

實驗設計與統計方法

臺灣中華書局印行

實驗設計與統計方法

沈有乾著

中華民國四十七年八月臺一版

實驗設計與統計方法（全一冊）

基本定價壹元壹角

（郵運匯費另計）

著者 沈乾

中華書局股份有限公司代表
姚志崇

發行人

姚志

崇

印刷者

中華書局股份有限公司
台北市重慶南路一段九十四號

發行處

台灣中華書局
台北市重慶南路一段九十四號



實驗設計與統計方法

目 錄

第一次座談	實驗的基本原理	1
第二次座談	樣組分配問題：次數與比率的考驗	14
第三次座談	樣組分配問題：平均數與均方差的考驗	29
第四次座談	樣組分配問題：整個次數分配的考驗	44
第五次座談	實驗研究分類	58
第六次座談	兩個平均數的差別	72
第七次座談	配偶法等組法與校正法	85
第八次座談	相關係數與實驗結果	97
第九次座談	方差分析法	112
第十次座談	誤差的有效估計	126
第十一次座談	消長曲線與消長係數	140
第十二次座談	個性差別在實驗的地位	155

附 錄

附錄一	機遇假設下可能結果分配之計算	167
附錄二	平均數與均方差之計算	170
附錄三	二行二列表的確實樣組分配	171
附錄四	不需假定常態宇宙之樣組平均數間差別考驗	172
附錄五	$2 \times 4 \times 4$ 實驗結果的方差分析	174
附錄六	消長曲線的差別考驗實例	179
附錄七	參考書目	185
附錄八	中西名詞對照	188

附 表

附表一	相當於各機率的 t	190
附表二	相當於各機率的 χ^2	191
附表三甲	相當於機率 .20 的均方差比率	192
附表三乙	相當於機率 .05 的均方差比率	193
附表三丙	相當於機率 .01 的均方差比率	194
附表三丁	相當於機率 .001 的均方差比率	195
附表四	相當於各機率的相關係數	196
附表五	z 與 r 的變換	197

實驗設計與統計方法

第一次座談 實驗的基本原理

施 各位有志研究實驗設計與統計方法，每星期來此談論一次，我是十二分歡迎的。各位中有研究邏輯的，有研究心理學的，有研究教育測量的，有研究數學統計的。討論起來一定非常有趣，也一定非常有益。俗語說得好，“一個諸葛亮不如三個臭皮匠”。我素來相信思想合作有意想不到的效果，此番一定可以得到很好的證據。

今天我們可以借費學(R. A. Fisher)教授實驗設計(The Design of Experiments)一書開端所引的嘗茶問題，來討論實驗的基本原理。有一位太太說，一杯加牛奶的茶，她嘗過之後，可以知道牛奶加進杯子，是在茶水之前，或在茶水之後。現在我們要設計一個實驗，查考這位太太是不是真有她所聲稱的辨別力。

辛 讓我來提出一個實驗大綱草案，做討論的出發點。先把茶的濃淡冷熱，每杯應加牛奶的分量，糖的分量，規定絕對畫一的標準。然後沖，比方說，八杯茶，四杯先倒牛奶，四杯先倒茶。依着隨機規定的次序，請那位太太每杯嘗一下，說出牛奶加進杯子的先後。為避免主試者於無意中在神色舉止間泄漏秘密起見，應當用一個助手，專管授受茶杯與登記判斷的結果。主試者於一切佈置妥當之後，不可再與那位太太見面交談，而每杯茶裏牛奶加進的先後，絕對不讓這位助手知道。

焦 我以為八杯是不够的。

羅 我懷疑茶的濃淡冷熱，牛奶和糖的分量，可以絕對畫一。

施 這些問題都很重要，遲早是要解決的。可是現在還是先讓辛君繼續說明他的計畫，告訴我們他怎麼從實驗的結果下結論。

辛 如果那位太太的判斷完全不錯，那末她的辨別力當然是真的。

如果判斷中間夾着差誤，我們的懷疑程度就會跟着差誤增加。直到她的判斷半對半錯，那時候我們當然否認她的辨別力，因為純粹瞎猜也可以猜對一半。

焦 但是猜對一半是猜了很多次的平均，所以我認為八杯是不够的。

羅 據我所知，純粹瞎猜是和買彩票一樣的，全靠運道，碰得巧可以八杯都對，碰得不巧可以八杯都錯。別說八杯，八十杯八百杯也是一樣的，可以全對，也可以一杯不對。我想那位太太應當把她所聲稱具有的辨別力下一個確定的界說。倘若她說她的辨別力是萬無一失的，那末任何一次差誤就足以證明那是假話了。倘若她的界說比較謙遜，我倒覺得不很簡單。

