{5}{2}\pi\right)$ 的图像的一条对称轴方程是 ()
 A. $x = -\frac{\pi}{2}$
 B. $x = -\frac{\pi}{4}$
 C. $x = \frac{\pi}{8}$
 D. $x = \frac{5}{4}\pi$
- 要得到函数 $y = \sin 2x (x \in \mathbb{R})$ 的图像,只需将函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right), x \in \mathbb{R}$ 的图像 ()
 A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
 D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
- 如果 $|x| \leq \frac{\pi}{4}$, 那么 $f(x) = \cos^2 x + \sin x$ 的最小值是 ()
 A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$
 B. $-\frac{1+\sqrt{2}}{2}$
 C. -1
 D. $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$
- 函数 $y = \frac{5-2\sin x}{2+\sin x}$ 的最大值是 ()
 A. 1
 B. 3
 C. 5
 D. 7
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在 $[0, 100\pi]$ 上的实数解的个数是 ()
 A. 98
 B. 100
 C. 102
 D. 200
- 函数 $y = \sin\left(-2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的单调递减区间是 ()
 A. $\left[-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right], k \in \mathbb{Z}$
 B. $\left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right], k \in \mathbb{Z}$
 C. $\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$
 D. $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5}{6}\pi + k\pi\right], k \in \mathbb{Z}$
- (湖北卷·(理)第7题)若 $\sin \alpha + \cos \alpha = \tan \alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\alpha \in$ ()
 A. $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$
 B. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$
 C. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$
 D. $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$
- (湖北卷·(理)第9题)(理)若 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则 $2x$ 与 $3\sin x$ 的大小关系: ()
 A. $2x > 3\sin x$
 B. $2x < 3\sin x$
 C. $2x = 3\sin x$
 D. 与 x 的取值有关
- 已知 $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, 则使 $\lg(\cos \alpha \cdot \cot \alpha)$ 有意义的角 α 等于 ()
 A. $2k\pi \pm \frac{2}{3}\pi, k \in \mathbb{Z}$
 B. $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
 C. $2k\pi - \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
 D. $2k\pi + \frac{2}{3}\pi, k \in \mathbb{Z}$

二、填空题(每小题 5 分,共 20 分)

11. (上海卷·(文)第 5 题)函数 $y = \cos 2x + \sin x \cos x$ 的最小正周期 $T =$ _____.

12. 满足 $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq \frac{1}{2}$ 的 x 的集合是 _____.

13. (湖北卷·(文)第 15 题)函数 $y = |\sin x| \cos x - 1$ 的最小正周期与最大值的和为 _____.

14. 给出下列命题:

①存在 α 使 $\sin \alpha \cos \alpha = 1$ 成立;

②若 $\tan x = 1$, 则 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

③存在实数 α , 使 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2}$ 成立.

④函数 $f(x) = \sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{\pi}{2}\right)$ 是偶函数.

其中正确命题的序号为 _____.

三、解答题(每小题 15 分,共 30 分)

15. 已知函数 $f(x) = 2\cos x \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\sin^2 x + \sin x \cos x$.

(1)求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2)求 $f(x)$ 的单调区间.

16. 设 $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right]$, $f(x) = \frac{1}{2}\sin\left(x - \frac{5}{12}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{5}{12}\pi - x\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, 求 $f(x)$ 的最大值和最小值.

同步测试 4 第四章单元测验

(满分:120分 时间:90分钟)

班级:_____ 姓名:_____ 学号:_____ 得分:_____

一、选择题(每小题4分,共48分)

1. (江西卷·(文)第2题)已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = 3$, 则 $\cos \alpha =$ ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $-\frac{3}{5}$

2. (江西卷·第5题)设函数 $f(x) = \sin 3x + |\sin 3x|$, 则 $f(x)$ 为 ()

- A. 周期函数, 最小正周期为 $\frac{\pi}{3}$ B. 周期函数, 最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$
C. 周期函数, 最小正周期为 2π D. 非周期函数