施 我們先假定她聲稱具有無限的辨別力。以後再討論那比較謙遜而不大簡單的情形。羅君說一次差誤就足以否認她的話，那當然是對的。但倘若不發現差誤，是不是便可承認她的辨別力是真的？

羅 我想是的。無限辨別力的聲稱，正像科學上的一切假設一樣，是一個全稱名題 (universal proposition)，說她絕不會失敗。而實驗所得結果只能用特稱命題 (particular proposition) 表達，說她有時成功、或有時失敗。特稱命題只能推翻全稱命題，不能推得全稱命題。科學上的假設也是只可以被實驗結果推翻，不可以由實驗結果證明的。實驗的作用就是給事實以推翻假設的機會，如果假設並不因此而被推翻，我們只得承認假設，假設就算證實了。所以證實 (verification) 是與證明 (proof) 不同的，已經被證實的假設仍有被推翻的可能。不論那位太太嘗了幾杯，只要她的判別未有差誤，我們便暫時承認她的辨別力。這種承認是隨時可以取消的，任何一次差誤就足够了，她的辨別力一經否認之後，就永遠不能恢復了。

焦 但是我想我們決不能說一次的成功，或兩三次的成功，就足以證實她的無限辨別力。

辛 我們至少必得確定她的成功不是瞎猜碰巧。

羅 換句話講，辛君要另外提出一條假設，說她只是瞎猜碰巧，除非瞎猜之說被推翻，我們便不能接受原來的假設，即是不能承認她的辨別力。不過我恐怕我們沒有法子可以推翻瞎猜碰巧之說，猜測全靠機遇，結果並不確定，全對全錯都是可能的。

施 各位如有法子考驗瞎猜之說，我們對於那比較謙遜而不大簡單的聲稱也就可以解決了。任何真的辨別力當然不是瞎猜，一定比瞎猜有把握。所以只要我們有法子斷定那位太太的判斷是不是比瞎猜好，我們就可以知道她有沒有任何辨別力。如果她並無更加明確的聲稱，這考驗已經够了。如果她聲稱有萬無一失的辨別力，那末我們除了考驗她是不是瞎猜之外，還要觀察她有沒有任何差誤的判斷。

焦 想我插入問句。我前天初次看到“虛無假設”(null hypothesis)這名詞，是不是就指這種機遇假設？

施 照這機遇假設，牛奶加進茶杯的先後是對於那位太太的口味沒有任何影響的，所以這假設是一條虛無假設。

焦 一切教育研究問題彷彿都是虛無假設的考驗：男女兩性在智力上或品性上並無差別，兩種教學方法對於學生成績並無影響，諸如此類，多極了。不過我以為有許多時候假設有差別比假設沒有差別合理得多。

施 非但教育，一切應用科學的實驗假設都是這一類。實驗者原是認定兩種不同的處置有不同效果的，但不能明確指定差別有多少，所以像那位太太的謙遜聲稱一樣，不能直接加以考驗，惟一的辦法是另立一條虛無假設。不過我現在已經是假定那歸功於瞎猜的虛無假設有法子可以考驗的了。剛才羅君似乎感覺到這件事無從下手。

辛 我有一種辦法。除了把八杯茶請那位太太辨別而外，另做一個“控制實驗”(control experiment)，用牛奶加進杯子不分先後(即一律在先，或一律在後)的八杯茶，按照機遇方法強分為兩種，請一個人來嘗

了辨別，這控制實驗的結果就是虛無假設下的結果。我們只要看那位太太的判別結果是不是比控制實驗的結果強，就可以斷定她是不是瞎猜的。

羅 我不贊成，因為控制實驗的結果只是虛無假設下種種可能結果之一。

焦 控制實驗多做幾次，或者可以免去羅君所指出的缺點。

東 我想控制實驗根本可以不必做，因為所有的可能結果都是算得出來的，各位如果沒有忘記中學代數里的排列與組合公式，這計算是很容易的。

施 說不定有人忘了。請東君把排列與組合的公式給我們溫習一遍。

東 先講排列。假定有八件東西，任取四件排列次序。第一件在八件中任取其一，第二件在七件中任取其一，第三件在六件中任取其一，第四件在五件中任取其一。所以一共有 $8 \times 7 \times 6 \times 5$ 種排列方式。如果有 n 件東西，任取 r 件排列次序，一共的方式數目用這公式：

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-r+1)$$

再講組合。組合與排列不同的地方就是不問次序，所以組合的公式可以從排列的公式求出。假定八件東西，任取其四為一組，組合的數目暫時不問，但如果每個組合中四件東西再排列次序，則排列的方式數目剛才已經算出是 $8 \times 7 \times 6 \times 5$ 種，而四件東西的排列方式照公式是 $4 \times 3 \times 2 \times 1$ 種。換句話講，我們所要知道的組合數目乘了 $4 \times 3 \times 2 \times 1$ 之後，就是 $8 \times 7 \times 6 \times 5$ ，所以 $(8 \times 7 \times 6 \times 5) \div (4 \times 3 \times 2 \times 1)$ 就是八件東西任取其四的組合數目。所以 n 件東西任取其 r 的組合公式可以這樣求得：

$${}_nC_r \times {}_rP_r = {}_nP_r$$

$$\therefore {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{{}_rP_r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots 1}$$

現在可以應用這公式於薈茶的問題了。一共八杯茶，要分為兩組各四杯，

就是八件東西任取其四，組合的數目是：

$$_8C_4 = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

所以賭猜有七十種可能的猜法。這七十種組合，有八杯全對的，有對六杯的，有對四杯的，有對兩杯的，有全不對的。奇數的差誤是不可能的，因為如有一杯應當歸入甲組的誤列乙組，同時一定也有一杯應當歸入乙組的誤列甲組。七十種組合中，顯然只有一種可以八杯全對，也只有一種八杯全不對。對六杯的就是兩種茶各有一杯差誤，四杯里差一杯有四種差法，四乘四是十六，所以七十種組合里有十六種對六杯。對兩杯的組合數目是與對六杯的一樣的，就是兩種茶各對一杯，每種茶有四種對法，所以也是十六種。至於對四杯的，就是兩種茶各對兩杯，四杯裏對兩杯有六種組合方式，六的平方是三十六。所以各種組合方式的分配是：

沒有差誤的	$_4C_4^2 = _4C_0 \cdot _4C_4 = 1$
兩杯差誤的	$_4C_2^2 = _4C_2 \cdot _4C_3 = 16$
四杯差誤的	$_4C_3^2 = _4C_3 \cdot _4C_2 = 36$
六杯差誤的	$_4C_1^2 = _4C_1 \cdot _4C_3 = 16$
八杯差誤的	$_4C_4^2 = _4C_0 \cdot _4C_4 = 1$
加起來是	70

焦 好極了，東君的計算等於做了七十次控制實驗。

施 比七十次控制實驗更好，因為控制實驗做多了難免有重複的結果，這七十種組合卻是各個不同的。

羅 我仍舊不明白怎樣可以斷定那位太太所靠的是運氣或是辨別力。假定她八杯都對了，兩條互相矛盾的假設下一樣可以發生八杯全對的。

東 照機遇的假設，八杯全對在七十次中發生一次。照萬無一失辨別力的假設，八杯全對在七十次中發生七十次。

辛 所以，如果八杯全對的話，我們當然可以拒絕第一假設，而接

受第二假設。我願意拿七十與一之比的輸贏賭這兩條假設的正誤。

東 最後這句話很像白也士定理 (Bayes' theorem)。

辛 我並不知道白也士定理是甚麼東西，當然沒有爲它辯護的意思。

施 白也士定理是一個很可以引起專家爭論的題目，現在不便詳細討論。這定理的用意是要從事實推論到假設，從結果回溯到原因。假定我的書桌有兩個抽屜，甲抽屜里放了七支黑鉛筆，乙抽屜里放了六支紅鉛筆，一支黑鉛筆。我叫人從書桌抽屜里取一支鉛筆，結果是取來一支黑的。如果我相信白也士定理，我說那支鉛筆從甲抽屜取來的機會佔八分之七，從乙抽屜取來的機會佔八分之一。假定那兩個抽屜是同樣的容易開，這推論是合法的。事實上的困難就是這種假定未必可靠，說不定一個抽屜是鎖的，或者因爲別的原因拉不開。這一層不解決，一切推論都缺乏根據。所以很有人不承認白也士定理，費學教授也是其一。我想我們還是不要應用白也士定理爲妙。

辛 我承認剛才說的“七十與一之比”有毛病，但是我們憑常識也足以拒絕機遇假設。倘若機遇假設永遠無法拒絕，那末整個差別心理學可以不必研究，一切個性差別可以歸功或歸咎於運道機遇了。