3. (全国卷Ⅲ·第7题)设 $0 \leq x < 2\pi$, 且 $\sqrt{1 - \sin 2x} = \sin x - \cos x$, 则 ()

- A. $0 \leq x \leq \pi$ B. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{7\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$

4. (全国卷Ⅱ·第4题)已知函数 $y = \tan \omega x$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 内是减函数, 则 ()

- A. $0 < \omega \leq 1$ B. $-1 \leq \omega < 0$ C. $\omega \geq 1$ D. $\omega \leq -1$

5. (山东卷·(理)第3题, (文)第4题)已知函数 $y = \sin(x - \frac{\pi}{12}) \cos(x - \frac{\pi}{12})$, 则下列判断正确的是 ()

- A. 此函数的最小正周期为 2π , 其图像的一个对称中心是 $(\frac{\pi}{12}, 0)$
B. 此函数的最小正周期为 π , 其图像的一个对称中心是 $(\frac{\pi}{12}, 0)$
C. 此函数的最小正周期为 2π , 其图像的一个对称中心是 $(\frac{\pi}{6}, 0)$
D. 此函数的最小正周期为 π , 其图像的一个对称中心是 $(\frac{\pi}{6}, 0)$

6. (浙江卷·(理)第8题)已知 $k < -4$, 则函数 $y = \cos 2x + k(\cos x - 1)$ 的最小值是 ()

- A. 1 B. -1 C. $2k+1$ D. $-2k+1$

7. (天津卷·(理)第8题)要得到函数 $y = \sqrt{2} \cos x$ 的图像, 只需将函数 $y = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图像上所有的点的 ()

- A. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍(纵坐标不变), 再向左平行移动 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度
B. 横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍(纵坐标不变), 再向右平行移动 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
C. 横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变), 再向左平行移动 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
D. 横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变), 再向右平行移动 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

8. (北京卷·(理)第8题)函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\cos x}$ ()

- A. 在 $[0, \frac{\pi}{2})$, $(\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上递增, 在 $[\pi, \frac{3\pi}{2})$, $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ 上递减

- B. 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right), \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ 上递增, 在 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right), \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ 上递减
 C. 在 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right), \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ 上递增, 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right), \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ 上递减
 D. 在 $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right), \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ 上递增, 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right), \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上递减

9. (全国卷 I · 第 11 题) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan \frac{A+B}{2} = \sin C$, 给出以下四个论断:

- ① $\tan A \cdot \cot B = 1$ ② $0 < \sin A + \sin B \leq \sqrt{2}$ ③ $\sin^2 A + \cos^2 B = 1$ ④ $\cos^2 A + \cos^2 B = \sin^2 C$

其中正确的是

- A. ①③ B. ②④ C. ①④ D. ②③

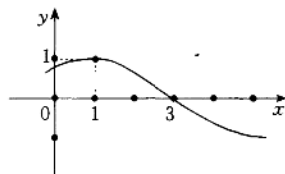
10. (全国卷 II · (理) 第 7 题) 锐角三角形的内角 A, B 满足 $\tan A - \frac{1}{\sin 2A} = \tan B$, 则有

- A. $\sin 2A - \cos B = 0$ B. $\sin 2A + \cos B = 0$ C. $\sin 2A - \sin B = 0$ D. $\sin 2A + \sin B = 0$

11. (福建卷 · (理) 第 6 题) 函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbf{R}, \omega > 0, 0 \leq \varphi < 2\pi$) 的

部分图像如图, 则

- A. $\omega = \frac{\pi}{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$ B. $\omega = \frac{\pi}{3}, \varphi = \frac{\pi}{6}$
 C. $\omega = \frac{\pi}{4}, \varphi = \frac{\pi}{4}$ D. $\omega = \frac{\pi}{4}, \varphi = \frac{5\pi}{4}$



12. (北京卷 · (理) 第 5 题, (文) 第 6 题) 对任意的锐角 α, β , 下列不等关系

中正确的是

- A. $\sin(\alpha + \beta) > \sin \alpha + \sin \beta$ B. $\sin(\alpha + \beta) > \cos \alpha + \cos \beta$
 C. $\cos(\alpha + \beta) < \sin \alpha + \sin \beta$ D. $\cos(\alpha + \beta) < \cos \alpha + \cos \beta$

二、填空题(每小题 4 分, 共 16 分)

13. (上海卷 · (文) 第 6 题) 若 $\cos \alpha = \frac{1}{7}, \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) =$ _____.

14. (全国卷 II · (理) 第 14 题) 设 α 为第四象限的角, 若 $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} = \frac{13}{5}$, 则 $\tan 2\alpha =$ _____.

15. (上海卷 · (理) 第 10 题, (文) 第 11 题) 函数 $f(x) = \sin x + 2|\sin x|, x \in [0, 2\pi]$ 的图像与直线 $y = k$ 有且仅有两个不同的交点, 则 k 的取值范围是 _____.

16. (辽宁卷 · 第 16 题) ω 是正实数, 设 $S_\omega = \{\theta | f(x) = \cos[\omega(x + \theta)] \text{ 是奇函数}\}$. 若对每个实数 $a, S_\omega \cap (a, a + 1)$ 的元素不超过 2 个, 且有 a 使 $S_\omega \cap (a, a + 1)$ 含 2 个元素, 则 ω 的取值范围是 _____.

三、解答题(17~18 题每小题 8 分, 19~22 题每小题 10 分, 共 56 分)

17. (福建卷) 已知 $-\frac{\pi}{2} < x < 0, \sin x + \cos x = \frac{1}{5}$.

(I) 求 $\sin x - \cos x$ 的值;

(II) 求 $\frac{3\sin^2 \frac{x}{2} - 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}}{\tan x + \cot x}$ 的值.

18. (重庆卷·(理)第17题)若函数 $f(x) = \frac{1+\cos 2x}{4\sin(\frac{\pi}{2}+x)} - a\sin \frac{x}{2} \cos(\pi - \frac{x}{2})$ 的最大值为2,试确定常数 a 的

值.

19. (湖南卷·(理)第16题)已知在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A(\sin B + \cos B) - \sin C = 0$, $\sin B + \cos 2C = 0$. 求角 A 、 B 、 C 的大小.

20. (浙江卷·(理)第15题)已知函数 $f(x) = -\sqrt{3}\sin^2 x + \sin x \cos x$.

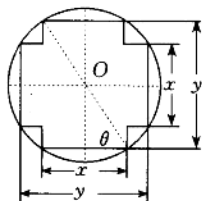
(I)求 $f(\frac{25\pi}{6})$ 的值;

(II)设 $\alpha \in (0, \pi)$, $f(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

21. (辽宁卷)如图,在直径为1的圆 O 中,作一关于圆心对称、邻边互相垂直的十字形,其中 $y > x > 0$.

(I)将十字形的面积表示为 θ 的函数;

(II) θ 为何值时,十字形的面积最大? 最大面积是多少?



22. 动点 P 在以 $AB=4$ 为直径的半圆上运动,若动点 P 自 A 向 B 运动,设 $\widehat{AP}=x$, $\triangle ABP$ 的面积为 y ,试把 y 表示成 x 的函数,并求当 y 取最大值的 $\frac{1}{3}$ 时的 x 的值.

同步测试 5 期中测试卷

(满分:150分 时间:90分钟)

班级:_____ 姓名:_____ 学号:_____ 得分:_____

一、选择题(每小题5分,共60分)

1. 与 -463° 角终边相同的角可以表示为 ()

- A. $k \cdot 360^\circ + 463^\circ (k \in \mathbb{Z})$ B. $k \cdot 360^\circ + 103^\circ (k \in \mathbb{Z})$
C. $k \cdot 360^\circ + 257^\circ (k \in \mathbb{Z})$ D. $k \cdot 360^\circ - 257^\circ (k \in \mathbb{Z})$

2. 已知 θ 是第三象限角,且 $\cos \frac{\theta}{2} < 0$,那么 $\frac{\theta}{2}$ 为 ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角

3. 满足等式 $\sin 4x \cdot \cos 5x = -\cos 4x \cdot \sin 5x$ 的 x 的一个值是 ()