羅 任何假設在實驗里頭的作用是要能够被某種範圍以內的事實所證實，被超出範圍的事實所推翻。如果一切事實只可以證實那假設，任何事實不能攻破它，那假設還有甚麼用處？整個實驗也可以不必做了。所以我也相信機遇假設應當是有法子可以拒絕的。

焦 我們能不能預先公決一個範圍，比方說八杯全對則拒絕機遇假設，否則接受機遇假設。

施 那是惟一的辦法。

東 拿實得結果與虛無假設下的可能結果比較，在統計術語稱爲“重要性的考驗” (tests of significance)，如實得結果在虛無假設下發生的機率很小，事實與假設便有“重要的不符合處” (significant discrepancy)。

pancy),或者簡單些，即說實驗結果是“重要的”(significant).

羅 那末重要的結果便是足夠據以拒絕虛無假設的，不重要的結果便不足以拒絕虛無假設。

施 正是那個意思。

辛 那末實得結果在虛無假設下發生的機率要小到甚麼程度才可以稱為重要？

東 虛無假設可以在高低不同的重要性層級(level of significance)上被拒絕，大概最低的層級是百分之五，要高些可以用百分之一，千分之一恐怕是最高的標準了。

辛 實驗者憑甚麼決定他所採用的重要性層級？

東 那多少是武斷地決定的，也可以說決定於實驗者的個人口味。

羅 我們不妨試行推論，採用高的或低的重要性層級有甚麼不同的後果。如採用比較高的層級，一條假設被放棄的機率比較小，所以差誤的假設有時也會被接受。如採用比較低的層級，假設被放棄的機率比較大，所以真實的假設有時也會被拒絕。

施 可能的情形不外乎四種：(1)真實的假設被接受，(2)真實的假設被拒絕，(3)差誤的假設被接受，(4)差誤的假設被拒絕。假定一條假設是真實的，而我們採用百分之五的重要性層級，那末這條假設被拒絕的機會佔百分之五，那等於說，結論陷於差誤的機會佔百分之五。

焦 那末我們應當採用高的重要性層級，減少這種差誤。

羅 但是減少真實假設誤被拒絕的機會，就是增加差誤假設誤被接受的機會。這是不能兩全的。

施 不過差誤假設誤被接受的正確機率無從估計，因為差誤的大小無從知道。所可知道的是，差誤愈大，誤被接受的機率愈小。差誤愈小，誤被接受的機率愈大。假定那位太太的辨別力是真實存在的；但是比了瞎猜只是略勝一些，那末瞎猜之說就有很多機會誤被接受。

焦 根據經濟原則(principle of parsimony)，新創的學理或技術

不可輕與置信，所以甯可差誤的虛無假設誤被接受，不要真實的虛無假設誤被拒絕。

施 關於這一點，我有三層意見：(1)經濟原則確乎應當重視，否則一切學術會失去重心，像婦女們的時裝那般時常改變式樣，不時髦的過了相當時候又會時髦起來。所以最低的重要性層級是百分之五，從未有人主張用百分之三十或百分之四十。(2)經濟原則也不可過於重視，以致太守舊，太謹慎，對於新的學理技術過分吹毛求疵，阻礙進步。所以最高的的重要性層級也不過千分之一，從未有人主張用百萬或千萬分之一。(3)實驗的對象不限於新創的東西。有些時候，一種肥料在化學原理上已經有很好的根據，一種學習方法在心理學原理上已經不成問題，實驗的目的，正像羅素(Bertrand Russell)所說，不過是“elaboration of the obvious”，倘若虛無假設因採用的重要性層級太高而誤被接受，那末不是實驗的結論遺誤農業或教育，便是實驗的信用破產，都是很不幸的後果。此外，如果實驗因限於資源而規模比較小，堅持高的的重要性層級是開自己的玩笑。例如我們只用八杯茶，卻採用百分之一的重要性層級。

焦 我認為七十分之一的重要性層級太低，所以八杯茶不够。

辛 假定那位太太同意，增加幾杯，別人不會反對。

施 除了增加茶的杯數，說不定有別的方法使較高的的重要性層級可以適用。

束 如不規定兩種茶的杯數相等，牛奶加進每杯的先後完全用機遇的方法決定，組合的方式可以用二項展開式計算，就是：

$$\text{沒有差誤} \quad {}_8C_0 = {}_8C_8 = 1$$

$$\text{一杯差誤} \quad {}_8C_1 = {}_8C_7 = 8$$

$$\text{二杯差誤} \quad {}_8C_2 = {}_8C_6 = 28$$

$$\text{三杯差誤} \quad {}_8C_3 = {}_8C_5 = 56$$

$$\text{四杯差誤} \quad {}_8C_4 = {}_8C_4 = 70$$

$$\text{五杯差誤} \quad {}_8C_5 = {}_8C_3 = 56$$

$$\begin{aligned}
 \text{六杯差誤} \quad {}_6C_6 - {}_6C_2 &= 28 \\
 \text{七杯差誤} \quad {}_7C_7 - {}_7C_1 &= 8 \\
 \text{八杯差誤} \quad {}_8C_8 - {}_8C_0 &= 1 \\
 \text{加起來是} \quad 2^8 &= 256
 \end{aligned}$$

八杯全對的結果在虛無假設下只有 256 分之一的機會發生，所以我們可以在千分之四的重要性層級上拒絕虛無假設。如用了這個方法，仍用百分之五的重要性層級，只要差誤不超過一杯，結果就是重要的，我們可以承認那位太太真有辨別能力。不過這個方法也有缺點，完全照機遇方法決定每杯茶里牛奶加進杯子的先後，八杯都屬於一種也是可能的，那太太恐怕要怪我們故意開玩笑。

辛 這辦法那位太太一定要反對。從受試者心理講，最好是每兩杯成一對，每種各一杯，判別了一對，再嘗一對。不過這方法恐怕還不如只規定兩種杯數相等來得經濟。

東 那當然，剛才我說的方法是各杯的判別完全獨立的。如果每兩杯一對，每對兩杯的判斷是連帶的，那就等於減為四杯。所以虛無假設下的分配是：

$$\begin{aligned}
 \text{沒有差誤} \quad {}_4C_0 = {}_4C_4 &= 1 \\
 \text{二杯差誤} \quad {}_4C_1 = {}_4C_3 &= 4 \\
 \text{四杯差誤} \quad {}_4C_2 = {}_4C_2 &= 6 \\
 \text{六杯差誤} \quad {}_4C_3 = {}_4C_1 &= 4 \\
 \text{八杯差誤} \quad {}_4C_4 = {}_4C_0 &= 1 \\
 \text{加起來是} \quad 2^4 &= 16
 \end{aligned}$$

焦 不知道用三杯一種，五杯一種，或者二杯一種，六杯一種，比了每種各四杯怎樣。

東 比方說三杯一種，五杯一種，那也有兩種不同的辦法：或者向受試者說明哪一種三杯，哪一種五杯，也可以只說一種三杯，另一種五杯。兩種方法在虛無假設下的分配情形是不同的。如規定哪一種三杯，

哪一種五杯，八杯全對顯然是不可能的，因為受試者知道甲種三杯，不會有第四杯被判斷為甲種，因之乙種五杯中至少有兩杯不會誤列為甲種。全體的分配是：

$$\begin{array}{ll}
 \text{沒有差誤} & {}_3C_0 \cdot {}_5C_0 = 1 \\
 \text{二杯差誤} & {}_3C_1 \cdot {}_5C_1 = 15 \\
 \text{四杯差誤} & {}_3C_2 \cdot {}_5C_2 = 30 \\
 \text{六杯差誤} & {}_3C_3 \cdot {}_5C_3 = 10 \\
 \text{加起來是} & \hline
 & 56
 \end{array}$$

八杯全對的機會佔五十六分之一，所以還不如每種各四杯經濟。如只規定一種三杯，另一種五杯，受試者的判斷可以分為兩大類：一類是每種的杯數對的，分配情形完全與剛才說的一樣。一類是兩種的杯數互相交換，實際是甲三乙五，判斷的結果成為甲五乙三。這一類的分配情形與剛才說的恰巧相反，剛才的差誤杯數現在應當改為對的杯數。兩類併在一起，就是全體的分配情形：

$$\begin{array}{ll}
 \text{沒有差誤} & 1 + 0 = 1 \\
 \text{二杯差誤} & 15 + 10 = 25 \\
 \text{四杯差誤} & 30 + 30 = 60 \\
 \text{六杯差誤} & 10 + 15 = 25 \\
 \text{八杯差誤} & 0 + 1 = 1 \\
 \text{加起來是} & \hline
 & 112
 \end{array}$$