- A. 10° B. 20° C. 50° D. 70°

4. 已知扇形的面积是 $\frac{3}{8}\pi$,半径是1,则扇形的中心角是 ()

- A. $\frac{3}{16}\pi$ B. $\frac{3}{8}\pi$ C. $\frac{3}{4}\pi$ D. $\frac{3}{2}\pi$

5. 在四个函数 $y = |\tan x|$, $y = \left| \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right|$, $y = |\sin 2x|$, $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ 中,即是以 π 为周期的偶函数,又

是区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数的个数 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

6. 下列四个命题中正确的是 ()

- A. $\sin 2 < \sin 3 < \sin 4$ B. $\sin 4 < \sin 2 < \sin 3$ C. $\sin 3 < \sin 4 < \sin 2$ D. $\sin 4 < \sin 3 < \sin 2$

7. $\log_2^{\sin \frac{5}{12}\pi} + \log_2^{\cos \frac{5}{12}\pi}$ 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. -2 D. -1

8. 要得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像,只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图像 ()

- A. 向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 B. 向右平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
C. 向左平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 D. 向左平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

9. 已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 在同一周期内,当 $x = \frac{\pi}{12}$ 时取最大值2,当 $x = \frac{7}{12}\pi$ 时取最小值-2,则函数的解析式是 ()

- A. $y = \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ B. $y = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ C. $y = 2 \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$ D. $y = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

10. 若 $\sin \alpha = m$, α 为第二象限角,则 $\tan 2\alpha$ 的值 ()

- A. $\frac{2m\sqrt{1-m^2}}{1-2m^2}$ B. $\frac{2m\sqrt{1-m^2}}{1-2m^2}$ C. $\pm \frac{2m\sqrt{1-m^2}}{1-2m^2}$ D. $\frac{m\sqrt{1-m^2}}{1-2m^2}$

11. 函数 $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ 的取值范围是 ()

- A. $[0, \sqrt{2}]$ B. $[0, 2]$ C. $[1, 2]$ D. $[1, \sqrt{2}]$

12. 函数 $y = \cos\theta \cdot x^2 - 4\sin\theta \cdot x + 6$, 对于任意实数 x , 均取正值, 那么 $\cos\theta$ 的取值区间是 ()

- A. $(\frac{1}{2}, 1]$ B. $(0, \frac{1}{2})$ C. $(-2, \frac{1}{2})$ D. $[-1, \frac{1}{2})$

二、填空题(每小题 4 分, 共 16 分)

13. $\tan(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{6}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 函数 $y = 2\sin x \cos x - 2\sin^2 x + 1$ 的最小正周期为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

15. 函数 $y = \sin^2 x - 4\cos x + 1, x \in [\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi]$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

16. 函数 $y = \sin(\frac{\pi}{3} - x)$ 的单调递增区间是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题(本大题共 6 小题, 17~21 题每小题 12 分, 22 题 14 分, 共 74 分)

17. 已知 α, β 都是锐角, 且 $\tan\alpha = \frac{1}{2}, \sin\beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$. 求 $\alpha + \beta$ 的值.

18. 已知 $\frac{\sin^2 A}{\sin^2 B} + \cos^2 A \cos^2 C = 1$. 求证: $\tan^2 A = \tan^2 B \cdot \sin^2 C$.

19. 已知点 A, B, C 的坐标分别为 $A(3, 0), B(0, 3), C(\cos \alpha, \sin^2 \alpha), \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$.

(1) 若 $|\vec{AC}| = |\vec{BC}|$, 求角 α 的值;

(2) 若 $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = -1$, 求 $\frac{2\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{1 + \tan \alpha}$ 的值.

20. 已知 $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \cos(\alpha + \beta)$ (α, β 为锐角).

(1) 证明: $3\sin \beta = \sin(2\alpha + \beta)$;

(2) 求 $\tan \beta$ 的最大值.