八杯全對的機會是一百十二分之一，比了每種四杯的方法經濟。如焦君不以百分之一或一百十二分之一的重要性層級為太低，可以採用這方法。但是還有一個更加經濟的方法，就是規定每種茶至少一杯，至多七杯。這方法比了每種茶的杯數全不規定可以差不多同樣經濟，而心理上的困難可以免除。不過分配的詳細情形算起來稍些費一點事。[見附錄一]

施東君最後方案確是最經濟的，而同時又無弊病。如採用不比于

分之四更高的重要性層級，八杯茶儘够了。如用百分之一，大概七杯够了。如用百分之五，大概六杯也够了。

辛 如八杯已够，而用十杯，能不能說實驗設計不周密，白費兩杯茶？

焦 但是實驗規模大於必需的最低限度，總比小於最低限度好。白費兩杯茶究竟是小事。如必需八杯的時候只用六杯，那才是實驗設計的大笑話。整個實驗不是白費了麼？

施 兩位的話都對。

羅 現在我又要提出剛才已經提過的問題了：怎樣可以絕對畫一茶的濃淡冷熱，糖和牛奶的分量？

辛 剛才所謂絕對畫一，只是盡可能的力量，使其近似畫一的意思。

施 不畫一的弊病究竟在甚麼地方？比方說，甲種四杯比乙種四杯濃些，冷些，甜些，或者牛奶多些。

辛 受試者勢必根據這些不相干的因素判別兩種茶。

焦 但是這些差別不一定使兩種茶容易判別。

羅 也不定使兩種茶難於判別。

施 那末究竟對於判別的結果發生甚麼作用？

羅 勢必濃些，冷些，甜些，或者牛奶多些的歸於一類，其餘歸於另一類。換句話講，八杯不是全對便是全不對。

東 那就等於只用一杯茶了。

施 假定那些差別不是那樣有系統，每種四杯都各有不同。

辛 那還是足以擾亂受試者的辨別根據。

東 虛無假設下的分配情形也不能適用。

施 無論如何，八杯茶的空間性與時間性總不免顯著的差別。

辛 所以八杯茶的排列次序與嘗喝次序必需加以機遇化（randomization），即是用投擲硬幣或類似的方法決定。

羅 空間性與時間性的差別既可機遇化，濃淡冷熱等等別種差別

爲甚麼不能同樣地機遇化？

東 機遇化確能保證虛無假設下的結果分配可以適用。即使機遇化的結果碰巧使兩種茶有一致的差別，例如甲種各杯都在乙種各杯之前嘗喝，或甲種各杯都比乙種各杯濃些，也並不會使實驗失效。

辛 但我認爲顯著的差別仍應去除，以免擾亂受試者的注意。

施 兩位的話都對。實驗設計有兩個目標，應當分別清楚。第一，實驗應當有效。把可能擾亂結果的因子加以機遇化，是保證實驗有效的一種辦法。第二，實驗應當銳敏。銳敏的意思是讓受試者有充分機會表現她的辨別力。控制茶的濃淡冷熱，糖和牛奶的分量，使差別減至最低限度，是增加實驗銳敏度的一種方法。又如照東君的計算，規定每種茶至少一杯，至多七杯的實驗方法，比了規定每種四杯更加銳敏。此外，擴大實驗的範圍，就是增加茶的杯數，也是增加銳敏度的方法。至於每種方法應當利用到甚麼程度，當然要看實際的情形。照我們的問題，比方說，購備極精密的天秤來控制糖的分量，大概不如多泡幾杯茶。

羅 還有，除非你有東君那樣精明的數學，爲了要少泡幾杯茶，卻化了許多精神於計算，恐怕也是得不償失。

焦 大凡實驗室里的研究控制嚴密，但範圍比較小，實驗室以外的研究控制粗疏，但範圍比較大。我們能不能說兩種研究的方法有甚麼高低？

施 增強控制與擴大範圍既然可以互相彌補，兩種研究方法當然毫無高低可分。但不論控制怎樣嚴密，結果的重要性必需加以考驗，否則結論是不是有效，就無從斷定。實驗室里的研究有時不免這一種欠缺。不論範圍怎樣廣大，不便控制的因子，必需加以機遇化，否則實驗不能保證有效。實驗室以外的研究有時不免這方面的疏忽。

焦 所謂機遇化，是不是只要避免任何規則系統，抑或必需用硬幣、骰子、紙牌、轉盤等賭具一類東西？

施 主觀地避免規則系統是不够的。除了硬幣、骰子、紙牌、轉盤一