21. (1) 已知 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, 求 $\cos 2\theta$ 的值; (2) 已知 $(\sin\alpha - 2\cos\alpha)(\sin\alpha + \cos\alpha - 2) = 0$, 求 $2\cos^2\alpha + \sin 2\alpha$ 的值.

22. 已知 $x + \alpha = \frac{2}{3}\pi$, 且 $x, \alpha \in (0, \frac{2}{3}\pi)$. 问当 x 取何值时, 函数 $f(x) = \frac{1 - \cos(\pi - 2x)}{\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}} - \frac{1}{2} \sin 2x$ 取最大值,

并求出此最大值.

同步测试6 向量及其运算

(满分:150分 时间:90分钟)

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 得分: _____

一、选择题(每小题5分,共60分)

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$ 等于 ()
A. $3\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{BA}$ D. $\overrightarrow{CA}$
- 已知非零向量 a 与 b 反向,下列等式成立的是 ()
A. $|a| - |b| = |a - b|$ B. $|a| - |b| = |a + b|$
C. $|a| + |b| = |a - b|$ D. $|a| + |b| = |a + b|$
- 已知 a, b, c 为三个向量,下列命题正确的是 ()
A. 如果 $|a| = |b|$,那么 $a = b$ B. $a - b = b - a$
C. $|a + b| \leq |a| + |b|$ D. $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- 点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心, D, E, F 分别是 AB, BC, CA 的中点,则 $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ 等于 ()
A. $\vec{0}$ B. $6\overrightarrow{ME}$ C. $-6\overrightarrow{MF}$ D. $6\overrightarrow{MD}$
- 若 $|a - b| = \sqrt{41 - 20\sqrt{3}}$, $|a| = 4$, $|b| = 5$, 则 $a \cdot b$ 为 ()
A. 10 B. $10\sqrt{3}$ C. $10\sqrt{2}$ D. $-10\sqrt{3}$
- 设 $a = (\frac{3}{2}, \sin \alpha)$, $b = (\cos \alpha, \frac{1}{3})$, 且 $a \parallel b$, 则锐角 α 为 ()
A. 30° B. 60° C. 45° D. 75°
- 已知点 $M(-2, -3)$, $N(1, 1)$, 点 $P(x, \frac{1}{2})$ 在线段 MN 的中垂线上, 则点 P 的横坐标是 ()
A. $-\frac{5}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{7}{2}$ D. -3
- 平面上三点 $C(2, 2)$, $M(1, 3)$, $N(T, K)$ 若有 $\angle MCN = 90^\circ$, 那么 K 的值为 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 把函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像 C 按 $a = (3, -5)$ 平移到 C' , 则 C' 的函数解析式是 ()
A. $y = \frac{5x + 16}{x + 3}$ B. $y = \frac{-5x - 14}{x + 3}$ C. $y = \frac{5x - 14}{x - 3}$ D. $y = \frac{-5x + 16}{x - 3}$
- 已知向量 $a - 3b$ 与 $7a + 5b$ 垂直, 若向量 $a + 4b$ 与 $7a + 2b$ 垂直, 则非零向量 a 与 b 的夹角是 ()
A. 120° B. 60° C. 90° D. 30°
- 点 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面上一点, 且满足 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}$, 则点 O 是 $\triangle ABC$ 的 ()
A. 重心 B. 垂心 C. 内心 D. 外心
- 已知平面向量 a, b, c 满足条件(1) a, b, c 两两所成角相等; (2) $|a| = 1$, $|b| = 2$, $|c| = 3$, 则 $|a + b + c| =$ ()
A. 6 B. $\sqrt{3}$ C. 6 或 5 D. 6 或 $\sqrt{3}$

二、填空题(每小题4分,共16分)

- 已知 A, B, C 三点共线, A 分 $\overrightarrow{BC}$ 的比 $\lambda = -\frac{3}{8}$, A, B 的纵坐标依次是 2, 5, 则 O 点的纵坐标是 _____.
- 在菱形 $ABCD$ 中, $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) =$ _____.
- 已知 $|a| = 4$, $|b| = 5$, $|a + b| = 7$, 则 $|a - b| =$ _____.

同步测试 6-1